

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

G. DARBOUX

Revue bibliographique

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 3
(1872), p. 7-10

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1872__3__7_0>

© Gauthier-Villars, 1872, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

BULLETIN
DES
SCIENCES MATHÉMATIQUES
ET
ASTRONOMIQUES.

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.

DURÈGE (H), ord. Prof. an der Universität zu Prag. — **DIE EBENEN CURVEN DRITTER ORDNUNG, eine Zusammenstellung ihrer bekannteren Eigenschaften.** — Leipzig, Teubner; 1871.

La théorie des courbes planes de degré supérieur a fait, depuis le commencement du siècle, des progrès considérables, dont l'origine se trouve dans les méthodes fécondes de la Géométrie moderne, et qui ont doté l'Analyse de deux moyens puissants d'investigation : les coordonnées homogènes et les coordonnées trilinéaires. L'Algèbre, mise en possession d'une méthode générale et uniforme, a tenu dignement sa place à côté des méthodes synthétiques; la théorie des invariants, celle des fonctions abéliennes permettent de pénétrer avec facilité au cœur de la théorie des courbes algébriques et d'en développer les propriétés avec un ordre et une élégance dignes d'être remarqués. Les courbes planes du 3^e ordre, étudiées depuis longtemps déjà par Newton, Maclaurin, Euler, ont été plus spécialement considérées par les analystes modernes, et l'on a pu ajouter un grand nombre de propositions

(¹) DURÈGE (H.), professeur à l'Université de Prague. *Les courbes planes du 3^e ordre, exposition systématique de leurs propriétés les plus connues.* In-8^o, xii-334 pages avec 44 figures dans le texte. Prix : 9^{fr}, 75.

nouvelles à celles qui nous avaient été léguées par les anciens géomètres. M. Salmon, dans un Traité peu connu et très-rare, a étudié exclusivement les propriétés de ces courbes; M. Cremona, dans son *Introduction à une théorie générale des courbes planes*, leur a consacré toute une partie de son exposition. M. Cayley leur avait appliqué les méthodes de l'Algèbre moderne et de la théorie des invariants. M. Clebsch, à son tour, a développé dans le *Journal de Borchardt* les rapports que présente la théorie des courbes du 3^e ordre avec celle des fonctions elliptiques. De cette manière, le célèbre théorème de Maclaurin, *les propriétés des points d'inflexion*, et plusieurs théorèmes de M. Salmon deviennent pour ainsi dire évidents, et, une fois les principes bien compris, le lecteur est mis en possession d'une méthode simple qui lui permet de résoudre les questions en apparence les plus difficiles.

M. Durège, dont les leçons sur les fonctions elliptiques ont eu, comme on sait, le plus grand succès, s'est proposé d'appliquer son remarquable talent d'exposition à la théorie des courbes planes du 3^e ordre. Le nouveau volume de 330 pages qu'il vient de publier est écrit avec la plus grande clarté, et il est de nature à être compris par toute personne ayant suivi un cours élémentaire de Géométrie analytique. L'auteur, dans une Introduction de 130 pages, développe avec soin toutes les propositions dont il aura besoin. Un premier chapitre est consacré aux lemmes empruntés à l'Algèbre. Dans le second et le troisième, l'auteur expose avec beaucoup de clarté la théorie des coordonnées homogènes et les propositions de la théorie des coniques dont il aura besoin, soit pour la construction de la courbe du 3^e ordre déterminée par 9 points, soit pour la démonstration de quelques théorèmes. La fin de l'Introduction est consacrée aux propositions de la théorie générale des courbes algébriques sur la *classe*, les *points multiples*, les *points d'inflexion*, la *Hessienne*, et sur un mode spécial de transformation dû à Steiner et développé par lui en 1832.

La deuxième Partie de l'Ouvrage traite des propriétés des courbes du 3^e ordre. L'auteur y montre comment on peut construire la courbe générale du 3^e ordre, déterminée par neuf points ou par d'autres conditions; comment on peut construire le neuvième point commun à toutes les cubiques passant par huit points, etc.

La théorie des polaires trouve naturellement son application dans

l'étude des courbes du 3^e ordre. Un point du plan a, par rapport à la courbe, une *droite polaire* et une *conique polaire*. Il faut aussi considérer ce que M. Cremona a appelé la *polaire mixte de deux points* A, B. C'est la droite polaire de A par rapport à la conique polaire de B, ou inversement la droite polaire de B par rapport à la conique polaire de A. On appelle encore *poloconique* d'une droite G l'enveloppe des droites polaires de tous les points de G, ou le lieu des points dont la conique polaire est tangente à G; il y a aussi une poloconique mixte de deux droites, dont on peut voir la définition, soit dans le livre de M. Durège, soit dans celui de M. Cremona. Ce ne sont pas là les seuls éléments à considérer; il y a aussi les *quaternes*, formés des quatre points de contact des tangentes issues d'un point de la courbe; la *Hessienne*, qui est le lieu des points dont la polaire conique se décompose en deux droites; la *Cayleyenne*, qui est l'enveloppe des droites dans lesquelles se décompose la conique polaire d'un point de la Hessienne, et qui est une courbe du 6^e ordre et de la 3^e classe. On doit aussi considérer les droites et les coniques *satellites*. La définition de la conique satellite, par exemple, est la suivante: Si d'un point A on mène les 6 tangentes à la courbe, les 6 points de contact sont sur la conique Σ , polaire de A; mais ces tangentes coupent la courbe en 6 nouveaux points, eux aussi sur une conique Σ' qui est appelée la *conique satellite*, et qui est doublement tangente à Σ . Enfin, on a à examiner les coniques tangentes ou osculatrices à la courbe, ainsi que les faisceaux de courbes du 3^e ordre. On appelle, d'après M. Sylvester, *syzygétiques* ceux qui sont formés de courbes passant par 9 points fixes, qui sont pour toutes les courbes les 9 points d'inflexion. On voit quel ensemble considérable de propriétés M. Durège avait à exposer, et l'on peut dire qu'il a mis de l'ordre et de la clarté dans le développement de son sujet. Si nous avons quelques critiques à lui adresser, nous lui reprocherions de s'être plus préoccupé des propriétés que des méthodes, et de ne pas avoir donné avec une rigueur suffisante les points fondamentaux. On sait bien maintenant, — M. Lemonnier l'a démontré dans sa Thèse, — que la forme canonique

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3Kxyz = 0$$

ne peut être employée pour toutes les courbes du 3^e ordre (même

sans point double). Cette forme ne peut donc servir de base à un exposé élémentaire et complet de la théorie des points d'inflexion.

G. D.

LISTE DES OUVRAGES CITÉS DANS LE LIVRE DE M. DURÈGE.

- Salmon.* — Higher plane Curves.
Salmon. — Conic Sections.
Möbius. — Der barycentrische Calcul. Leipzig, 1827.
Cremona. — Introduzione ad una teoria geometrica delle curve piane.
Salmon. — Modern higher Algebra.
De Jonquières. — Généralisation de la théorie de l'involution. (*Annali di Matematica*, t. II, p. 86.)
Steiner. — Vorlesungen über synthetische Geometrie; (publiées par Schröter.)
Hesse. — Zur Theorie der ganzen homogenen Functionen. (*Journal de Crelle*, t. 86.)
Plucker. — Theorie der algebraischen Curven.
Grassmann. — Theorie der Centralen. (*Journal de Crelle*, t. 24.)
Chasles. — Géométrie supérieure.
Steiner. — Systematische Entwicklung der Abhängigkeit, etc. Berlin, 1832.
Poncelet. — Analyse des transversales.
Chasles. — Construction de la courbe du 3^e ordre. (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXXVI.)
Hart. — Construction by the Ruler alone to determine the ninth point of intersection of two Curves the third Degree. (Cambridge and Dublin M. J., v. VI, 1851.)
Cayley. — Memoir on Curves of the third Order. (*Phil. Trans.*, v. CXLVIII.)
Maclaurin. — Traduction de son Traité dans les *Mélanges* de M. de Jonquières.
Serret. — Algèbre supérieure.
Salmon. — Lettre à M. Crelle. (*Journal de Crelle*, t. 39.)
Salmon. — Théorèmes sur les courbes du 3^e degré. (*Id.*, t. 42.)
Plucker. — System der analytischen Geometrie.
Hesse. — Eigenschaften der Wendepuncte, etc. (*Journal de Crelle*, t. 38.)
Cayley. — Mémoire sur les courbes du 3^e ordre. (*Journal de Liouville*, t. IX.)
Sam. Roberts. — On the intersection, etc. (*Quart. Journ.*, III, 125.)
Hesse. — Ueber Curven 3. Ordnung. (*Journal de Crelle*, t. 36.)
Clebsch. — Ueber die Wendetangenten der Curven 3. Ordnung. (*Journal de Crelle*, t. 58.)
Steiner. — *Journal de Crelle*, t. 3, p. 300.
Salmon. — On Curves of the third Order. (*Phil. Trans.*, v. CXLVIII.)
-