

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 4
(1873), p. 72-91

[<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1873__4__72_0>](http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1873__4__72_0)

© Gauthier-Villars, 1873, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

T. LXXV, 2^e semestre 1872.N^o 1. Séance du 1^{er} juillet 1872.

BOURGET (J.). — *Théorie mathématique du mouvement d'une corde dont une des extrémités possède un mouvement périodique donné.*

Duhamel, le premier, avait étudié le cas où l'une des extrémités de la corde était animée d'un mouvement vibratoire déterminé perpendiculaire à la direction de la corde au repos (*Journal de Mathématiques*, t. VIII, 1843). M. Bourget a repris et complété cette théorie, à laquelle Duhamel avait donné peu de développements. Les résultats de l'Analyse permettent d'expliquer un grand nombre de circonstances singulières, et en particulier celles qui ont été observées par Melde.

MARIE (Max.). — *Sur quelques propriétés générales de l'enveloppe imaginaire des conjuguées d'un lieu plan.*

L'enveloppe imaginaire des conjuguées d'une courbe $f(x, y) = 0$ est, suivant M. Marie, le lieu des points imaginaires de contact des tangentes au lieu total $f(x, y) = 0$, dont les coefficients angulaires sont réels.

Voici quelques-unes des propriétés signalées par l'auteur :

La développée de l'enveloppe imaginaire des conjuguées d'un lieu est l'enveloppe imaginaire des conjuguées de la développée du lieu, et réciproquement. Les intégrales rectificatrices de l'enveloppe réelle et de l'enveloppe imaginaire d'un même lieu ont toujours les mêmes périodes, au facteur $\sqrt{-1}$ près.

RESAL (H.). — *Équations générales du mouvement d'un corps solide rapporté à des axes mobiles.*

FOURNIER. — *Résumé d'une méthode nouvelle et rapide*

pour la régulation des compas, à la mer, dans tous les cas possibles.

N° 2. Séance du 8 juillet 1872.

N° 3. Séance du 15 juillet 1872.

PAMBOUR (DE). — *Sur la théorie de la roue à réaction.*

RESPIGHI (L.). — *Réponse aux critiques présentées par le P. Secchi, à propos des observations faites sur quelques particularités de la constitution du Soleil.*

N° 4. Séance du 22 juillet 1872.

LE VERRIER. — *Sur les masses des planètes et la parallaxe du Soleil.*

M. Le Verrier pense que l'époque est arrivée où la détermination directe de la masse de la Terre peut être obtenue par l'emploi des variations séculaires des éléments des orbites des planètes avec une précision tout au moins égale à celle que comporte l'observation directe de la parallaxe du Soleil.

CAYLEY (A.). — *Sur la condition pour qu'une famille de surfaces données puisse faire partie d'un système orthogonal.*

BOUSSINESQ (J.). — *Sur les lignes de faite et de thalweg.*

N° 5. Séance du 29 juillet 1872.

VILLARCEAU (Yvon). — *Sur un nouveau théorème de Mécanique générale.*

Ce théorème est traduit algébriquement par l'équation suivante :

$$\sum \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{4} \frac{d^2 \sum m r^2}{dt^2} + \frac{1}{2} \sum f \Delta - \frac{1}{2} \sum R r \cos(R, r);$$

m est la masse d'un point matériel quelconque du système, v est sa vitesse, et r le rayon vecteur du point, c'est-à-dire sa distance à l'origine des coordonnées ; f est la force, supposée attractive, que les deux masses m et m' exercent l'une sur l'autre ; Δ désigne leur distance (si la force était répulsive, il faudrait considérer la valeur

de f comme négative); R est la force extérieure au système agissant sur la masse m .

M. Villarceau, en rappelant un théorème de M. Clausius : *la force vive moyenne d'un système est égale au viriel*, qui présente quelque analogie avec celui qu'on vient d'énoncer, fait observer que ces deux théorèmes ne sauraient être confondus; car l'emploi des moyennes et d'autres considérations ont fait disparaître du théorème de M. Clausius les termes

$$\frac{1}{4} \frac{d^2 \sum mr^2}{dt^2} + \frac{1}{2} \sum f \Delta.$$

CAYLEY (A.). — *Sur la condition pour qu'une famille de surfaces données puisse faire partie d'un système orthogonal.*

Suite du Mémoire de la séance précédente.

BOUSSINESQ (J.). — *Sur une manière simple de déterminer expérimentalement la résistance au glissement maximum dans un solide ductile, homogène et isotrope.*

N° 6. Séance du 5 août 1872.

SECCHI (Le P.). — *Sur l'éruption solaire observée le 7 juillet, et sur les phénomènes qui l'ont accompagnée.*

CAYLEY (A.). — *Sur les surfaces orthogonales.*

Étant donnée une surface d'une famille de surfaces qui fait partie d'un système orthogonal, on peut se proposer de trouver de la manière la plus générale cette famille de surfaces. M. Cayley aborde cette question en cherchant à développer les trois coordonnées suivant les puissances d'un paramètre; il indique les trois premiers termes des trois développements; les formes obtenues (p. 384) sont remarquables.

N° 7. Séance du 12 août 1872.

VILLARCEAU (Yvon). — *Suite aux applications du nouveau théorème de Mécanique générale à l'équilibre des gaz, présentées dans la séance du 29 juillet.*

CAYLEY (A.). — *Sur les surfaces orthogonales.*

Suite et fin du Mémoire présenté dans la séance précédente.

MM. LE VERRIER et WOLF communiquent une Note des étoiles filantes observées les 9, 10 et 11 août 1872.

MORIN (Le général). — *Rapport sur un Mémoire présenté par M. Graeff, ayant pour titre : « De l'action que la digue du Pinay exerce sur les crues de la Loire, à Roanne ».*

M. le général Morin conclut en ces termes :

« L'analyse que nous venons de faire du nouveau Mémoire de M. Graeff montre que, si la méthode simple d'observation adoptée par l'auteur exige du temps et de la persévérance, elle a, d'une autre part, l'avantage de conduire à des résultats certains, conformes à l'ensemble des faits, et qui peuvent servir de base à l'étude des graves questions que soulève le fléau des inondations. Les applications que l'auteur en a faites ont été assez heureuses pour que son exemple soit imité par les ingénieurs, et, en les portant à la connaissance du public, il aura fait faire à la science de l'Hydraulique un progrès considérable et fécond. »

N° 8. Séance du 19 août 1872.

MARIE (MAX.). — *Détermination du périmètre de la région de convergence de la série de Taylor et des portions des différentes conjuguées comprises dans cette région, ou construction du tableau général des valeurs d'une fonction que peut fournir le développement de cette fonction suivant la série de Taylor.*

N° 9. Séance du 26 août 1872.

LE VERRIER. — *Détermination des actions mutuelles de Jupiter et de Saturne, pour servir de base aux théories respectives des deux planètes.*

Dans la séance du 20 mai, M. Le Verrier avait présenté à l'Académie un ensemble de recherches relatives aux théories des quatre grosses planètes du système solaire ; il communique aujourd'hui la partie du travail commune aux actions mutuelles de Jupiter et de Saturne ; cette partie est prête pour l'impression.

PETERS (C.). — *Lettre relative à la découverte de deux nouvelles petites planètes, désignées provisoirement par (122) et (123).*

MARIE (MAX.). — *Théorie élémentaire des intégrales simples et de leurs périodes.*

VICAIRE (E.). — *Sur la constitution physique du Soleil.*

RIBAUCOUR (A.). — *Sur la représentation sphérique des surfaces.*

Après avoir indiqué quelques résultats relatifs à la représentation sphérique des surfaces, M. Ribaucour exprime, à l'aide des coordonnées imaginaires employées par M. O. Bonnet, la condition pour qu'une famille de surfaces appartienne à un système triplement orthogonal, condition déjà donnée d'après une autre méthode par M. Cayley, dans la séance du 22 juillet 1872.

GASPARIS (DE). — *Lettre sur le nouveau théorème de Mécanique que M. Villarceau a fait connaître dans la séance du 29 juillet 1872.*

LE VERRIER et CHAPELAS. — *Notes sur les étoiles filantes des 8, 9, 10 et 11 août 1872.*

N° 10. Séance du 2 septembre 1872.

MARIE (MAX.). — *Théorie élémentaire des intégrales doubles et de leurs périodes.*

M. Marie se propose de faire, pour la théorie des intégrales doubles, ce qu'il a fait dans le Mémoire précédent (séance du 26 août) pour les intégrales simples : la dégager de toutes considérations géométriques.

Première Partie : Définition et évaluation d'une intégrale double prise entre des limites imaginaires.

N° 11. Séance du 9 septembre 1872.

SECCHI (Le P.). — *Observation des variations des diamètres solaires; observation des protubérances et de la chromosphère;*

observation des étoiles filantes; aurore boréale observée à Rome le 10 août, à 10 heures du matin.

MARIE (Max.). — *Théorie élémentaire des intégrales doubles et de leurs périodes (suite).*

Théorème de l'indépendance de la valeur de l'intégrale double et des valeurs intermédiaires des variables, les limites restant les mêmes.

JORDAN (C.). — *Sur les lignes de faite et de thalweg : réponse aux observations de M. Boussinesq.*

Voir séances du 3 juin et du 22 juillet 1872.

TARRY. — *Sur la constitution de l'essaim d'étoiles filantes d'août.*

N° 12. Séance du 16 septembre 1872.

FAYE. — *Note relative à un Mémoire de M. Hirn sur les conditions d'équilibre et sur la nature probable des anneaux de Saturne.*

MORIN (Le général). — *Note sur le Traité de Balistique extérieure de M. le général major Mayevski.*

Cet Ouvrage, dont l'édition russe, publiée en 1870, est divisée en douze Chapitres, constitue un Traité complet sur la question.

MARIE (Max.). — *Théorie élémentaire des intégrales doubles et de leurs périodes (suite).*

Des périodes des intégrales doubles.

OUDEMANS (Le Dr). — *Extrait du Rapport général des observations faites aux Indes néerlandaises sur l'éclipse totale de Soleil du 12 décembre 1871, rédigé sur les Rapports des différents observateurs, par M. le Dr Oudemans.*

N° 13. Séance du 23 septembre 1872.

MARIE (Max.). — *Théorie des résidus des intégrales doubles.*

LEVEAU. — *Éléments et éphéméride de la planète* (103).

ZEUTHEN (G.). — *Résultats d'une recherche des caractéristiques des systèmes élémentaires de quartiques.*

Cette première étude d'une question délicate et difficile donne le moyen de trouver les caractéristiques des systèmes élémentaires de quartiques, et montre quelles sont leurs courbes exceptionnelles.

N° 14. Séance du 30 septembre 1872.

BERTRAND (J.). — *Sur la démonstration de la formule qui représente l'action élémentaire de deux courants.*

Le premier théorème, démontré expérimentalement par Ampère, consiste en ce que deux courants de même extrémité, et toujours très-voisins l'un de l'autre, exercent la même action sur un conducteur mobile, quelles que soient les sinuosités de la route parcourue par l'un d'eux. D'après le second théorème, l'action exercée par un conducteur fermé quelconque sur un élément est normale à cet élément. Ces deux lois expérimentales, découvertes par Ampère, indépendamment l'une de l'autre, sont celles dont Ampère a su déduire la loi des attractions électrodynamiques. M. Bertrand démontre, dans cette Note, que ces deux lois ne sont pas distinctes en réalité, comme on l'a cru jusqu'ici, et que la première est la conséquence nécessaire de la seconde.

CHASLES. — *Détermination immédiate, par le principe de correspondance, du nombre des points d'intersection de deux courbes d'ordre quelconque, qui se trouvent à distance finie.*

M. Chasles déduit du principe de correspondance une démonstration immédiate de cette proposition fondamentale : « Deux courbes d'ordre p et p' ont toujours pp' points communs, réels ou imaginaires », l'ordre p d'une courbe étant défini seulement par cette propriété géométrique, que la courbe est rencontrée en p points, réels ou imaginaires, par une droite quelconque.

Le second théorème, démontré par M. Chasles à l'aide du même principe, est le suivant :

Lorsque deux courbes d'ordre p et p' sont représentées par les deux équations

$$(x^m, y^n)^p = 0, \quad (x^{m'}, y^{n'})^{p'} = 0,$$

de degrés p et p' , dans lesquelles les puissances supérieures de x et y sont m, n , et m', n' , le nombre de leurs points d'intersection

situés à distance finie est

$$pp' - (p - m)(p' - m') - (p - n)(p' - n') - \omega,$$

ω étant le nombre des points d'intersection des deux courbes qui peuvent se trouver à l'infini, autres que ceux qui s'y trouvent sur les axes de coordonnées, en nombre

$$(p - m)(p' - m') + (p - n)(p' - n').$$

Il faut observer que la détermination de la quantité ω peut devenir souvent fort délicate, lorsqu'il y a des points multiples communs à l'infini, pour lesquels plusieurs asymptotes coïncident.

SECCHI (Le P.). — *Recherches spectroscopiques solaires.*

M. BERTRAND présente à l'Académie un Ouvrage posthume de M. Duhamel, intitulé : « Essai d'une application des méthodes à la science de l'homme moral. »

MARIE (Max.). — *Théorie des résidus des intégrales doubles* (suite et fin).

TISSERAND. — *Sur le mouvement des planètes autour du Soleil, d'après la loi électrodynamique de Weber.*

D'après cette loi, la force qui produit le mouvement de la planète autour du Soleil est

$$F = \frac{f m \mu}{r^2} \left(1 - \frac{1}{h^2} \frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2}{h^2} r \frac{d^2 r}{dt^2} \right),$$

où f est la constante de l'attraction universelle, m la masse de la planète, μ la somme de cette masse et de celle du Soleil, r la distance de la planète au Soleil, et h la vitesse avec laquelle l'attraction se propage dans l'espace.

L'intégration des équations du mouvement a été faite rigoureusement à l'aide des fonctions elliptiques. M. Tisserand s'est proposé d'obtenir des formules approchées en posant $F = \frac{f \mu m}{r^2} + F_1$, et en regardant F_1 comme une force perturbatrice; et il arrive à la conclusion suivante : « Dans la loi de Weber, les éléments elliptiques restent les mêmes que dans la loi de Newton; la longitude

du périhélie seule se trouve augmentée de $\frac{f\mu}{h^2} \frac{n}{a} t$, quantité d'autant plus grande que la planète est plus rapprochée du Soleil. »

STEPHAN. — *Éphéméride et éléments de la planète* (122), découverte par M. Peters, à Clinton, le 31 août 1872.

LUTHER (R.). — *Observation de la planète* (95), faite à l'Observatoire de Bilk-Düsseldorf.

N° 15. Séance du 7 octobre 1872.

FAYE. — *Note relative à un Mémoire de M. Clerk Maxwell sur la stabilité des anneaux de Saturne.*

Le Mémoire de M. Clerk Maxwell, analysé par M. Airy, en 1859, dans les *Monthly Notices* de la Société Royale Astronomique de Londres, a pour objet, comme celui de M. Hirn, présenté dans la séance du 16 septembre 1872, l'étude de la stabilité des anneaux de Saturne. Voici la conclusion de M. Faye : « Malgré la haute importance de la belle étude de M. Maxwell, je crois qu'on lira avec intérêt le travail de notre savant correspondant, M. Hirn, dans lequel la question me paraît avoir été traitée peut-être avec moins de généralité mécanique, mais avec un remarquable sentiment de la réalité physique. L'opinion de M. Hirn sur les réactions thermiques engendrées dans des anneaux fluides mérite particulièrement d'être rapprochée de celle de M. Maxwell, qui a abordé également ce genre de considérations. »

STRUVE (O.). — *Sur l'exactitude qui doit être attribuée à la valeur du coefficient constant de l'aberration déterminée à Poulkova.*

M. Struve pense qu'il faut accepter la valeur 20'', 445 comme coefficient constant de l'aberration, et qu'on doit admettre pour cette valeur une erreur probable de 0'', 017.

CALIGNY (DE). — *Sur les effets de la communication latérale du mouvement d'un cours d'eau qui traverse un réservoir, et sur les dépôts ou bancs de sable qui en résultent.*

BOUSSINESQ (J.). — *Sur les lignes de faite et de thalweg.*

N° 16. Séance du 14 octobre 1872.

M. TRESCA fait connaître à l'Académie que la Commission internationale du mètre, dont il est un des secrétaires, et dont un assez grand nombre de ses confrères font partie, a terminé ses délibérations; il présente le *Relevé méthodique des résolutions de la Commission internationale du mètre, réunie à Paris en 1872*.

VILLARCEAU (Yvon). — *Sur la constante et l'aberration de la vitesse de la lumière, considérées dans leurs rapports avec le mouvement absolu de la translation du système solaire.*

BERTRAND (J.). — *Observations présentées à l'occasion du dernier cahier du Journal für die reine und angewandte Mathematik, publié à Berlin (t. 75, 1^{er} cahier).*

Dans ce cahier du *Journal de Mathématiques*, M. Helmholtz discute les objections nombreuses soulevées par sa théorie nouvelle des actions électrodynamiques, et en particulier celles que M. Bertrand avait présentées dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (séance du 23 octobre 1871). M. Bertrand examine l'objection décisive qu'il avait adressée à M. Helmholtz, et démontre l'impossibilité absolue de la réponse proposée par ce physicien.

MARIE (Max.). — *Extension de la méthode de Cauchy à l'étude des intégrales doubles, ou théorie des contours élémentaires dans l'espace.*

MASSIEU (F.). — *Note sur la loi des tensions maxima des vapeurs.*

M. Massieu présente une démonstration directe d'une conséquence qu'il avait déduite de ses études sur les *fonctions caractéristiques des fluides* (*Bulletin*, t. I, p. 344), savoir : que la loi des tensions maxima peut s'exprimer au moyen des trois quantités suivantes : la chaleur spécifique c du liquide, sa chaleur d'évaporation r , et la chaleur spécifique k de sa vapeur sous pression constante.

M. CHASLES présente à l'Académie, de la part de M. Govi, un Ouvrage intitulé : *Il S. Offizio, Copernico e Galileo, a proposito*
Bull. des Sciences mathém. et astron., t. IV. (Février 1873.)

di un Opuscolo postumo del P. Olivieri sullo stesso argomento. Appunti di Gilberto Govi. Torino, 1872.

M. Govi conclut que la partie relative aux derniers jours de la résidence de Galilée au palais de l'Inquisition est couverte encore d'une certaine obscurité et d'indécision, et peut faire désirer la publication complète de ce qui se rapporte à ce grand fait du xvii^e siècle.

N^o 17. Séance du 21 octobre 1872.

VILLARCEAU (YVON). — *Note accompagnant la présentation d'un Mémoire et d'une lettre de M. de Magnac sur l'emploi des chronomètres à la mer.*

CLAUSIUS. — *Sur l'équation mécanique dont découle le théorème du viriel.*

M. Villarceau, en présentant dans la séance du 27 juillet un nouveau théorème de Mécanique générale, avait cité un théorème de M. Clausius, qui avait de l'analogie avec le sien, et avait dit que le nouveau théorème présentait une généralité qui manquait à celui de M. Clausius. M. Clausius conteste d'abord, dans la Note actuelle, la validité de cette assertion; il reprend ensuite le même sujet, et donne à l'équation dont il s'agit d'autres formes utiles et intéressantes.

CALIGNY (DE). — *Théorie de plusieurs systèmes d'écluses de navigation.*

MARIE (MAX.). — *Extension de la méthode de Cauchy à l'étude des intégrales doubles, ou théorie des contours élémentaires dans l'espace (suite et fin).*

STEPHAN. — *Éléments et coordonnées de la planète $\textcircled{123}$.*

La planète $\textcircled{123}$ a été découverte par M. Peters, à Clinton.

MAGNAC (DE). — *Sur la détermination des longitudes par les chronomètres.*

ZEUTHEN (G.). — *Équations de quartiques dont une partie se réduit à une droite double.*

Dans une Communication du 23 septembre 1872 sur les caractéristiques des systèmes élémentaires des quartiques générales,

M. Zeuthen avait donné une énumération complète des courbes singulières qu'on rencontre dans ces systèmes; il y avait joint les équations de quelques-unes de ces courbes limites; il complète aujourd'hui sa première Communication, en donnant les équations des quartiques dont une partie se réduit à une droite double, et en indiquant exactement le nombre de sommets.

VOLPICELLI. — *Sur la nature probable des anneaux de Saturne, et sur le bolide signalé le 31 août aux environs de Rome.*

N° 18. Séance du 28 octobre 1872.

VILLARCEAU (Yvon). — *Note concernant un nouveau théorème de Mécanique générale.*

M. Villarceau combat les prétentions que M. Clausius a émises dans sa Communication du 21 octobre 1872.

RESAL. — *Équations du mouvement d'une courbe funiculaire assujettie à rester plane.*

BOUSSINESQ (J.). — *Essai sur la théorie des eaux courantes.*

Ce Mémoire, dit l'auteur, contient : 1° une théorie nouvelle et rigoureuse du mouvement permanent des eaux, uniforme ou graduellement varié, dans les tuyaux de conduite et dans les canaux découverts; 2° l'étude, en tenant compte de l'influence de la courbure des filets fluides, d'un mouvement, permanent ou non permanent, d'un liquide dans un canal de grande largeur et dont le fond a son profil longitudinal droit ou courbe, mais sensiblement contenu dans un plan vertical.

STEPHAN. — *Observations et éphémérides de la planète* (123).

JORDAN (C.). — *Nouvelles observations sur les lignes de faite et de thalweg.*

Voir sur cette question les communications faites dans les séances des 3 juin, 22 juillet, 9 septembre, 7 octobre, 28 octobre 1872.

N° 19. Séance du 4 novembre 1872.

BEQUEREL. — *Mémoire sur l'origine solaire probable de l'électricité atmosphérique.*

FAYE. — *Sur les photographies de la Lune de M. Lewis Rutherford* (New-York).

Il suffit d'un coup d'œil sur ces magnifiques épreuves, dit M. Faye, pour faire apprécier les services qu'elles pourraient rendre à l'étude de la Géologie lunaire.

MARIE (MAX.). — *Théorie élémentaire des intégrales d'ordre quelconque et de leurs périodes.*

LEVEAU. — *Éléments et éphémérides de la planète* ⁽¹²⁵⁾, découverte à l'Observatoire de Paris par M. Henry.

LEVY (M.). — *Mémoire sur la théorie des équations à différences partielles du second ordre à deux variables indépendantes.*

Le principal but de ce travail est, d'après l'auteur, de trouver d'une manière générale toutes les intégrales des équations à différences partielles du second ordre à deux variables indépendantes, qu'il est possible d'obtenir moyennant l'intégration d'équations à différences ordinaires.

N° 20. Séance du 11 novembre 1872.

FAYE. — *Sur la triangulation géodésique du premier ordre, qui sert de fondement à la nouvelle carte de l'Algérie du Dépôt de la Guerre,*

Après avoir rendu compte des opérations topographiques exécutées en Algérie, M. Faye termine ainsi : « J'exprime ma conviction que le monde savant accueillera avec le plus vif intérêt l'apparition du dixième Tome du *Mémorial du Dépôt de la Guerre* dont M. le Ministre a désiré signaler à votre attention la partie principale, comme pour vous montrer que nos jeunes officiers sont dignes en tout point de leurs savants prédécesseurs. »

Le Tome X du *Mémorial* doit contenir un Mémoire de M. le capitaine Perrier, relatif à la détermination d'une grande chaîne géodésique en Algérie.

FAYE. — *Lettre de M. Faye à M. Becquerel sur l'origine solaire de l'électricité atmosphérique.*

BECQUEREL. — *Mémoire sur l'origine solaire de l'électricité atmosphérique.* (2^e Partie.)

LE VERRIER. — *Détermination des variations séculaires des éléments des quatre planètes : Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune.*

Les variations progressives que les plans des orbites et les éléments des ellipses éprouvent dans la suite des siècles sont données par seize équations différentielles qui ne sont pas linéaires. M. Le Verrier s'est servi du développement en séries pour obtenir une solution qui puisse suffire aux besoins de l'Astronomie, et se prêter aux discussions que comporteront dans l'avenir les comparaisons de l'ensemble des opérations faites pendant une longue suite de siècles. On trouve en effet, dans le travail actuel, les valeurs des éléments pendant 2000 ans, à partir de 1850, déterminées avec toute la précision que réclameront les travaux astronomiques.

HENRY (Paul) et HENRY (Prosper). — *Découverte de deux nouvelles petites planètes, faite à l'Observatoire de Paris, dans la nuit du 5 au 6 novembre.*

(¹²⁶) 11^e grandeur ; (¹²⁷) 11^e,5 grandeur.

STEPHAN. — *Observations des planètes (¹²⁶) et (¹²⁷), faites à Marseille le 9 novembre.*

DURRANDE. — *De l'accélération dans le déplacement d'un système de points qui reste homographique à lui-même.*

Il s'agit d'un système de points, pouvant se déformer de telle sorte que les vitesses des divers points aient pour projections sur les trois axes de coordonnées des fonctions linéaires des coordonnées des points correspondants. Deux Notes ont été déjà présentées sur ce sujet (*Comptes rendus* des 18 septembre 1871 et 6 mai 1872).

N^o 21. Séance du 18 novembre 1872.

TRESCA. — *Note sur la forme qu'il convient de donner aux mètres que la Commission internationale doit construire.*

M. Tresca développe les considérations qui l'ont conduit à adopter une forme en X, qui laissât la surface neutre à découvert, pour la construction des mesures à traits, et qui satisfait autant que possible à la condition d'une grande rigidité.

PERRIER (F.). — *Prolongation de la méridienne de France jus-*

qu'au Sahara, par la jonction trigonométrique de l'Algérie avec l'Espagne.

M. Perrier établit que la possibilité de passer directement des sierras de Grenade aux sommets de l'Atlas est un fait désormais acquis à la science, et que la France peut opposer, à l'arc russe et à l'arc mesuré de l'Europe centrale, un arc non moins important, l'arc français, qui, traversant des plaines, des montagnes très-élevées, la mer du Nord et la Méditerranée, fournira à la science un vaste champ d'études nouvelles.

MARIE (MAX.). — *Théorie élémentaire des intégrales d'ordre quelconque et de leurs périodes* (suite et fin).

LUCAS (F.). — *Nouvelle méthode d'Analyse, fondée sur l'emploi des coordonnées imaginaires.*

L'auteur appelle *coordonnée imaginaire* l'expression

$$z = x + y\sqrt{-1},$$

par laquelle on peut représenter le point du plan dont l'abscisse et l'ordonnée, relativement à deux axes imaginaires, sont respectivement x et y .

TISSERAND (F.). — *Sur la planète $\textcircled{116}$, découverte à Hamilton-College, le 8 septembre 1871, par M. Peters.*

BOURGET (J.). — *Théorie mathématique des expériences acoustiques de Kundt.*

La solution du problème de Kundt se ramène évidemment, dit M. Bourget, à celle du problème suivant : « L'une des extrémités d'un tuyau fermé est animée d'un mouvement périodique permanent donné, dont la vitesse pendulaire est $V = H \sin 2n\pi t$; trouver le mouvement que prendra le gaz dans le tube. » La théorie que M. Bourget donne des expériences de Kundt permet aussi de se rendre compte de certaines anomalies, observées dans les tuyaux sonores ordinaires.

L. P.

JOURNAL FÜR DIE REINE UND ANGEWANDTE MATHEMATIK, herausgegeben von C.-W. BORCHARDT.

T. 75, Cahiers 1 et 2, 1872.

HESSE (O.). — *Un cycle d'équations à déterminants (généralisation analytique du théorème de Pascal)*. (12 p.)

On connaît la figure compliquée, mais intéressante, découverte par Steiner, lorsqu'il chercha à généraliser le théorème de Pascal. Dans un Mémoire, inséré au Tome 42 du *Journal de Crelle*, M. Hesse a déjà signalé un système de vingt équations linéaires identiques, qui font sauter aux yeux, dans un tableau très-simple, les propriétés caractéristiques de cette figure. A présent, l'habile géomètre, après avoir donné l'interprétation géométrique de ces équations, développe une suite de déterminants, provenant tous d'un même déterminant du degré n , et liés entre eux par des équations tout à fait semblables au tableau mentionné. Si $n = 1$, on revient aux équations qui caractérisent la figure de Steiner.

SCHROETER (H.). — *Sur la construction, donnée par v. Staudt, du polygone régulier de dix-sept côtés* (t. 23, p. 251 du même Journal). (12 p.)

D'une manière synthétique et très-élémentaire, l'auteur développe les équations quadratiques qui mènent à la solution du problème; puis il en déduit une construction élégante, fondée sur les mêmes principes que celle de v. Staudt. M. Schroeter construit directement tous les sommets du polygone de dix-sept côtés, à l'aide d'un procédé qui se répète plusieurs fois et qui permet de tracer la figure sur une feuille de petite étendue.

BACHMANN (P.). *Sur la théorie des algorithmes jacobiens, semblables aux fractions continues*. (10 p.)

Un Mémoire posthume de Jacobi (même Journal, t. 69, p. 29) contient des calculs par lesquels on parvient à des algorithmes semblables à ceux des fractions continues. En les appliquant aux nombres complexes qu'on peut former avec les racines d'une équation cubique, Jacobi obtint un développement périodique, résultat vérifié dans quelques exemples sans avoir été démontré par lui. Dans le présent Mémoire, M. Bachmann démontre quelques-uns des théorèmes généraux qui se rapportent aux racines cubiques d'un nombre entier. Cette analyse, ayant été approfondie, semble pouvoir mener

à un caractère arithmétique des racines cubiques analogue à celui des racines carrées d'un nombre entier, tel qu'il est constitué par les fractions continues. (C. HERMITE, même Journal, t. 40, p. 286.)

HELMHOLTZ (H.). — *Sur la théorie de l'électrodynamique* (second Mémoire. Critique). (32 p.)

Le Mémoire du célèbre auteur « Sur les équations du mouvement de l'électricité pour les corps conducteurs au repos » (même Journ., t. 62. — Voir Bulletin, t. III, p. 142) a provoqué différentes objections de la part de MM. W. Weber, J. Bertrand, C. Neumann. Le nouveau Mémoire est consacré à éclaircir ce qui est resté obscur ou ce qui a été mal entendu, à approfondir ce que l'auteur avait légèrement effleuré, à réfuter ce qui lui a été injustement reproché.

Voici comment M. Helmholtz fait le résumé de la discussion, en tant qu'elle concerne la loi de Weber :

1. « Pour expliquer les phénomènes de l'électrodynamique, il n'est pas nécessaire de concevoir l'hypothèse d'une espèce particulière de forces fondamentales qui dépendent non-seulement de la position, mais encore du mouvement des masses efficaces.

2. « Si l'on réduit les phénomènes à ce genre de forces..., on parvient à des conséquences inadmissibles, telles que la possibilité d'un mouvement perpétuel et l'équilibre instable de l'électricité pour les conducteurs.

3. « Ces conséquences inadmissibles ne peuvent être écartées, à l'aide des hypothèses faites par MM. Weber et Neumann, concernant une masse inerte des fluides électriques et de forces additionnelles moléculaires, que pour des corps conducteurs de petites dimensions.

4. « A moins qu'on n'ait trouvé des hypothèses auxiliaires qui suffisent à écarter complètement l'équilibre instable et la possibilité d'un mouvement croissant jusqu'à l'infini, il semble que, quand même on réussirait à déduire de l'hypothèse de Weber une explication plausible, cette explication soit mal fondée. »

Le dernier paragraphe est dirigé contre les objections de M. Bertrand. M. Helmholtz se propose de montrer que les forces électromotrices, telles que lui et M. Kirchhoff les ont introduites dans les formules du potentiel, ont en effet une direction et une grandeur fixes; qu'il est donc permis d'employer le potentiel dans cette théorie.

WEYR (Ed.). — *Évaluation du rapport anharmonique de quatre droites passant par un point et touchant deux coniques.* (8 p.; fr.)

Soient $S = 0$ et $S' = 0$ les équations de deux coniques quelconques; Δ et Δ' les discriminants respectifs de S et S' ; enfin F le covariant des formes S et S' ; alors l'équation, qui a pour racines les rapports anharmoniques, sera

$$x^2 - 2 \frac{F^2 + 4\Delta\Delta'SS'}{F^2 - 4\Delta\Delta'SS'} x + 1 = 0.$$

WEBER (H.) (de Zurich). — *Sur les fonctions besséliennes et leur application à la théorie des courants électriques.* (31 p.)

Il y a un grand nombre d'intégrales définies où les fonctions trigonométriques et exponentielles sont comprises sous l'intégrale. Dans un Mémoire antérieur, l'auteur avait déjà prouvé l'existence d'autres intégrales définies, où les fonctions besséliennes jouent un rôle analogue. Actuellement M. Weber développe quelques-unes de ces intégrales, qui sont étroitement liées à certains problèmes de Physique. Dans la seconde Partie du Mémoire, il en fait l'application à la théorie des courants électriques, surtout à un problème qui comprend comme cas spécial le problème des anneaux de Nobili, traité déjà par Riemann. Après avoir modifié le problème en ce qui concerne les électrodes et les surfaces limites des corps conducteurs, l'auteur observe, à la fin de son savant Mémoire, que les fonctions besséliennes ne se prêtent pas à la représentation de fonctions arbitraires sur la surface cylindrique, et que, à ce point de vue, elles ne sont donc pas l'analogue des fonctions dites « sphériques. » Il semble que ce soit pour cette raison que M. Weber a retenu le nom de « fonctions besséliennes », au lieu du nom de « fonctions cylindriques », proposé par M. Heine (t. 69 du même Journal).

PASCH. — *Sur la théorie des complexes linéaires.* (60 p.)

La liaison qui existe entre les coordonnées de point et de ligne dans le plan, entre les coordonnées de point et de plan dans l'espace, se trouve établie par l'équation qui exprime la position réunie des éléments existant en dualité les uns à côté des autres. Pareillement, les problèmes où se rencontrent les coordonnées de ligne dans l'espace (selon Plücker), et d'autres coordonnées, sont caractérisés par-

ticulièrement par les équations qui expriment que deux points et une droite sont situés dans le même plan, ou que deux plans se rencontrent au même point d'une droite. Le Mémoire traite d'abord des problèmes élémentaires de ce genre; puis la recherche s'étend aux complexes du premier degré et à des groupes de complexes de cet ordre. Les résultats obtenus servent de fondement à la solution de questions plus compliquées, relatives à la théorie des complexes linéaires. Enfin l'auteur entre dans une discussion détaillée du groupe à trois termes, formé de complexes linéaires, c'est-à-dire de l'ensemble des droites qui appartiennent en même temps à trois complexes linéaires, et partant, à chacun du « groupe à trois termes. » On peut envisager cette partie comme supplément de la théorie des surfaces du second ordre.

DURÈGE (H.). — *Sur les formes des courbes du troisième ordre.* (13 p.)

Partant de considérations purement géométriques, M. Durège parvient à diviser toutes les courbes du troisième ordre, sans point double, en deux genres :

Premier genre. La courbe se compose de deux parties séparées, U et S; chaque point de U donne lieu à quatre tangentes réelles; chaque point de S à quatre tangentes imaginaires de la courbe. U s'étend à l'infini, ses deux branches ont la même asymptote.

a. *Une asymptote rectiligne.* S est une ovale.

b. *Trois asymptotes rectilignes.* S se compose de deux parties qui s'unissent à l'infini, et dont les branches appartiennent deux à deux aux deux autres asymptotes, de même que les branches d'une hyperbole.

c. *Une asymptote rectiligne et une autre parabolique* (cas limite). S est une courbe qui s'étend à l'infini et dont les branches touchent la droite à l'infini.

Second genre. La courbe ne présente qu'un seul trait, qui se ferme à l'infini. Chaque point de la courbe donne lieu à deux tangentes réelles et à deux imaginaires.

a. *Une asymptote rectiligne.* La courbe se compose d'un seul trait, dont les branches ont la même asymptote.

b. *Trois asymptotes rectilignes.* La courbe se compose de trois

parties allant à l'infini. Deux branches qui n'appartiennent pas au même trait ont toujours la même asymptote.

c. *Une asymptote rectiligne et une autre parabolique* (cas limite). La courbe se compose de deux traits allant à l'infini. Une branche de chaque trait appartient à l'asymptote rectiligne, l'autre à l'asymptote parabolique.

ROSANES. — *Sur une espèce de fonctions qui possèdent des propriétés semblables aux déterminants fonctionnels.* (6 p.)

ROSANES. — *Sur la représentation des formes binaires par des sommes de puissances.* (5 p.)