

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue bibliographique

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 10
(1876), p. 65-72

[<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1876__10__65_0>](http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1876__10__65_0)

© Gauthier-Villars, 1876, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.

CREMONA (L.), directeur de l'École d'Application des Ingénieurs, à Rome. — ÉLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE PROJECTIVE, traduits, avec la collaboration de l'auteur, par M. Ed. DEWULF, chef de bataillon du Génie, etc. — Première Partie. — Paris, Gauthier-Villars, 1 volume in-8°, avec 216 figures dans le texte. Prix : 6 fr.

« On ne peut se flatter d'avoir le dernier mot d'une théorie, dit quelque part Gergonne, tant qu'on ne peut pas l'expliquer en peu de paroles à un passant dans la rue. » L'idéal, en effet, que doit sans cesse avoir devant les yeux l'auteur d'un traité destiné aux écoliers, c'est cette simplicité extrême qui est la marque des doctrines achevées, qui ne laisse plus rien d'artificiel ni de caché dans les procédés par lesquels on arrive à la solution des problèmes, de manière que la démonstration ne sert plus, en quelque sorte, qu'à sanctionner l'intuition. C'est ainsi que les théories nouvelles descendent peu à peu des sommets nuageux de l'invention dans la grande plaine de l'enseignement populaire, plus limpides à chaque pas et bientôt accessibles à tous. Ce qui était naguère la Géométrie « supérieure » finit par devenir la Géométrie élémentaire, et les conceptions profondes des Poncelet, des Chasles, des Steiner, réduites à quelques principes simples et féconds, viennent rajeunir et vivifier le vieil héritage d'Euclide. Ce n'est pas à dire toutefois que la Géométrie dite *moderne* soit née d'hier : on rencontre les premières traces des propriétés projectives chez les géomètres de l'antiquité; mais ce qui appartient bien à notre siècle, c'est l'enchaînement, le développement et l'application de ces idées. On y est parvenu par les voies les plus diverses, qui, finalement, se rencontrent pour aboutir aux mêmes résultats.

Quoique la Géométrie nouvelle soit d'origine essentiellement française (il suffit de citer les noms illustres de Desargues, Pascal, Carnot, Brianchon, Monge, Gergonne, Poncelet, Chasles), elle n'occupe pas encore dans notre enseignement la place qui lui est due, tandis que dans d'autres pays elle a depuis longtemps forcé la porte des écoles. Ce retard tient peut-être à l'absence d'un livre élémentaire; et c'est pour combler cette lacune que M. Dewulf a

entrepris de traduire l'excellent Traité de M. L. Cremona, qui a déjà été ici-même l'objet d'un compte rendu détaillé ⁽¹⁾. On ne saurait trop remercier le savant Commandant du Génie du dévouement à la science dont il a fait preuve en consacrant son temps au labeur ingrat d'une traduction qui est un modèle d'exactitude et de correction. L'édition française a même un grand avantage sur l'original : l'atlas qui accompagne l'Ouvrage italien a été remplacé par des figures gravées sur cuivre et intercalées dans le texte.

M. Cremona est un éclectique. Il prend ses définitions et sa nomenclature où il les trouve, choisissant toujours les termes les plus expressifs, ceux qui correspondent le mieux aux notions auxquelles ils s'appliquent. « Dans le développement des matières, dit-il, je ne me suis pas astreint à suivre exclusivement tel ou tel auteur ; j'ai emprunté à tous ce qui me semblait utile à mon but, qui est de faire un Livre absolument élémentaire et technique, accessible même à ceux qui n'ont d'autres connaissances que les éléments les plus simples de la Géométrie ordinaire. » Afin de conserver à son Livre ce caractère éminemment pratique, et de mettre rapidement les élèves à même d'appliquer leurs connaissances théoriques au dessin, M. Cremona s'attache de préférence aux propriétés descriptives, sans cependant négliger les propriétés métriques. En effet, bien qu'il ait pris pour point de départ les principes de la *Géométrie de situation*, il introduit bientôt l'importante notion du rapport anharmonique, qui rend plus claire la conception des séries homographiques, et permet d'établir très-simplement les principales propriétés métriques qui appartiennent aux figures projectives, en même temps qu'elle facilite l'étude des propriétés descriptives. Néanmoins M. Cremona préfère généralement les démonstrations graphiques, qui semblent mieux appropriées à un cours que l'on peut considérer comme une introduction à l'étude de la Statique graphique et de la Géométrie descriptive. Il entremêle volontiers les théorèmes de la Géométrie plane et ceux de la Géométrie de l'espace, estimant avec raison que les considérations stéréométriques aident souvent à rendre simple et intuitif ce qui paraît compliqué lorsqu'on ne veut pas sortir du plan, sans compter qu'elles

(1) Voir *Bulletin*, t. V, p. 10.

exercent cette imagination géométrique si utile à l'ingénieur, qui doit pouvoir se représenter les figures dans l'espace sans le secours d'un dessin ou d'un modèle.

Tel qu'il est, l'Ouvrage de M. Cremona rendra de très-grands services, et, au point de vue de l'enseignement, son éclectisme offre un réel avantage, parce qu'il est bon d'agrandir l'horizon des élèves en variant les moyens et en établissant la concordance des méthodes. La marche rigoureusement systématique, que préfère généralement l'inventeur d'un principe nouveau dont il s'agit d'éprouver la puissance, ne convient pas toujours à l'enseignement, qui s'accommode volontiers d'une variété d'aspects plus propre à éclairer toutes les faces du problème avec lequel il s'agit de mettre l'élève aux prises.

Le premier volume des *Éléments de Géométrie projective* renferme la théorie des formes géométriques fondamentales de première espèce (ponctuelles, faisceaux, séries de points ou de tangentes d'une conique). On y trouve un grand nombre d'exercices dont les élèves doivent dessiner les épures, ce qui ajoute beaucoup à la valeur pratique de l'Ouvrage. Espérons que le second volume ne se fera point attendre.

R. R.

BELLAVITIS (G.) — RIASSUNTO DELLE LEZIONI DI ALGEBRA DATE DAL COMM. GIUSTO BELLAVITIS. — Padova, 1875. — 140 p. in-8°.

Ce nouvel Ouvrage de M. Bellavitis s'applique exclusivement à l'Algèbre *complémentaire*. Il renferme le résumé des Leçons professées par lui, Leçons qu'il a eu l'excellente inspiration de condenser ainsi en un volume de faible étendue, mais contenant malgré cela beaucoup de choses. La division adoptée par l'auteur est celle en dix Chapitres; nous allons examiner chacun d'eux d'une façon sommaire :

Le Chapitre I^{er} est intitulé : *Principes et résolution numérique des équations algébriques à une inconnue*. Après quelques considérations générales sur les principes de la science des quantités et sur l'objet de l'Algèbre complémentaire, l'auteur y définit les racines d'une équation, indique les opérations pour trouver une racine

en fraction décimale, établit certains théorèmes sur le nombre des racines d'une équation, et donne enfin la détermination de toutes les racines d'une équation algébrique.

Le Chapitre II a pour objet la *résolution algébrique des équations*, savoir celles du troisième et du quatrième degré et quelques autres de degrés supérieurs, et qui sont également résolubles.

Dans le Chapitre III (*Théorèmes sur les polynômes et sur les équations, Facteurs décimaux, Décomposition des fonctions fractionnaires*) se trouvent exposés la formule du binôme, les théorèmes de Hudde, de Rolle, de Sturm et de Sylvester. Suivent de courtes considérations sur l'usage des facteurs décimaux dans la résolution des équations, qui sont présentées avec beaucoup de simplicité et d'élégance; et enfin des notions sur la décomposition des fonctions fractionnaires.

Le Chapitre IV traite des *factorielles*, des *combinaisons* et des *probabilités*. On y trouve quelques considérations intéressantes sur les nombres figurés. Le calcul des probabilités n'y est guère l'objet que d'une mention tout à fait générale.

L'auteur donne ensuite, dans le Chapitre V intitulé : *élimination et déterminants*, un aperçu rapide des déterminants et des notions sur l'élimination dans les équations du premier degré et dans celles de degrés supérieurs.

Le Chapitre VI (*Nombres entiers, Fractions continues, Congruences*) constitue un résumé fort intéressant des principes essentiels de la théorie des nombres. M. Bellavitis examine les propriétés élémentaires des nombres et de leurs diviseurs, les racines rationnelles des équations, les fractions continues et leur emploi dans l'expression des racines, la partition des nombres, l'analyse indéterminée du premier degré, celle du second degré dans quelques cas particuliers et enfin les congruences. La notation proposée pour les congruences $a \overline{=} b$ au lieu de $a \equiv b \pmod{m}$ nous semble une heureuse modification, surtout lorsque le module se compose d'une seule lettre.

Le Chapitre VII a pour titre : *Logarithmes, Exponentielles et Fonctions hyperboliques*. Il contient des notions sur ces diverses fonctions, et particulièrement sur l'emploi des logarithmes d'addition ou de soustraction, dits de Gauss, et qui appartiennent en réalité à Leonelli.

Dans le Chapitre VIII (*Imaginaires, Quantités géométriques, Fonctions circulaires ou trigonométriques*), M. Bellavitis fait une application presque continue des principes de sa belle méthode des équipollences, et montre combien ces principes jettent de clarté dans le calcul des imaginaires, si plein de nuages pour les commençants, lorsqu'on ne considère pas les quantités géométriques. Peut-être, dans une étude purement algébrique, serait-il bon, au point de vue typographique, de renoncer à l'emploi du signe particulier nommé *ramuno* dans la théorie des équipollences, et de le remplacer comme d'habitude par la lettre *i* qui surcharge beaucoup moins l'écriture.

Chapitre IX: *Fonctions interpolaires, Dérivées, Séries infinies, Méthodes d'approximation*. Ce titre indique suffisamment quels sont les nombreux sujets traités dans le Chapitre en question, qui se termine par quelques notions sur les transcendentes elliptiques.

Enfin le Chapitre X traite des *fonctions symétriques*, de la *théorie des substitutions linéaires* et des *formes*. On y trouve un aperçu sommaire sur l'emploi des discriminants, des invariants et des covariants.

Il ne faudrait pas prendre ce petit volume pour un Traité complet d'Algèbre supérieure. M. Bellavitis n'a pas eu certainement cette prétention. C'est, comme l'indique le titre, un *résumé*, mais un résumé fort bien fait, donnant des notions générales et concises sur une foule de sujets, qui appartiennent pour la plupart à notre enseignement officiel, et dont quelques-uns, bien que n'entrant pas dans cet enseignement, présentent cependant un grand intérêt. Dans un Livre de ce genre, on ne peut pas évidemment s'attendre à rencontrer des choses vraiment nouvelles; mais l'auteur a su y mettre ces qualités de clarté, de précision, qu'on retrouve ici comme dans ses autres œuvres.

Les élèves, surtout ceux qui savent déjà et qui désirèrent condenser leurs connaissances pour en acquérir de nouvelles, ne peuvent que gagner à la lecture d'un pareil Ouvrage. Il n'en existe malheureusement pas d'analogues en France, et il serait à désirer que M. Bellavitis trouvât chez nous quelque imitateur, ou plutôt que l'on vînt à publier une traduction de son excellent petit Livre.

A. L.

NEWCOMB (S.), prof. of the National Observatory of Washington U. S. —
ON THE INVESTIGATION OF THE ORBIT OF URANUS ⁽¹⁾.

L'étude de l'orbite d'Uranus, par le professeur S. Newcomb, a été achevée dans sa substance en octobre 1872; l'Ouvrage complet a pu paraître au printemps de 1873.

Ce grand travail, auquel l'auteur s'est consacré pendant treize ans, a absorbé la majeure partie des loisirs de son service à l'Observatoire National de Washington, depuis 1867 jusqu'à 1872. Sa rédaction n'exigeait pas seulement les considérations mathématiques les plus élevées, mais aussi des calculs arithmétiques d'une grande longueur. Grâce au concours de l'Institut Smithsonian, aux frais duquel ces calculs ont été faits, le professeur Newcomb a été mis à même de compléter ces importantes recherches, sans qu'il lui fallût, pour cela, consacrer son énergie à des travaux qui pouvaient être accomplis par une intelligence d'un caractère moins élevé. Les réflexions suivantes de l'auteur de cet Ouvrage méritent de trouver place ici :

« Il pourra paraître surprenant, aux personnes qui ne se livrent pas spécialement à l'Astronomie, que depuis vingt-cinq ans que la planète Neptune a été découverte, les positions d'Uranus, indiquées dans toutes les Éphémérides d'Europe, aient toujours été calculées sans que l'on ait tenu compte de l'action du nouvel astre, d'autant plus que ce sont les discordances des anciennes Tables de Bouvard, remontant à 1820, qui ont conduit à la découverte de Neptune, en 1846. C'est à ce point que l'occultation d'Uranus par la Lune, observée en 1871, était prédite d'une manière entièrement inexacte dans le *Nautical Almanac*, avec près de six minutes d'erreur, ce qui explique pourquoi nombre d'observateurs, désireux d'être témoins d'un phénomène aussi rare, ont été entièrement déçus. Un cri unanime s'éleva contre l'*Almanac*; mais il aurait été juste de remarquer que ce Recueil ne pouvait servir avec la disposition actuelle de ses Tables, et que la construction de Tables nouvelles, en rapport avec les progrès de l'Astronomie, était au-dessus des forces

⁽¹⁾ Extrait de l'*Annual Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution, for the Year 1872*. Washington.

d'un seul, et ne pouvait être entreprise que sous les auspices d'un gouvernement suffisamment libéral.

» Le peu d'empressement des astronomes à entreprendre un tel travail est encore démontré par ce fait, que les Tables de Jupiter et de Saturne, de même que celles d'Uranus, étaient déjà vieilles de plus de cinquante ans, et étaient devenues, par suite, très-inexactes. La Société Astronomique d'Allemagne avait été invitée, dans les cinq dernières années, à préparer les éléments de nouvelles Tables de Jupiter, mais je ne sache pas que l'on ait fait de grands progrès dans cette étude.

» Le premier Chapitre du présent Ouvrage contient l'exposé de la méthode suivie dans le calcul de l'action des planètes troublantes Jupiter, Saturne et Neptune sur le mouvement d'Uranus.

» Dans le deuxième Chapitre, cette méthode est appliquée à tous les détails du calcul des perturbations d'Uranus produites par Saturne, en se bornant, néanmoins, aux termes de premier ordre seulement.

» Dans le troisième Chapitre, les perturbations produites par Jupiter et Neptune sont exprimées par des formules, mais les calculs ne sont pas présentés avec autant de détails.

» Le quatrième Chapitre débute par une détermination préliminaire de l'orbite de Saturne, en partant des observations faites à Greenwich, et des formules des perturbations données par Hansen, dans le but de calculer avec précision les termes de second ordre. Cet exposé est suivi du calcul des termes de second ordre produits par Saturne, termes dont un des facteurs est le carré de la masse de cette planète, ou le produit de sa masse par celle de Jupiter ou celle d'Uranus. Le plus remarquable de ces termes est un terme séculaire, dont l'expression diffère matériellement de celles qui ont été données par diverses autorités, au nombre desquelles MM. Le Verrier, Delaunay, Adams et Hansen, qui, toutes, s'accordent généralement entre elles. Il pourra se trouver encore dans mon travail quelque erreur qui, à la longue, modifiera mes résultats; je laisse aux chercheurs futurs le soin de trouver la cause de ces discordances. Elles seront, d'ailleurs, de telle nature, qu'elles ne pourront affecter la position calculée de la planète avant plus d'un siècle.

» Le sixième Chapitre renferme la discussion de toutes les observations d'Uranus qui ont été publiées et réduites de telle ma-

nière qu'on puisse s'en servir. Leur nombre total atteint le chiffre de 3763. On y donne, pour chaque série d'observations, la correction déduite de la théorie provisoire.

» L'objet du septième Chapitre est l'application de ces corrections aux éléments d'Uranus et à la masse de Neptune, qui représentent les observations avec la plus petite erreur possible. La masse déduite pour Neptune s'élève à $\frac{1}{19700}$, presque identiquement celle qu'avait déjà trouvée le professeur Peirce depuis plus de vingt ans déjà.

» La représentation des observations, d'après cette théorie, doit être regardée comme très-approchée. La différence moyenne observée dans chaque série de cinq années, depuis la découverte de la planète, excède à peine une seconde d'arc dans chaque exemple. Elle s'est élevée, en particulier, à 1",4 durant la période de 1822 à 1826. Cet accord est supérieur à tous ceux que l'on a obtenus précédemment. Malgré le nombre immense d'observations discutées, et le soin apporté à les réduire à une même base, je suis fondé à admettre la possibilité d'une représentation meilleure; les écarts observés étant d'une minute à peine, et se succédant d'après une loi régulière, montrent ainsi qu'ils ne peuvent provenir que d'erreurs d'observation tout à fait accidentelles. Il me faudrait faire des recherches plus approfondies pour déterminer la part qui revient, dans ces erreurs, à mes propres formules théoriques, à la réduction des observations mêmes, et aux erreurs inévitables des instruments. Il serait très-intéressant de connaître si elles doivent être attribuées à l'action d'une planète transneptunienne, mais cette recherche nécessiterait une nouvelle réduction de toutes les anciennes observations. Un travail de cette étendue tient une large place dans les *desiderata* de l'Astronomie, mais il ne pourrait être entrepris que sous les auspices du Gouvernement.

» Dans le huitième Chapitre sont réunis les formules générales et les éléments, exprimés de la manière la plus convenable pour les usages.

» Le neuvième et dernier Chapitre renferme des Tables permettant de calculer les diverses positions qu'a occupées la planète durant l'ère chrétienne, et qu'elle occupera jusqu'en l'année 2300. »

H. BROCARD.