BULLETIN DES SCIENCES
MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 11 (1876), p. 149-161
<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1876__11__149_1>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

MONTHLY NOTICES OF THE ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY OF LONDON.

T. XXXVI; février 1876.

RAPPORTS ANNUELS

ADRESSÉS AU CONSEIL DE LA SOCIÉTÉ ROYALE ASTRONOMIQUE, PAR LES DIRECTEURS DES DIFFÉRENTS OBSERVATOIRES DE LA GRANDE-BRETAGNE (1).

I. — Observatoire Royal de Greenwich.

En dehors de ses travaux ordinaires et pour ainsi dire fondamentaux, observations de la Lune et formation de Catalogues d'étoiles, l'Observatoire royal de Greenwich a terminé l'installation de son service d'Astronomie physique. Pendant toute l'année, le grand équatorial et celui du Sheepshanks ont été consacrés à l'observation des phénomènes des satellites de Jupiter et surtout à l'étude spectroscopique continue du Soleil et des principales étoiles.

La mesure du déplacement des raies dans les spectres des étoiles donne immédiatement, on le sait, la valeur et la direction de leur mouvement propre; mais, jusqu'ici, la Science ne possède qu'un petit nombre de déterminations, faites presque toutes par deux observateurs, d'ailleurs fort distingués, M. Huggins en Angleterre et M. Vogel en Allemagne, et il restait quelques doutes sur la précision et la sensibilité de la méthode. Or les résultats des mesures faites à Greenwich, sous la direction de M. Christie, s'accordent

(1) Voir *Bulletin*, t. IX, p. 267.

de la façon la plus satisfaisante avec ceux qu'avait autrefois obtenus M. Huggins; toujours le sens du mouvement est le même, et la différence maximum des vitesses trouvées par les deux astronomes ne dépasse pas 10 milles par seconde.

La Physique solaire a été suivie avec beaucoup de soin; pendant qu'avec le spectroscope de Spottiswoode on étudiait et dessinait les protubérances, on prenait aussi souvent que possible des images du Soleil avec le photohéliographe. On a pu constater ainsi la simultanéité complète entre l'absence de taches sur la surface de l'astre radieux et la disparition des protubérances gazeuses qui l'entourent d'ordinaire.

La mesure des aires des taches et facules photographiées en 1874 est d'ailleurs entièrement terminée.

L'initiative intelligente prise par M. Airy a donc été couronnée d'un succès mérité; l'Observatoire de Greenwich aura bientôt recueilli des documents aussi rares qu'utiles et précieux.

II. — Observatoire de Radcliffe, à Oxford.

L'Observatoire de Radcliffe, outre son travail ordinaire d'observations, qui est assez connu de nos lecteurs, a continué la mise à jour de la réduction et de la publication de ses travaux antérieurs. Le Volume de 1873 vient d'être publié; il renferme 1496 observations d'étoiles, 95 du Soleil, 55 de la Lune, 20 de Mercure, 33 de Vénus, 24 de Mars et 18 de Saturne.

III. — Observatoire de l'Université d'Oxford.

Cet Observatoire, destiné à des études d'Astronomie physique, est aujourd'hui complétement installé.

Le programme des travaux que M. Pritchard se propose d'exécuter est le suivant :

1° Observation des comètes nouvelles, calcul de leurs orbites, étude de leurs spectres et de leurs relations avec les étoiles filantes;

2° Observation de quelques systèmes binaires;

3° Photographies lunaires en vue de l'existence d'une libration physique.

Ces études photographiques sont déjà commencées et paraissent en excellente voie.

IV. — Observatoire de Cambridge.

On a continué à Cambridge l'observation des étoiles de la zone que l'on s'est engagé à observer pour la Société Astronomique allemande.

V. — Observatoire Royal de Dunsink (Dublin).

L'année a été presque entièrement consacrée à l'installation et à l'étude du nouveau cercle méridien et de la nouvelle pendule sidérale. M. Ball a néanmoins fait avec l'équatorial du Sud quelques observations destinées à donner la parallaxe annuelle.

VI. — Observatoire Royal d'Édimbourg.

On n'a pas fait cette année de travail astronomique à Edimbourg. Le budget annuel de l'établissement, qui n'est que de 26750 francs, a été entièrement absorbé par le service météorologique de l'Écosse.

VII. — Observatoire de Glasgow.

Les ressources de cet établissement ont été surtout consacrées à la réduction et la publication des observations faites depuis 1860. On n'a fait d'autres observations que celles nécessaires à la transmission de l'heure au port et à la ville de Glasgow.

VIII. — Observatoire de Kew.

On a réinstallé le photohéliographe qui avait été envoyé à Greenwich en février 1873, et toutes les dispositions sont prises pour recommencer prochainement le beau travail sur les taches solaires que M. Warren de la Rue y avait inauguré.

IX. — Observatoire de Liverpool (Bidston, Birkenhead).

M. Hartnup a continué ses belles études sur les chronomètres de la marine marchande. L'Observatoire a abaissé à 25 francs la somme à payer par les armateurs pour obtenir la marche exacte d'un chronomètre et la loi de sa variation avec les changements de la température.

X. — Observatoire de l'École de Rugby.

L'année 1875 a été surtout employée à des mesures d'étoiles doubles avec l'équatorial d'Alvan Clark; on a étudié ainsi 303 de ces systèmes stellaires.

Quant au télescope de $0^m,30$, il a servi à dessiner les protubérances solaires. D'ailleurs, à cause du petit nombre de ces protubérances qui ont été visibles cette année, on a substitué à la fente annulaire qui montrait à la fois, dans le champ, la moitié de la chromosphère, une fente bornée à un segment de cercle et qui donne environ 20 degrés du limbe solaire; on obtenait ainsi une image plus agrandie de la photosphère.

XI. — Observatoire de Stonyhurst.

En l'absence du D[r] Perry, en mission à l'île de Kerguelen pour le passage de Vénus, on s'est borné à observer les phénomènes des satellites de Jupiter, les occultations et les météores de novembre.

XII. — Observatoire de M. Barclay (Leyton, Essex).

L'Observatoire de Leyton est, on le sait, spécialement consacré à l'étude des étoiles doubles. Pendant l'année qui vient de s'écouler, les astronomes de M. Barclay ont observé un certain nombre de systèmes binaires que, peu de temps avant sa mort, sir John Herschel avait recommandés à leur attention.

XIII. — Observatoire du colonel Cooper (Markree).

Le D[r] Doberck, qui est aujourd'hui chargé de la direction de cet antique et célèbre établissement, s'occupe activement de remettre tout en état. Depuis la mort de M. Cooper, l'Observatoire avait été inoccupé; aussi M. Doberck a-t-il trouvé les salles d'instruments ouvertes pour ainsi dire à tous les vents et ceux-ci exposés à toutes les intempéries des saisons. Il y a là presque à refaire une installation nouvelle : elle a dû être terminée à la fin de 1875.

XIV. — Observatoire de M. Edward Crossley (Bermerside, Halifax).

L'observation d'étoiles doubles et des phénomènes des satellites de Jupiter, tels sont les travaux principaux de ce petit et nouvel Observatoire, qui semble dirigé par un astronome actif et intelligent. On a mis en même temps à jour les mesures d'étoiles doubles faites depuis 1869.

XV. — Observatoire de lord Lindsay (Dun Echt).

Le noble lord et ses astronomes ont consacré l'année 1875 à la réduction des observations faites lors du passage de Vénus et à la détermination des différentes corrections instrumentales qu'elle nécessite.

XVI. — Observatoire du comte de Rosse (Birr-Castle, Parsonstown).

Les observations ont été reprises d'une façon régulière à Parsonstown, quoique le télescope de 3 pieds ne soit point encore réinstallé. Continuant l'une des plus belles recherches de son père, le comte de Rosse s'est surtout attaché aux observations des nébuleuses et aux mesures de leurs positions et de leurs distances par rapport aux étoiles voisines.

XVII. — Observatoire du colonel Tomline (Orwell Park, Ipswich).

L'outillage de l'Observatoire pour l'observation des comètes a été complété vers le milieu de cette année, mais seulement après l'apparition de la comète d'Encke. Le travail important de l'Observatoire a donc consisté dans des observations de la Lune et de ses étoiles en vue d'une détermination de la longitude.

XVIII. — Observatoire Royal du Cap de Bonne-Espérance.

On a continué à l'Observatoire du Cap la révision du ciel austral. M. Stone, on le sait, la limite aux étoiles de grandeur au plus égale à la 7^e (d'après l'échelle de La Caille.) On a terminé cette année la zone comprise entre 145 et 155 degrés de distance polaire Nord; les 1700 étoiles que renferme cette zone ont été chacune observées trois fois. On a préparé en outre le Catalogue préliminaire pour la zone 135 à 145 degrés et terminé les réductions relatives à la zone comprise entre 155 et 165 degrés de distance polaire Nord.

Ajoutons que M. Stone vient de recevoir d'Angleterre un photohéliographe et un spectroscope et qu'il compte consacrer une partie des ressources de son établissement à des études d'Astronomie physique qui seront un complément fort utile de celles qu'ont entreprises les Observatoires de Greenwich et d'Oxford.

XIX. — Observatoire d'Adélaïde.

Le Directeur du service télégraphique de l'Australie du Sud, M. Todd, paraît avoir réussi à commencer enfin l'Observatoire qu'il désire depuis si longtemps. A l'occasion du passage de Vénus, le gouvernement avait acheté un équatorial de Cooke de $0^m,20$ d'ouverture, équatorial que M. Todd a fait, dès son arrivée, installer d'une façon définitive. C'est le premier instrument sérieux dont dispose le nouvel Observatoire d'Adélaïde : bientôt arrivera à l'Observatoire un cercle méridien de $0^m,13$ d'ouverture, qui remplacera le petit instrument des passages de $0^m,03$ d'ouverture employé jusqu'alors par M. Todd et avec lequel il donnait l'heure à la ville.

XX. — Observatoire de Melbourne.

L'outillage de l'Observatoire de Melbourne a été considérablement augmenté pendant l'année qui vient de s'écouler : c'est encore l'observation du passage de Vénus qui a fait décider l'acquisition de ces instruments nouveaux. Ce sont un photohéliographe, un équatorial de $0^m,20$ d'ouverture, dû à Troughton et Simms, un petit équatorial de $0^m,11$ d'ouverture dû à Cooke, un micromètre à double image de Browning et deux chronographes.

Les instruments méridiens ont d'ailleurs été employés comme à l'ordinaire à la formation d'un Catalogue austral, et le grand télescope a surtout servi à dessiner quelques-unes des belles nébuleuses du ciel austral et à encarter les étoiles voisines : on a ainsi obtenu les dessins de dix des nébuleuses étudiées autrefois par sir John Herschel.

On a repris, en outre, l'étude de la nébuleuse voisine de η d'Argus et des étoiles qui l'accompagnent, et l'on n'a pu constater dans cet immense amas de matières cosmiques aucun changement appréciable.

JOURNAL DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES (¹). — Troisième Série, publiée par M. RESAL.

T. I (suite), juin-décembre 1875.

CATALAN (E.). — *Sur la constante d'Euler et la fonction de Binet.* (32 p.)

Ce Mémoire contient un assez grand nombre de résultats nouveaux et des procédés ingénieux pour obtenir simplement des résultats déjà connus, relativement à des intégrales définies, à des sommes de séries, à des limites de produits infinis qui peuvent être rapprochées de la théorie des fonctions eulériennes.

Nous citerons en particulier l'identité remarquablement simple

$$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\ldots-\frac{1}{2n},$$

que l'auteur donne au début de son travail, et les résultats suivants :

$$\int_0^1\left[2\,\frac{1-qk'}{1-q^2}+\frac{1-k'}{ql(q)}\right]\omega\,dq=-\pi l(2),$$

$$1-C-\frac{1}{2}l(2)=\frac{1}{2}\int_0^2\frac{e^z-e^{-z}-2z}{2e^z(e^z-1)}dz,$$

C étant la constante d'Euler ;

$$\int_0^1\frac{x^{\frac{\mu-1}{2}}+x^{\frac{\mu}{2}}-2x^{\mu}}{1-x}dx=2l(2);$$

si $\varpi(\mu)$ représente la fonction de Binet, savoir

$$\varpi(\mu)=\int_0^\infty\left(\frac{1}{e^x-1}-\frac{1}{x}+\frac{1}{2}\right)\frac{e^{-\mu x}}{x}dx,$$

on a

$$\varpi(\mu)=-\frac{1}{2}l(2\mu\pi)+\int_0^1\frac{dx}{(1+x)l(x)}\left[-1+\frac{x^{2\mu}}{2}+\frac{x^{4\mu}}{4}+\frac{x^{8\mu}}{6}+\ldots\right].$$

(¹) Voir *Bulletin*, t. IX, p. 121.

ALLÉGRET. — *Mémoire sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre.* (22 p.)

L'auteur expose d'une façon nouvelle la méthode de Jacobi et indique quelques simplifications pratiques.

BRETON (DE CHAMP). — *Réponse à la Note de M. J. Bertrand, relative à l'article : « Sur de prétendues inadvertances de Lagrange ».* (2 p.)

LAGUERRE. — *Sur les singularités des courbes de quatrième classe.*

Étant données deux équations à une inconnue, de degré m, $F = 0$ et $F' = 0$, déterminant par leurs racines deux systèmes de points situés sur une même droite (ou deux faisceaux de droites passant par un même point), M. Laguerre nomme ces systèmes (ou ces faisceaux) *harmoniques*, si l'invariant quadratique des deux formes F et F' est nul. Le lieu des points d'où l'on voit deux courbes de $n^{\text{ième}}$ classe suivant deux faisceaux harmoniques est une courbe du $n^{\text{ième}}$ ordre, qui est dite la *courbe harmonique* des deux premières, ou de deux quelconques des courbes du faisceau qu'elles déterminent, ou plus simplement de ce faisceau.

Après avoir posé ces définitions, l'auteur démontre les théorèmes suivants :

Étant donnée une courbe de quatrième classe K, *si l'on considère les différentes droites que l'on peut mener par un point* M, *leurs premières polaires relativement à* K *forment un faisceau de courbes de troisième classe dont la courbe harmonique est la droite polaire du point* M, *relativement à la courbe du quatrième ordre* S *qui passe par les vingt-quatre points de rebroussement de* K.

Si la première polaire d'une droite P, *relativement à la courbe de quatrième classe* K, *se décompose en un point p et une conique résiduelle, la droite* P *est la droite polaire de p, relativement à la courbe du quatrième ordre* S, *qui passe par les vingt-quatre points de rebroussement de* K.

Si les vingt-huit points doubles d'une courbe de quatrième classe K *sont situés sur une courbe de sixième ordre, elle fait partie d'un couple harmonique : la réciproque est également vraie.*

(L'auteur dit que deux courbes de même classe forment un couple harmonique, si elles sont vues d'un point quelconque du plan suivant deux faisceaux harmoniques).

Allégret. — *Mémoire sur le problème des trois corps.* (40 p.)

Ce Mémoire comprend trois Sections. Dans la première Section, l'auteur étend la réduction de Jacobi (par laquelle l'équation dont le problème dépend est ramenée au sixième ordre) au cas de $n+1$ corps, soumis à leurs attractions mutuelles. L'ordre $6n$ des équations du mouvement peut toujours être abaissé de six unités.

Dans la Section suivante, après avoir rattaché les mêmes équations à une autre aux dérivées partielles à $3n$ variables indépendantes, l'auteur élimine deux des dérivées à l'aide de deux intégrales transformées en équations aux dérivées partielles et compatibles avec la première. Le problème est ainsi ramené à l'intégration d'un système d'équations aux dérivées ordinaires d'ordre $6(n-1)$. Cette méthode, appliquée au problème des trois corps, n'exigerait plus qu'une ou deux intégrales d'un système canonique du sixième ordre.

Dans la dernière Section, M. Allégret propose une réduction encore plus grande. Après avoir successivement annulé deux et trois constantes des intégrales des aires, il fait voir que ces équations deviennent compatibles avec l'équation fondamentale et admettent une solution singulière à trois constantes arbitraires, laquelle peut être déduite de l'intégration d'un système différentiel du quatrième ordre; et, quoique le nombre des constantes annulées soit supérieur à deux, le mouvement conserve toute sa généralité, pourvu qu'on ajoute à la fonction des forces certains termes convenables.

Pepin. (le P.) — *Sur certains nombres complexes compris dans la formule* $a+b\sqrt{-c}$. (66 p.)

Euler, pour résoudre certaines équations indéterminées, a introduit des nombres complexes de la forme $a+b\sqrt{-c}$, mais sans démontrer que les solutions obtenues par ce moyen étaient les seules : Gauss a donné la théorie rigoureuse des nombres complexes de la forme $a+b\sqrt{-1}$; enfin Lejeune-Dirichlet a considéré les nombres complexes de la forme $a+b\sqrt{-5}$ et $a+b\sqrt{-7}$. Dans la première partie de l'important Mémoire que nous analysons, l'auteur s'occupe en général des nombres complexes compris dans la formule $a+b\sqrt{-c}$, où a et b sont des entiers quelconques et où c est un nombre entier positif.

Nous citerons quelques théorèmes résumant les recherches de l'auteur.

En supposant que les formes quadratiques positives et impaires de déterminant $-c$ soient comprises dans une même classe ($c = 1, 2, 3, 4, 7$), on a les trois propositions suivantes :

La manière la plus générale de résoudre l'équation

$$x^2 + cy^2 = z^m,$$

quand les nombres x, y *et* z *doivent être entiers et premiers entre eux, et qu'en outre* z *doit être impair, est de poser*

$$(p + q\sqrt{-c})^m = \mathrm{P} + \mathrm{Q}\sqrt{-c},$$

de prendre $x = \pm \mathrm{P}$, $y = \pm \mathrm{Q}$, $z = p^2 + cq^2$ *et d'attribuer aux lettres* p *et* q *toutes les valeurs entières et premières entre elles, qui déterminent pour* z *des valeurs impaires.*

Soient A, B, D *des diviseurs impairs de la formule* $x^2 + cy^2$, *premiers entre eux deux à deux ; pour obtenir toutes les solutions de l'équation*

$$x^2 + cy^2 = \mathrm{A}^m \mathrm{B}^{m_1} \mathrm{D}^{m_2} \ldots$$

en nombres entiers et premiers entre eux, il suffit de poser

$$\pm x \pm y\sqrt{-c} = (a + a_1\sqrt{-c})^m (b + b_1\sqrt{-c})^{m_1} (d + d_1\sqrt{-c})^{m_2} \ldots,$$

de ramener le second membre à la forme $\mathrm{P} + \mathrm{Q}\sqrt{-c}$ *en effectuant les calculs indiqués, puis de donner, dans les deux polynômes* P *et* Q, *aux lettres* (a, a_1), (b, b_1), (d, d_1), ..., *toutes les valeurs entières qui forment respectivement des représentations propres des nombres* A, B, D, ... *par la forme* $x^2 + cy^2$.

Si l'on désigne par H *un diviseur impair de la formule* $x^2 + cy^2$, *et par* x, y, z *des nombres entiers et premiers entre eux deux à deux, dont le dernier* z *doit être impair, toutes les solutions de l'équation*

$$x^2 + cy^2 = \mathrm{H} z^m$$

peuvent se déduire des formules

$$\pm x \pm y\sqrt{-c} = (a + b\sqrt{-c})(p + q\sqrt{-c})^m, \quad z = p^2 + cq^2,$$

en y combinant successivement chacune des représentations pro-

pres (a, b) *du nombre* H *par la forme* $x^2 + cy^2$, *avec toutes les valeurs entières et premières entre elles de* p *et* q *propres à donner des valeurs impaires à la formule* $p^2 + cq^2$.

Supposons maintenant que, pour le déterminant $-n$ (n entier positif), les formes quadratiques soient distribuées en divers genres dont chacun ne renferme qu'une classe; on aura les théorèmes suivants :

Toutes les solutions en nombres entiers et premiers entre eux de l'équation

$$x^2 + ny^2 = z^{2m+1},$$

dans laquelle z *a une valeur impaire, se déduisent des équations*

$$\pm x \pm y\sqrt{-n} = (p + q\sqrt{-n})^{2m+1}, \quad z = p^2 + nq^2,$$

en donnant aux lettres p *et* q, *de toutes les manieres possibles, des valeurs entières et premières entre elles.*

Pour trouver toutes les solutions entières et premières entre elles de l'équation

$$(1) \qquad x^2 + ny^2 = z^{2m},$$

en supposant z *impair, il faut d'abord chercher toutes les solutions de l'équation*

$$(2) \qquad p^2 + ny^2 = z^2,$$

ou plutôt toutes les formules générales propres à les déterminer. Ces formules générales se déduisent des suivantes :

$$(3) \qquad z = af^2 + bg^2, \quad p = af^2 - bg^2, \quad q = 2fg, \quad ab = n,$$

$$(4) \qquad z = \frac{af^2 + bg^2}{2}, \quad p = \frac{af^2 - bg^2}{2}, \quad q = fg, \quad ab = n,$$

en prenant pour a *et* b *toutes les décompositions du nombre* n *en deux facteurs premiers entre eux pour les formules* (3) *et, pour les formules* (4), *en deux facteurs premiers entre eux, si* n *est de la forme* $4l + 1$, *en deux facteurs dont le plus grand commun diviseur soit* 2, *si* $n = 8l$. *Puis on obtiendra les valeurs de* x *et de* y, *au moyen de l'équation*

$$\pm x \pm y\sqrt{-n} = (p + q\sqrt{-n})^m = \mathrm{P} + \mathrm{Q}\sqrt{-n},$$

en remplaçant dans les fonctions entières P, Q *les indéterminées* p *et* q *par les fonctions quadratiques déduites des formules* (3) *et* (4).

Enfin, relativement aux équations de la forme $ax^2 + cy^2 = z^m$, $(a > 1, c > 1)$, pourvu que le nombre des classes de formes quadratiques de déterminant $-ac$ soit égal au nombre des genres, le P. Pepin donne les théorèmes suivants :

Si l'exposant m *est pair, l'équation proposée n'admet aucune solution en nombres entiers et différents de zéro.*

Si m *est impair et si* z *doit être impair et premier avec le produit* ac, *toutes les solutions en nombres entiers et premiers entre eux sont exprimées d'une manière générale par les formules*

$$\pm x = p\left[(ap^2)^{\frac{m-1}{2}} - \frac{m(m-1)}{1.2}(ap^2)^{\frac{m-3}{2}}(cq^2) + \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{1.2.3.4}(ap^2)^{\frac{m-5}{2}}(cq^2)^2 - \ldots\right],$$

$$\pm y = q\left[m(ap^2)^{\frac{m-1}{2}} + \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3}(ap^2)^{\frac{m-3}{2}}(cq^2) + \frac{m(m-1)\ldots(m-4)}{1.2\ldots5}(ap^2)^{\frac{m-5}{2}}(cq^2)^2 + \ldots\right],$$

$$z = ap^2 + cq^2,$$

où l'on désigne par p *et* q *deux nombres entiers et premiers entre eux.*

La deuxième Partie du Mémoire contient un très-grand nombre d'applications particulières à des équations de la forme

$$x^2 + cy^2 = z^3,$$

et l'examen de quelques équations impossibles de la forme

$$x^3 + y^3 = az^3.$$

LAURENT (H.). — *Mémoire sur les fonctions de Legendre.* (26 p.)

Partant du théorème de Cauchy, sur la valeur de la $n^{\text{ième}}$ dérivée d'une fonction, l'auteur déduit les diverses propriétés des fonctions X^n des deux formules suivantes :

$$X_n = \frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \int \frac{dz}{z^{n+1}\sqrt{1 - 2zx + z^2}},$$

$$X_n = \frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \frac{1}{2^n} \int \frac{(z^2 - 1)^n}{(z - x)^{n+1}},$$

l'intégration étant effectuée, pour le premier cas autour de l'origine, pour le second autour du point x.

En passant, l'auteur rencontre la formule déjà connue

$$X_0 Z_0 + 3X_1 Z_1 + \ldots + (2n+1) X_n Z_n = \frac{n+1}{z-x}(Z_{n+1}X_n - X_{n+1}Z_n),$$

où Z_n représente en général ce que devient X_n quand on y remplace x par z, et en déduit la suivante :

$$\int_{-1}^{+1} \frac{Z_n dz}{z - x}$$
$$= 2X_n\left(\log\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} + \frac{1}{X_0 X_1} + \frac{1}{2X_1X_2} + \ldots + \frac{1}{nX_{n-1}X_n}\right).$$

Cette dernière formule est à son tour la source de plusieurs développements intéressants : la fonction

$$\int_{-1}^{+1} \frac{Z_n dz}{z - x}$$

est l'objet d'une étude particulière.

Guieysse (P.). — *De la propagation des marées dans les rivières.* (52 p.)

Traduit et extrait des *Tides and Waves* de M. Airy, Astronome Royal d'Angleterre. J. T.