

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue bibliographique

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 9
(1875), p. 193-198

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1875__9__193_0>

© Gauthier-Villars, 1875, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.

NEUMANN (Dr CARL), Professor an der Universität Leipzig. — DIE ELEKTRISCHEN KRÄFTE. Darlegung und Erweiterung der von A. Ampère, F. Neumann, W. Weber, G. Kirchhoff entwickelten mathematischen Theorien. — Erster Theil : Die durch die Arbeiten von A. Ampère und F. Neumann angebahnte Richtung. — Leipzig, 1873. B.-G. Teubner (1).

« Lentement, petit à petit, croissent les Sciences, et tard on parvient à la vérité par mainte erreur. Tout doit avoir été préparé par un long et constant effort pour l'apparition d'une vérité nouvelle ; alors il vient un moment où elle jaillit d'elle-même, comme par une nécessité divine. » Ces mots de Jacobi, que M. Carl Neumann a mis en guise d'épigraphe au frontispice de son livre sur les *Forces électriques*, sont admirablement en situation, lorsqu'on songe à la rapidité avec laquelle la théorie de l'électromagnétisme s'est développée entre les mains d'Ampère, immédiatement après la découverte de l'action des courants fermés sur l'aiguille aimantée, découverte à laquelle se bornent les droits du Danois OERsted. Aujourd'hui nous sommes de nouveau dans la période d'élaboration, de préparation patiente qui précède les grandes découvertes ; car il s'agit maintenant de frayer la voie à celui qui trouvera la théorie mécanique de l'électricité, qui réunira dans une synthèse simple et générale les faits épars et les formules isolées.

« L'établissement d'une théorie *satisfaisante* des phénomènes électriques », dit M. C. Neumann, « est peut-être un problème réservé aux siècles à venir. Tout ce qui, pour le moment, peut être fait dans cette direction, c'est de nous appliquer à explorer le terrain de ces phénomènes en tous sens, et en l'abordant des côtés les plus divers. Dans la partie de mon Ouvrage que je publie aujourd'hui, je me suis efforcé de poursuivre la route indiquée par les travaux d'Ampère et par ceux de mon père. Plus tard, je tâcherai d'explorer avec le même soin celle qui a été tracée par Weber et Kirchhoff. »

Voici en peu de mots le plan de l'important travail que nous avons

(1) NEUMANN (Carl), professeur à l'Université de Leipzig. — *Les forces électriques*. Exposition et extension des théories mathématiques développées par A. Ampère, Fr. Neumann, W. Weber, G. Kirchhoff. 1^{re} Partie : La route frayée par les travaux d'Ampère et de Fr. Neumann. Leipzig, 1873. Teubner, 1 vol. in-8° de xv-272 pages.

sous les yeux, et qui, loin de se borner à un simple exposé des recherches d'Ampère et de Franz Neumann, nous fait faire un pas de plus vers la connaissance des lois qui régissent les phénomènes, encore si obscurs, de l'induction électrique.

L'auteur divise les forces électriques en forces *électrostatiques* et forces *électrodynamiques*; ces dernières se scindent elles-mêmes en deux catégories nouvelles : les forces *pondéromotrices*, découvertes par Ampère, et les forces *électromotrices*, dont la découverte est due à Faraday. Les lois qu'on a trouvées pour le mode d'action de ces deux espèces de forces s'appliquent, les unes aux courants fermés, les autres aux éléments des courants; il faut, en conséquence, distinguer des lois *intégrales* et des lois *élémentaires*. Une loi élémentaire et une loi intégrale pour chacune des deux catégories de forces électrodynamiques, cela fait en tout quatre lois qu'il faut établir pour réduire en corps de doctrine la science des phénomènes de l'électromagnétisme et de l'induction. Les deux lois intégrales, pour les forces pondéromotrices et pour les forces électromotrices, M. F. Neumann les a établies en 1847, en partant de la loi élémentaire des forces pondéromotrices trouvée par Ampère vingt ans auparavant. La loi élémentaire des forces électromotrices (ou forces d'induction) paraît encore enveloppée d'une obscurité profonde; les formules proposées par Weber (1846) et par F. Neumann (1847) ne se ressemblent guère; ce dernier a même proposé deux formules différentes sans se prononcer en faveur de l'une ou de l'autre. C'est la recherche méthodique de cette loi inconnue qui fait l'objet principal de l'Ouvrage que vient de publier M. Carl Neumann.

On sait que les deux lois trouvées par M. F. Neumann reposent sur la considération du potentiel des courants fermés.

1° Le travail pondéromoteur, accompli par un courant fermé B sur un courant fermé A dans le temps dt , a pour mesure la dérivée partielle du potentiel réciproque P des deux courants, prise par rapport au déplacement du circuit A; c'est ce qui peut s'exprimer par l'équation

$$dT_A^B = - \frac{\partial P}{\partial \tau} dt,$$

où τ est le temps t considéré comme argument ou paramètre des coordonnées de A.

Le potentiel P a pour expression

$$P = - A^2 II_1 \sum \sum \frac{\cos \omega}{r} ds ds_1,$$

ou bien

$$P = - A^2 II_1 \sum \sum \frac{\cos \theta \cos \theta_1}{r} ds ds_1,$$

où θ, θ_1 sont les angles que ds, ds_1 forment avec la ligne r qui joint les deux éléments, et ω l'angle que ds forme avec ds_1 .

2° La somme des forces électromotrices induites pendant le temps dt par le courant B dans A est égale à l'accroissement total du rapport $\frac{P}{I}$, multiplié par un coefficient ε (I étant l'intensité du courant A) ; en d'autres termes, elle est égale à $\varepsilon d(I_1 Q)$, le potentiel réciproque étant exprimé par $II_1 Q$. On suppose que les courants sont uniformes, c'est-à-dire que l'intensité est la même pour tous les points d'un même circuit.

La loi d'Ampère nous apprend que l'action réciproque de deux éléments de courant ds, ds_1 est égale à une constante multipliée par le produit

$$II_1 ds ds_1 \frac{3 \cos \theta \cos \theta_1 - 2 \cos \omega}{r^2}.$$

Les expériences d'où cette loi a été déduite ne sont peut-être pas à l'abri de toute objection ; néanmoins M. C. Neumann a cru devoir la prendre pour base de ses recherches, attendu que depuis cinquante ans elle a résisté à tous les efforts qu'on a faits pour l'ébranler. Il adopte également, comme suffisamment vérifiées par l'expérience, les deux lois de F. Neumann et la forme attribuée par ce dernier au potentiel de deux courants fermés.

Les hypothèses sur lesquelles s'appuie ensuite M. C. Neumann pour établir la loi élémentaire des actions électromotrices sont les suivantes : C'est d'abord le principe des forces vives, étendu à un système matériel quelconque, de manière qu'il comprend les phénomènes de chaleur ; puis la loi de Joule, concernant la chaleur que développe un courant. Ce sont ensuite les hypothèses fondamentales d'Ampère sur l'action réciproque de deux éléments de courant : cette action, en tant que pondéromotrice, est dirigée suivant la ligne qui joint les deux éléments ; elle est proportionnelle au

produit des intensités des deux courants, etc., et chaque élément peut être remplacé par ses trois projections. Enfin M. C. Neumann suppose que la force *électromotrice* induite en un point quelconque m d'un conducteur donné par un élément de courant $I_1 ds$, dans le temps dt , se compose de deux forces respectivement proportionnelles à I_1 et à ds_1 , et qui ne dépendent plus, en dehors de ces facteurs, que de la situation relative et du changement de la situation relative de l'élément ds_1 et du conducteur influencé. Ces forces s'annulent lorsque l'intensité I_1 et la situation relative de ds_1 et de m ne varient point.

La loi élémentaire de l'induction à laquelle M. Neumann se trouve conduit par ces hypothèses peut s'exprimer comme il suit : La force électromotrice que l'élément de courant $I_1 ds_1$ fait naître en un point m dans le temps dt se réduit à deux forces dirigées, l'une suivant la ligne r qui joint ds_1 à m , l'autre suivant ds_1 , et représentées, la première par

$$- \frac{A^2}{r^2} ds_1 d(r I_1 \cos \theta_1),$$

la seconde par

$$+ \frac{A}{r^2} ds_1 I_1 dr.$$

En partant de cette loi élémentaire et de celle d'Ampère, on retrouve les deux lois intégrales de F. Neumann, lesquelles n'avaient été établies, comme on sait, que pour le cas des conducteurs linéaires, mais qui peuvent être modifiées de manière qu'elles embrassent les conducteurs à trois dimensions. Ajoutons que M. C. Neumann n'accepte pas d'emblée, pour l'intensité des actions réciproques de deux éléments, la loi du carré inverse de la distance; il introduit une fonction inconnue de r qui ne se réduit à $\frac{1}{r^2}$ que pour des distances qui dépassent une certaine limite. Nous nous sommes contenté de transcrire ici les formules plus simples relatives à ce dernier cas. Dans beaucoup de recherches, il sera plus prudent de s'en tenir à la fonction inconnue de la distance, comme on le fait lorsqu'il s'agit de l'attraction moléculaire, qui est la cause des phénomènes de la cohésion, de l'élasticité, etc. M. Lamont s'est vu également conduit à fonder sa théorie du magnétisme sur l'existence d'une induction

moléculaire infiniment plus puissante que l'induction à distance, ou induction ordinaire, qui décroît en raison inverse du carré de la distance, et qui est la seule dont il soit question dans la théorie de Poisson.

L'hypothèse d'Ampère, d'après laquelle l'action réciproque (action pondéromotrice) de deux éléments de courant a lieu suivant la ligne qui joint les deux éléments, a été plus d'une fois contestée dans ces derniers temps. M. Neumann a tenté d'en faire abstraction, et il est encore retombé sur les deux lois élémentaires des forces électrodynamiques, telles qu'on les obtient en partant de l'hypothèse en question, ce qui lui paraît un nouvel argument en faveur de la théorie d'Ampère ⁽¹⁾.

M. Helmholtz est l'un de ceux qui ont voulu remplacer la loi d'Ampère par une loi différente, fondée sur d'autres principes; il admet l'existence d'un potentiel élémentaire d'où se déduirait directement l'action réciproque de deux éléments de courant ⁽²⁾. Mais les formules qui se déduisent de cette loi hypothétique n'expliquent pas la rotation des courants mobiles sous l'influence d'un aimant ou d'un multiplicateur circulaire, car le moment de rotation ainsi calculé est égal à zéro. M. Helmholtz a essayé d'écarter cette objection capitale, en alléguant que la rotation qu'on observe provient d'une action qui a pour siège le point de contact de l'extrémité du courant mobile avec le liquide conducteur; mais ce raisonnement ne semble pas assez concluànt pour justifier l'adoption de la loi nouvelle. Ce potentiel élémentaire, qui est, à proprement parler, l'élément de l'intégrale double par laquelle on représente le potentiel ordinaire, ne saurait être substitué à la loi d'Ampère que dans certains cas spéciaux (comme lorsque les circuits considérés sont formés par des fils rigides), et à titre de loi *apparente*; il donne, pour l'action réciproque de deux éléments, une force et un couple.

On n'a peut-être pas attaché assez d'importance à d'autres tentatives qui ont été faites pour arriver d'une manière directe à une loi élémentaire des actions réciproques des courants (actions pondéromotrices de M. Neumann), et parmi lesquelles il faut citer celles

(¹) *Abhandlungen der K. Gesellschaft der Wissenschaften*; 1873.

(²) *Monatsbericht der Berliner Akademie*; février 1873.

de MM. Grassmann, Hankel, Reynard. Hankel explique l'électricité par des tourbillons d'atomes, et parvient ainsi à rendre compte des attractions et des répulsions; mais la loi à laquelle il arrive pour l'action réciproque de deux éléments de courants n'est point celle d'Ampère, c'est celle de Grassmann : la pression résultante est *normale* à l'élément qui la subit. Peut-être, en développant cette théorie, s'assurerait-on si la loi d'Ampère est la seule conforme aux faits, et s'il faut définitivement rejeter les six autres lois que M. Stefan a récemment communiquées à l'Académie des Sciences de Vienne ⁽¹⁾ comme également possibles, et dont deux satisfont à la condition de l'égalité de l'action et de la réaction.

La marche suivie par M. Neumann pour établir ses formules est un modèle de circonspection et de rigueur mathématique; il ne fait pas un pas en avant sans s'être assuré de la solidité du terrain, et l'on ne perd jamais des yeux un seul instant la ligne qui sépare les hypothèses plausibles des vérités démontrées. Des tentatives comme celle qu'il vient de mener à bonne fin ont une grande importance, parce qu'elles coordonnent et relient entre eux les résultats d'une foule de recherches dont on n'aperçoit toute la fécondité que lorsqu'elles se trouvent rapprochées de manière à s'éclairer mutuellement. Il faut maintenant souhaiter que M. Neumann tente d'appliquer ses formules à quelques-uns des problèmes pratiques qui préoccupent aujourd'hui les physiciens. Les appareils d'induction, les machines magnéto-électriques et dynamo-électriques ont pris une si grande place dans la science et dans l'industrie, qu'une théorie de l'induction, accommodée aux besoins de la pratique, rendrait les plus grands services. Jusqu'à présent les inventeurs ont dû marcher sur ce terrain à tâtons, n'ayant pour se guider qu'un petit nombre de lois générales. Des formules appropriées à des cas spéciaux, des règles pratiques, seraient certainement bien venues, et en définitive c'est toujours là que les théories nouvelles trouvent leur consécration dernière.

R. R.

⁽¹⁾ *Wiener Sitzungsberichte*; 1869.

