

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 3
(1872), p. 138-154

[<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1872__3__138_1>](http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1872__3__138_1)

© Gauthier-Villars, 1872, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

JOURNAL FÜR DIE REINE UND ANGEWANDTE MATHEMATIK, herausgegeben von C.-W. BORCHARDT ⁽¹⁾.

T. 71 (Suite); 1870.

THOMÆ (J.). — *Mémoire sur la détermination de $\theta(0, 0, \dots, 0)$ par les modules des fonctions algébriques.* (22 p.)

(1) Voir *Bulletin*, t. I, p. 24.

Consulter le travail du même Auteur, t. 66 du *Journal* et t. VII, p. 427, du *Zeitschrift für Mathematik und Physik*.

PRYM (F.-E.). — *Démonstration de deux théorèmes de la théorie des fonctions*. (14 p.)

KIRCHHOFF (G.). — *Sur le mouvement d'un solide de révolution dans un fluide*. (26 p.)

Dans leur *Traité de Philosophie naturelle*, MM. Thomson et Tait ont étudié le mouvement d'un solide de révolution dans un fluide et l'ont résolu sous la condition que le corps solide ne tourne pas autour de son axe et que cet axe demeure dans un plan fixe. M. Kirchhoff a reconnu que le problème pouvait être traité, même sans cette restriction, par le seul emploi des fonctions elliptiques.

L'Auteur donne les équations différentielles du mouvement en faisant les suppositions suivantes : un corps solide, de forme quelconque, ayant sa masse distribuée d'une manière quelconque, se meut dans un fluide incompressible, homogène, limité par une surface fixe, fermée, située à l'infini. Le fluide est dénué de frottement. Les forces qui agissent sur le corps ont un potentiel qui ne dépend que de la position du corps. On ne suppose pas dans le fluide de mouvement tourbillonnaire. Les vitesses varient partout dans le fluide d'une manière continue avec la position du lieu considéré ; cette supposition exclut le cas où, de la surface du corps, partirait une surface qui, semblable à celle d'un rayon qui se meut dans un fluide homogène, entraînerait des portions de ce fluide ayant des vitesses différentes. Enfin, le système a été tiré de l'état de repos par l'action des forces qui ont agi sur le corps. Cette supposition constitue une limitation du problème dans le cas où l'espace rempli par le fluide est à connexion multiple, où le corps a, par exemple, la forme d'un anneau.

Enfin, pour rendre possible l'intégration du problème, on suppose plus tard que les forces qui agissent sur le corps s'évanouissent, que la surface du corps est de révolution, la distribution de la masse étant symétrique autour de l'axe.

Quant à la partie analytique très-élégante du Mémoire, nous en avons dit quelques mots dans le compte rendu d'un Mémoire postérieur de M. Clebsch sur le même sujet ⁽¹⁾.

(¹) Voir *Bulletin*, t. II, p. 358.

KIRCHHOFF (G.). — *Sur les forces que deux anneaux solides infiniment minces placés dans un fluide paraissent exercer l'un sur l'autre.* (11 p.)

Si un corps solide est placé dans un fluide en mouvement, il est soumis à l'action de pressions qui, en général, ne se font pas équilibre. Si dans le voisinage du premier corps on place un deuxième solide, il exercera une influence sur le mouvement du fluide et, par conséquent, sur les pressions qui sollicitaient le premier corps. Si ces pressions se font équilibre sur le premier corps quand le deuxième est à l'infini, et qu'elles cessent de se détruire quand ce deuxième corps est rapproché à une distance finie, on peut dire qu'il exerce une action apparente sur le premier. C'est un cas qui se réalise si les deux corps sont des anneaux infiniment minces et si le fluide a le mouvement le plus général qu'il puisse avoir quand il est supposé à l'état de repos à l'infini. Les hypothèses faites sur les fluides sont, d'ailleurs, les mêmes que dans le Mémoire précédent. Quant à la forme des anneaux, on suppose que chacun d'eux a une ligne médiane, de forme quelconque, et que les sections normales en chaque point sont des cercles de rayon infiniment petit et constant, ayant leur centre sur la médiane.

En tenant compte des précédentes suppositions, l'auteur démontre que les forces apparentes qui agissent sur les deux anneaux sont les mêmes que les actions qui se produiraient si les deux anneaux étaient parcourus par deux courants électriques.

LIPSCHITZ (R.). — *Développement de quelques propriétés des formes quadratiques de n différentielles.* (2 art.; 22 p.)

Ces recherches considérables ont leur origine dans des travaux antérieurs, publiés au T. 70, par MM. Christoffel et Lipschitz, sur les formes homogènes à n différentielles. Si l'on considère l'expression

$$f(dx_1, dx_2, \dots, dx_n)$$

fonction homogène des n différentielles $dx_1, dx_2, \dots, dx_n$ dont les coefficients sont des fonctions quelconques des variables $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, on a ce que MM. Lipschitz et Christoffel appellent, avec raison, des formes homogènes de différentielles. De telles expressions, quand elles sont quadratiques, jouent un rôle des plus importants en Mécanique et en Géométrie, et l'on peut dire que le problème général de la Mécanique n'est qu'une extension du pro-

blème des lignes géodésiques. D'autre part, dans ces derniers temps, les conceptions nouvelles sur le *postulatum* d'Euclide, les travaux de Riemann ont conduit à la considération des espaces à un nombre quelconque de dimensions. On voit donc tout l'intérêt que peuvent avoir des recherches telles que celles dont nous parlons, intérêt qu'avait reconnu et signalé, il y a bien longtemps, M. Liouville dans une Note de son *Journal* ⁽¹⁾. Les recherches actuelles de M. Lipschitz ayant été suivies de plusieurs autres Communications, nous en ferons l'objet d'une étude d'ensemble, quand elles seront terminées. Nous regrettons seulement que l'Auteur n'ait pas jugé à propos d'exposer les résultats obtenus avec le développement qu'ils méritent et de manière à les rendre facilement accessibles.

BACHMANN (P.). — *Sur la transformation des formes quadratiques ternaires.* (8 p.)

M. Hermite a donné, dans le *Journal de Crelle*, t. 47, p. 415, des formules qui contiennent toutes les transformations d'une forme quadratique en elle-même. L'Auteur se propose de rechercher sous quelles conditions les formules donnent les transformations à coefficients entiers et il se borne, d'ailleurs, à l'examen d'un cas du problème.

PRYM (F.-E.). — *Sur une intégrale prise sur un contour.* (10 p.)

POCHHAMMER (L.). — *Sur les fonctions hypergéométriques du $n^{\text{ième}}$ ordre.* (37 p.)

L'Auteur remarque que la méthode appliquée par Riemann à la série hypergéométrique, et dans laquelle on définit une fonction par ses seules discontinuités, peut être étendue à une suite de fonctions analogues satisfaisant à des équations différentielles du $n^{\text{ième}}$ ordre, et qui conservent la plupart des propriétés de la série hypergéométrique. Cet article a donné lieu à des remarques de M. Fuchs, dont l'indication se trouve plus loin.

HEINE (E.). — *Sur les séries trigonométriques.* (13 p.)

SCHUBERT. — *Sur la théorie des caractéristiques.* (21 p.)

L'Auteur se propose dans ce Mémoire de donner des démonstra-

(1) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, t. XVII, p. 478.

tions des nombreuses propositions dues principalement à M. Chasles et relatives à la théorie des caractéristiques des surfaces. Les résultats trouvés sont en pleine concordance avec les nombres de M. Chasles, comme l'indique l'Auteur dans un tableau placé presque à la fin du Mémoire. M. Schubert a calculé le nombre des surfaces qui en touchent neuf autres, et il trouve 666 841 088.

LAPPE (J.). — *Sur le théorème de Feuerbach relatif au triangle plan.* (4 p.)

On sait que c'est le théorème relatif aux contacts entre le cercle des 9 points et les cercles tangents aux 3 côtés d'un triangle.

T. 72; 1870.

LIPSCHITZ (R.) — *Suite des recherches sur les fonctions homogènes de n différentielles.* (56 p.)

HELMHOLTZ. — *Sur les équations du mouvement de l'électricité pour les corps conducteurs au repos.* (73 p.)

Voici comment l'illustre physicien caractérise ses recherches :

« J'ai été amené, à l'occasion de certaines expériences, à étudier de quelle manière les courants électriques commencent à se produire à l'intérieur d'un corps conducteur. Les équations du mouvement des courants électriques d'intensité variable pour les conducteurs à trois dimensions, qui se déduisent de l'hypothèse remarquable de M. H. Weber sur le mode des actions électriques à distance, ont été développées par M. Kirchhoff ⁽¹⁾ et employées avec succès, en partie par lui, en partie par d'autres géomètres, pour l'explication de quelques phénomènes. Dans mon essai pour les appliquer à une nouvelle question, apparurent des conséquences physiquement inacceptables, et un examen plus rigoureux me convainquit bientôt que la cause en était dans les principes de la théorie et que, d'après les conséquences de la théorie de Weber, l'équilibre de l'élasticité au repos dans un corps conducteur devrait être instable, et que, par suite, cette théorie conduit à admettre la possibilité de courants électriques dont l'intensité deviendrait de plus en plus grande.

» Au contraire, quand j'essayai de former les nouvelles équations du mouvement dans lesquelles j'utilisais, au lieu de la loi de Weber,

(¹) *Annales de Poggendorff*, t. CII, p. 523.

la formule qui a servi de base à la théorie de l'induction de M. F.-E. Neumann (le père), j'obtins des équations qui pouvaient être employées et qui conduisaient à un équilibre stable pour l'électricité au repos. »

D'après cela, la marche suivie par M. Helmholtz a été la suivante. Il a laissé indéterminée la loi d'après laquelle agissent deux éléments de courant, en n'acceptant, bien entendu, que les lois théoriques compatibles avec la formule découverte par Ampère, mais en rejetant de plus celles de ces lois qui ne conduisent pas à un équilibre stable pour l'électricité au repos.

L'Auteur cite les auteurs suivants de recherches sur le sujet dont il s'occupe :

GRASSMANN. — Neue Theorie der Electrodynamik. (*Annales de Poggendorff*, T. LXIV, 1845.)

KIRCHHOFF. — Die mathematischen Gesetze der inducirten elektrischen Ströme (*Schriften der Berliner Akad. d. Wissensch.*, 1845.) — Ueber ein allgemeines Princip der mathematischen Theorie inducirter elektrischer Ströme. Berlin, Reimer, 1848.

NEUMANN (C.). — *Nachrichten von der Königl. Gesellschaft d. Wiss. zu Göttingen*, 16 juin 1868.

MAXWELL (Cl.). — *Philosophical Transactions*. P. I, p. 459. Londres.

JOCHMANN. — *Journal de Borchardt*, T. LXIII, p. 158-178, 329-331.

LORBERG. — Même Recueil, T. LXXI, p. 53.

WEBER (H.). — Electrodynamische Maasbestimmungen.

CANTOR (G.). — *Sur un théorème concernant les séries trigonométriques*. (9 p.)

CANTOR (G.). — *Démonstration qu'une fonction donnée pour chaque valeur réelle de x par une série trigonométrique peut être développée d'une seule manière en une série de cette forme*. (4 p.)

EISENLOHR (F.). — *Sur la représentation conforme des surfaces*. (9 p.)

Depuis les recherches de Lambert, de Lagrange et de Gauss, on s'est proposé, dans toutes les représentations de la surface de la Terre sur un plan, que ces représentations soient conformes, c'est à-dire qu'elles aient lieu avec similitude des éléments infiniment petits. Mais, parmi les représentations d'une surface sur une autre,

il y en a un nombre infini qui remplissent cette première condition. Nous croyons que c'est M. Tchebychef qui s'est le premier proposé de choisir, parmi toutes ces représentations, celle qui convient le mieux à la surface d'un pays. M. H. Weber, dans un remarquable Mémoire, inséré au tome 67 du *Journal de Borchardt*, a cherché à définir le défaut d'un point de la carte en le mesurant par le logarithme du rapport de l'amplification en ce point à la même amplification prise comme unité dans un point fixe de la carte, et alors, d'après les principes de la méthode des moindres carrés, il a cherché le minimum d'une intégrale dont l'élément est le carré du logarithme précédent multiplié par l'élément de la surface à représenter. Ce géomètre a été ainsi conduit à l'intégration d'une équation différentielle très-compiquée du 4^e ordre. M. Eisenlohr traite la même question, mais en employant un autre élément que M. Weber pour la mesure du défaut de la carte en chaque point.

KRONECKER (L.). — *Remarques sur la théorie des déterminants.* (24 p.)

Ces remarques, faites sous forme de lettres à M. Baltzer, sont très-intéressantes et se rapportent à différents sujets. Nous saisisons cette occasion pour recommander la notation de M. Kronecker pour les déterminants.

$$| a_{ik} |$$

représente le déterminant $\Sigma \pm a_{11} a_{22} \dots a_{nn}$ des éléments a_{ik} . On pourrait, de même, quand les différentes lignes ne diffèrent que par les indices, écrire

$$| a_i, b_i, c_i, d_i, \dots | .$$

KOENIGSBERGER. — *Recherches algébriques sur la théorie des fonctions elliptiques.* (79 p.)

La théorie de la transformation fournit, en dehors des équations modulaires, une suite d'autres équations algébriques tout aussi importantes : ce sont celles qui donnent le multiplicateur de la transformation et le produit du module transformé par son complémentaire. Le P. Joubert et M. Hermite ont déjà indiqué quelques propriétés importantes de ces équations. M. Koenigsberger développe leur théorie générale, analogue à celle qu'il a déjà donnée pour les équations modulaires dans son Livre *Sur la trans-*

formation des fonctions elliptiques. Le travail actuel est une suite très-remarquable de l'Ouvrage que nous venons de citer.

FUCHS (L.). — *Remarques sur le Mémoire de M. Pochhammer.* (8 p.)

SCHLAEFLI (L.). — *Sur l'équation aux dérivées partielles*

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}.$$
 (22 p.)

L'équation dont s'occupe M. Schläfli est, comme on sait, celle qu'on rencontre dans la théorie de la chaleur, et qui convient au mouvement de la chaleur dans les corps à une dimension. L'Auteur l'intègre par un procédé simple, et il montre que les résultats obtenus par lui permettent d'exprimer avec facilité les conditions aux limites dans les problèmes les plus simples. Ces problèmes sont ceux qui ont été traités par Riemann dans ses Leçons, publiées par M. K. Hattendorff.

WEYR (Em.). — *Sur les involutions de degré supérieur.* (8 p.)

Ce travail considère surtout les involutions rapportées aux points et aux tangentes d'une conique. Il est, en effet, très-avantageux, comme l'ont fait d'ailleurs implicitement ou explicitement plusieurs géomètres, de considérer les involutions sur une conique : cette considération permet de substituer à la théorie des courbes celle des involutions de degré supérieur, et réciproquement. M. Weyr démontre quelques propositions élégantes, les suivantes, par exemple :

Si deux polygones à n sommets sont inscrits dans une conique, leurs $n(n-1)$ côtés touchent une courbe de $(n-1)^{\text{ième}}$ classe. Il y a alors une infinité de polygones semblables inscrits dans la conique et circonscrits à la courbe de $(n-1)^{\text{ième}}$ classe.

Si un polygone à n sommets inscrit dans une conique est circonscrit à une courbe C_{n-1} de la $(n-1)^{\text{ième}}$ classe, il y a une infinité de polygones jouissant de la même propriété par rapport aux deux courbes.

REYE (Th.). — *Moments d'inertie et de degré supérieur d'un système de masses par rapport à un plan.* (33 p.)

L'Auteur appelle $\alpha^{\text{ième}}$ moment, par rapport à un plan P, d'un corps quelconque l'intégrale $\int r^\alpha dm$ étendue à toute la masse du

corps et où r désigne la distance de la masse dm au plan P . Pour $\alpha = 1$ on a le moment *statique*, pour $\alpha = 2$ le moment *d'inertie*; le moment général sera désigné par l'ordre de α . M. Reye démontre plusieurs théorèmes au sujet de ces moments. Tous les plans de l'espace pour lesquels le moment a une valeur donnée enveloppent une surface de classe n ou $2n$ suivant que n est pair ou impair. Ces surfaces forment un faisceau tangentiel, etc. Cela posé, l'Auteur se propose la question principale suivante : Quelle que soit la forme du corps, peut-on trouver un système de masses réparties en un nombre limité de points et telles que le moment de ces masses puisse pour tous les plans remplacer celui du corps? Il montre qu'à ce point de vue un corps quelconque peut être remplacé, en général, par $\frac{n(n+1)(n+2)}{1.2.3}$ points, et, dans certains cas, par un nombre moindre.

JOERRES. — *Quelques théorèmes généraux sur les courbes planes et sur les surfaces avec des applications aux courbes et aux surfaces du 2^e et du 3^e ordre.* (13 p.)

PAINVIN (L.). — *Courbure en un point multiple d'une surface.* (10 p.)

Cette étude, très-utile et très-bien ordonnée, comble, d'une manière avantageuse, une lacune qui existait dans la théorie de la courbure des surfaces. Citons quelques résultats :

Le théorème de Meusnier est vrai pour un point multiple, pourvu que le plan sécant tourne autour d'une tangente proprement dite à la surface en ce point multiple.

Lorsqu'une surface S possède un point O , multiple d'ordre p , si un plan tourne autour du point O , le lieu des centres des cercles osculateurs en O aux diverses branches des sections faites par ce plan est une surface (Γ) d'ordre $p(p+3)$. Le point O est un point multiple d'ordre $p(p+2)$ pour la surface (Γ) ; le cône des directions asymptotiques de cette surface se compose de p fois le cône imaginaire $x^2 + y^2 + z^2 = 0$ et de $p(p+1)$ plans respectivement perpendiculaires aux tangentes inflexionnelles de la surface S relatives à son point multiple.

Le Mémoire se termine par l'examen plus détaillé du point double.

STURM (R.). — *Sur les singularités de la surface générale du $n^{\text{ième}}$ ordre.* (10 p.)

Le but de l'Auteur est de démontrer, par une méthode plus géométrique, les formules relatives aux singularités de la surface générale du $n^{\text{ième}}$ ordre, données dans la *Géométrie analytique de l'espace* de M. Salmon (éd. all., t. II, art. 325, 326, 336-339). Les principaux nombres déterminés sont les suivants : degré de la surface réglée formée par les droites coupant en 4 points consécutifs de la surface formée par les tangentes d'inflexion, par les tangentes doubles coupant une courbe, etc., etc.

SCHLAEFLI (L.). — *Démonstration des tables de M. Hermite pour la transformation des fonctions elliptiques modulaires.* (10 p.)

Il s'agit des fonctions considérées dans le travail de M. Hermite : *Sur la théorie des équations modulaires et la résolution de l'équation du 5^e degré* (1859), dont nous avons déjà parlé (¹).

GEISER (F.). — *Les théorèmes de Steiner sur les tangentes doubles des courbes du 4^e degré.* (9 p.)

L'Auteur fait remarquer qu'on n'a pas cherché à démontrer par la Géométrie tous ces théorèmes énoncés par Steiner dans le *Journal de Crelle*.

Le Mémoire actuel a pour but de combler cette lacune, au moins pour les théorèmes principaux de Steiner. M. Geiser suit d'ailleurs la marche qui avait été indiquée par Steiner, et il commence par étudier les propriétés des coniques tangentes en quatre points à une courbe du 4^e ordre. Dans le dernier paragraphe de son Mémoire, l'Auteur énonce une proposition dont nous ne connaissons pas la démonstration : Les surfaces du 2^e ordre faisant partie d'un réseau peuvent toujours être considérées comme les premières polaires d'une surface du 3^e ordre.

(¹) Voir *Bulletin*, t. II, p. 353.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,
publiés par MM. les Secrétaires perpétuels.

T. LXXIV.

N° 8. Séance du 19 février 1872.

DELAUNAY. — *Remarques au sujet des expériences de M. Wolf sur le pouvoir réflecteur des miroirs en verre argenté.*

VAILLANT (le maréchal). — *Sur les phénomènes qui donnent naissance aux aurores boréales.*

CIOTTI. — *Sur l'emploi des lames élastiques vibrantes comme moyen de propulsion.*

RESPIGHI. — *Sur l'analyse spectrale de la lumière zodiacale.*

LOEWY et TISSERAND. — *Sur la recherche de la planète perdue*
(99) *Dyke.*

ZEUTHEN. — *Détermination des caractéristiques des systèmes élémentaires de cubiques.*

M. CHASLES, en présentant ce travail de M. Zeuthen, ajoute les remarques suivantes :

« La méthode de M. Zeuthen (pour déterminer les caractéristiques des systèmes de coniques) repose sur la détermination de l'ordre de multiplicité des coniques exceptionnelles ou quasi-coniques, qui existent dans presque tous les systèmes de coniques satisfaisant à quatre conditions données, et dont il faut tenir compte ; recherches souvent très-épineuses, surtout dans les questions de contact d'ordre supérieur, et dont l'Auteur a surmonté les difficultés avec autant de rigueur que de talent et de sûreté de jugement.

» Le travail actuel, qui présentait aussi des difficultés multiples du même genre, marque un pas considérable dans la théorie générale des courbes, puisque maintenant la méthode propre à la théorie des coniques, par laquelle on remplace, à l'aide du principe de correspondance, les équations de condition et les éliminations de l'analyse, par de simples substitutions de conditions quelconques à des conditions élémentaires, s'appliquera aux cubiques.

» J'éprouve une double satisfaction, dans ce moment, en pouvant ajouter que déjà M. Maillard, jeune professeur attaché à la Section mathématique des Hautes Études, a fait de cette question si importante le sujet d'une excellente thèse pour le doctorat, thèse soumise à la Faculté des Sciences, en juillet 1870, et qui, le 16 décembre 1871, a obtenu les éloges les plus mérités et les plus flatteurs du jury d'examen (MM. Serret, Briot, Ossian Bonnet).

» Le travail de M. Zeuthen n'en conserve pas moins un mérite propre et une utilité réelle, car la marche n'y est pas la même, autant que l'on peut en juger par la première partie, où les résultats numériques toutefois sont concordants. Les difficultés que présentaient les cas si variés du sujet auront exigé, de part et d'autre, des vues, des expédients, des relations différentes entre tous les éléments de chaque cas, qui seront autant d'acquisitions actuelles et d'indications précieuses, quand on étendra ces recherches aux courbes du 4^e ordre, et bientôt après, sans doute, aux courbes d'ordre quelconque. Car, ainsi que j'ai déjà eu l'honneur de le dire à l'Académie, dans le cours de mes Communications concernant cette théorie des deux caractéristiques : « *Ce qui manque principalement, pour que la théorie des courbes d'ordre supérieur soit aussi complète, ou du moins aussi avancée que celle des coniques, c'est de connaître les caractéristiques des SYSTÈMES ÉLÉMENTAIRES de chaque ordre de courbes.* » (*Comptes rendus*, T. LXII, p. 326.) Et tel a été le sujet des recherches de MM. Maillard et Zeuthen. »

Nouvelles Communications sur l'aurore boréale du 4 février :

TARRY. — *Sur l'origine des aurores polaires.*

SILBERMANN. — *Mémoire sur des faits dont on peut déduire : 1^o une théorie des aurores boréales et australes, fondée sur l'existence des marées atmosphériques; 2^o l'indication, à l'aide des aurores, de l'existence d'essaims d'étoiles filantes à proximité du globe terrestre.*

N^o 9. Séance du 26 février 1872.

SAINT-VENANT (DE). — *Mémoire sur l'hydrodynamique des cours d'eau.*

M. de Saint-Venant se propose d'abord de déterminer dans quels cas et entre quelles limites les *équations de Navier* (*Leçons à l'École des Ponts et Chaussées*, 2^e Partie, p. 89) sont justes et applicables. Navier a établi ses formules en supposant, dans le fluide, des mouvements moléculaires *réguliers*, c'est-à-dire ne variant que d'une manière bien *continue*, ou ni brusque ni rapide d'un point à un autre, ou d'un instant au suivant. M. de Saint-Venant montre que, dans cette supposition, la théorie de Navier est pleinement rationnelle; que les formules de Navier peuvent s'obtenir par des considérations théoriques de formes différentes et qu'elles doivent considérer comme pleinement confirmées par les faits, toujours pour les mouvements réguliers, ou affectés seulement, comme il a dit, de stries au-dessous de toute grandeur perceptible.

PHILLIPS. — *Théorème sur le spiral réglant des chronomètres.*

Au théorème démontré dans la séance du 13 novembre 1871, savoir :

« Toutes les fois que la forme d'un spiral est telle qu'il n'existe, pendant le mouvement, aucune pression contre l'axe du balancier, il arrive que, pendant le mouvement, le centre de gravité de ce spiral est constamment sur l'axe du balancier »,

M. Philipps ajoute aujourd'hui la proposition réciproque suivante :

« Toutes les fois que la forme d'un spiral est telle que, pendant son mouvement, son centre de gravité soit constamment sur l'axe du balancier, il arrive que celui-ci n'éprouve, pendant le mouvement, aucune pression de la part du spiral. »

SECCHI (Le P.). — *Sur l'aurore boréale du 4 février, observée à Rome, et sur quelques nouveaux résultats d'analyse spectrale.*

MAREY. — *Détermination des inclinaisons du plan de l'aile aux différents instants de sa révolution.*

MANNHEIM. — *Exposition sommaire d'une théorie géométrique de la courbure des surfaces.*

M. Mannheim aborde par une méthode tout à fait nouvelle l'étude géométrique de la courbure des surfaces. Dans son Mémoire intitulé : *Etude sur le déplacement d'une figure de forme inva-*

riable (*Mémoires des Savants étrangers*, T. XX, ou *Journal de l'École Polytechnique*, XLIII^e cahier), M. Mannheim avait déjà fait connaître cette proposition :

« Si, à partir d'un point a sur une surface (A) , on trace des courbes quelconques, les *normalies* à cette surface, qui ont ces courbes pour directrices, sont tangentes entre elles en deux points b et c situés sur la normale A menée de a à (A) . Les plans tangents communs à ces normalies sont rectangulaires. Soient B et C les normales communes. »

Cette propriété est le point de départ et le principe de la nouvelle méthode exposée par M. Mannheim. Les droites B et C se trouvent substituées à l'indicatrice de M. Dupin ; il retrouve ainsi les propriétés connues sur les courbures des surfaces et d'autres propriétés nouvelles.

LALANNE. — *Note sur quelques relations entre les quantités angulaires des polyèdres convexes.*

M. Lalanne énonce les trois propositions suivantes (le trièdre trirectangle est l'unité pour les angles trièdres, et pour les dièdres l'unité est la moitié du dièdre rectangle) :

« 1^o Dans tout polyèdre convexe, l'excès de la somme des dièdres sur la somme des angles solides est égal à l'excès du quadruple du nombre des faces sur 8 ;

» 2^o La somme des angles solides et des suppléments des dièdres est égale au quadruple du nombre des sommets ;

» 3^o La somme des angles solides et des suppléments des dièdres est égale à la somme des angles plans des faces (rapportés à l'angle droit) augmentée de 8. »

ZEUTHEN. — *Détermination des caractéristiques des systèmes élémentaires de cubiques.*

La Note précédente de M. Chasles indique parfaitement l'état actuel de la science sur cette question des caractéristiques ; nous nous contenterons de signaler les principaux résultats donnés par M. Zeuthen.

1^o *Cubiques douées d'un point cuspidal.*

Notations :

μ nombre des courbes du système passant par un point quelconque ;

- μ' nombre des courbes du système touchant une droite quelconque ;
 c ordre du lieu des points cuspidaux des courbes du système ;
 r classe de l'enveloppe des tangentes aux points cuspidaux ;
 c' classe de l'enveloppe des tangentes d'inflexion ;
 r' ordre du lieu des points d'inflexion ;
 σ nombre des cubiques singulières composées d'une conique et d'une de ses tangentes.

M. Zeuthen ne donne les formules qui suivent que pour le cas où les systèmes n'admettent que les courbes singulières indiquées ci-dessus ; sans cette restriction, dit-il, il serait, en général, impossible d'exprimer le nombre des courbes satisfaisant à une septième condition par les *seules* caractéristiques μ et μ' . Ceci posé, on a les formules suivantes :

$$(1) \quad 4\mu = \mu' + 3c, \quad 4\mu' = \mu + 3c',$$

$$(2) \quad 2r = \mu + c, \quad 2r' = \mu' + c',$$

$$(3) \quad 2\sigma = \mu + \mu'.$$

Système $(3p, 2l)$: $\sigma = 168$, $\mu = \mu' = 168$, $c = c' = 168$.

Système $(4p, 2l)$: $\sigma = 141$, $\mu = 114$, $c = 96$, $c' = 186$, $\mu' = 168$.

Système $(4p, l)$: $\sigma = 87$, $\mu = 60$, $c = 42$, $c' = 132$, $\mu' = 114$.

Système $(6p)$: $\sigma = 42$, $\mu = 24$, $c = 12$, $c' = 72$, $\mu' = 60$.

Application : $N[\alpha p, \beta l, (cp)] = 2, 8, 20, 38, 44, 32,$

α étant 5, 4, 3, 2, 1, 0 respectivement et $\beta = 5 - \alpha$; (cp) est la condition d'avoir pour point cuspidal un point donné.

2° *Cubiques douées d'un point double.*

Notations :

- μ nombre des courbes du système passant par un point quelconque ;
 μ' nombre des courbes du système touchant une droite quelconque ;
 b ordre du lieu des points doubles ;
 ν classe de l'enveloppe des tangentes aux points doubles ;
 c' classe de l'enveloppe des tangentes d'inflexion ;
 r' ordre du lieu des points d'inflexion ;

γ nombre des courbes du système ayant un point cuspidal;
 ϖ nombre des cubiques singulières composées d'une conique et d'une droite.

On a les formules suivantes (les systèmes sont supposés ne renfermer que les singularités dont on a désigné les nombres par γ et ϖ) :

$$(1) \quad 4\mu = \mu' + 2b, \quad (2) \quad 6\mu' = \mu + \varpi + 3c',$$

$$(3) \quad \nu = b + \mu, \quad (4) \quad \nu + c' = \mu' + 3\nu,$$

$$(5) \quad \gamma = 2\nu - 2b,$$

d'où

$$(6) \quad \mu = \frac{1}{2}\gamma, \quad \mu' = \frac{1}{2}(2\varpi + \gamma).$$

Système (3p, 4l) : $\gamma = 960$, $\varpi = 588$, $\mu = 480$, $\mu' = 712, \dots$

PAMBOUR (DE). — *Sur la théorie des roues hydrauliques : théorie de la roue à réaction.*

LAUSSEDAT. — *Sur l'aurore boréale du 4 février 1872.*

L'objet du Mémoire de M. Laussedat se trouve indiqué, en ces termes, par l'Auteur : « Nous avons voulu profiter de l'occasion, si rare à nos latitudes, qui s'est présentée le 4 février, pour mettre hors de doute la loi formulée par Wilke et dont l'énoncé ne diffère pas géométriquement de celui d'Arago, savoir : que *les rayons de l'aurore sont, en chaque station, parallèles à la direction de l'aiguille aimantée librement suspendue par son centre de gravité.* »

SILBERMANN. — *Mémoire sur des faits dont on peut déduire : 1° une théorie des aurores boréales et australes, fondée sur l'existence des marées atmosphériques ; 2° l'indication, à l'aide des aurores, de l'existence d'essaims d'astéroïdes à proximité du globe terrestre. (Suite.)*

L. P.

PROCEEDINGS OF THE AMERICAN ASSOCIATION for the advancement of Science. Seventeenth Meeting held at Chicago, Illinois, August 1868. Cambridge, Joseph Lovering, 1869. Prix, 1 § 50 ⁽¹⁾.

LOVERING (J.). — *Sur l'application de l'électricité à la conservation permanente des vibrations du diapason et du diapason à l'augmentation des vibrations dans les cordes et les fils.* (3 p.)

GRIMES (J.-S.). — *Loi des courants de l'Océan.* (7 p.)

STODDARD (O.-N.). — *La nature de la décharge électrique.* (5 p.)

LOOMIS (Elias). — *Influence de la Lune sur le temps.* (4 p.)

ELLIOT (B.). — *Sur la valeur relative de l'or et de l'argent dans la série des siècles.* (1 p.)

ROGERS (W.-A.). — *Sur une formule nouvelle pour la réduction des observations dans le prime vertical analogue à la formule de Mayer pour la réduction des observations méridiennes.* (2 p.)

VANDERWEYDE (P.-H.). — *Sur la relation entre le volume atomique des différents métaux et leurs propriétés magnétiques et diamagnétiques.* (4 p.)

MAC DERMOTT (M.). — *Sur l'héliostat.* (6 p.)

HOUGH (FR.-B.). — *Sur les principes de statistique et leur application au cens.* (5 p.)

STOKWELL (J.-N.). — *Remarques sur la variation séculaire des orbites planétaires.* (4 p.)

NEWCOMB (S.). — *Sur la théorie de Hansen relative à la constitution physique de la Lune.* (8 p.)

ABBE (CL.). — *Sur la résurrection de l'Observatoire de Cincinnati.* (2 p.)

⁽¹⁾ Nous ne donnons que les titres des Mémoires de Physique et de Mathématiques. L'Association se subdivise en plusieurs sections : l'une d'elles comprend les Mathématiques, la Physique et la Chimie.