

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 1
(1870), p. 304-320

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1870__1__304_1>

© Gauthier-Villars, 1870, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

SOCIÉTÉ DES SCIENCES NATURELLES DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG.

— Luxembourg, chez V. Buck (*).

T. X, 1867-1868.

DE COLNET-D'HUART. — *Leçons sur la théorie mathématique du mouvement de translation et du mouvement de rotation des atomes.* (96 p.; fr.)

Cet important Mémoire se compose de sept Leçons, dont voici le contenu :

I. Équations du mouvement de translation des molécules, en sup-

(*) Publié par volumes in-8°, en français et en allemand,

posant qu'elles s'attirent ou se repoussent proportionnellement à leurs masses et en fonction des distances qui les séparent. — *Premier principe* : Lorsqu'une molécule est déplacée de sa position d'équilibre, elle est repoussée vers celle-ci par une force proportionnelle à ce déplacement.

II. Équations du mouvement de rotation des molécules. — *Théorèmes* : Dans les corps homogènes et d'élasticité constante, la forme des molécules est sphérique. — L'axe instantané de rotation est toujours perpendiculaire à la direction de la propagation des petits mouvements moléculaires. — Les forces qui sollicitent une molécule à se déplacer longitudinalement ne sauraient faire tourner la molécule, tandis que les forces qui sollicitent la molécule à se déplacer transversalement lui impriment en même temps un mouvement de rotation autour de son centre de figure. — Composantes de la rotation autour des axes des x et des y . — Direction de l'axe instantané de rotation quand la lumière est polarisée en ligne droite. — La vitesse de rotation des ondes surpasse de beaucoup la vitesse des vibrations. — Les axes instantanés des molécules voisines sont sensiblement parallèles.

III. Équations qui régissent le mouvement de la chaleur dans les corps cristallins et dans les corps homogènes et d'élasticité constante. — La température d'un corps pondérable est mesurée par la vitesse de rotation de ses molécules. — *Deuxième principe* : Les molécules se repoussent proportionnellement à leur vitesse de rotation, et cette force répulsive est dirigée perpendiculairement à l'axe instantané. — Équation de Fourier pour le mouvement de la chaleur dans les corps homogènes. — Équation du mouvement de la chaleur dans une plaque. — Action du mouvement de rotation sur le déplacement longitudinal. — Équations des petits mouvements moléculaires.

IV. Action mécanique de la chaleur. — État stationnaire des molécules. — Pression sur la surface d'un corps. Traction. — Lois de Mariotte et de Gay-Lussac. — Chaleur spécifique. — Travail utile. Travail intermoléculaire.

V. L'équivalent mécanique d'une calorie. — Courbes isothermes et isodynmes des gaz permanents. Courbe adiabatique. — Équation fondamentale de la théorie mécanique de la chaleur. — Théorème général.

VI. Propagation des sons. La vitesse de propagation des ondes sonores est accélérée par le travail qui résulte des condensations et

des dilatations des couches d'air. Formule de Laplace. — Lorsqu'un corps s'échauffe ou se refroidit, cet échauffement ou ce refroidissement est toujours accompagné de vibrations longitudinales; mais ces vibrations ne sont pas sonores. — Problème du refroidissement d'un mur avec dilatation.

VII. Les atomes pondérables des corps diaphanes vibrent lumineusement. — Dispersion de la lumière et des rayons obscurs. Diathermansie.

THE TRANSACTIONS OF THE ROYAL IRISH ACADEMY. — Dublin; published by the Academy (*).

T. XXIII, 1856-1859.

HAUGHTON (S.). — *Discussion des observations de marées faites sous la direction de l'Académie royale d'Irlande en 1850-1851.* (106 p.)

MALLET (R.). — *Sur les conditions physiques exigées dans la construction de l'artillerie et sur quelques causes, inexpliquées jusqu'ici, de la destruction des canons par le service.* (296 p.)

RENNY (H.-L.). — *Sur une nouvelle formule barométrique pour la mesure de la hauteur des montagnes, dans laquelle l'état hygrométrique de l'atmosphère est considéré systématiquement.* (12 p.)

Cette formule est la suivante :

$$H = K(1 + \zeta \cos 2\psi) \left(1 + \frac{2h + H}{r}\right) \left(1 + l \frac{t + t'}{2}\right) \\ \times \log. \text{vulg.} \frac{\beta \left(1 + \frac{2H}{r}\right) - \frac{3}{8} \sqrt{ff'}}{\beta' [1 + m(T - T')] - \frac{3}{8} \sqrt{ff'}}$$

K, ζ , l , m étant des constantes, ψ la latitude; h , h' les hauteurs des stations au-dessus du niveau de la mer; r le rayon terrestre; $H = h' - h$ la différence de niveau des stations; t , t' les températures de l'air (en degrés centigrades); β , β' les pressions barométriques observées; T , T' les températures du mercure; f , f' les forces élastiques de la vapeur d'eau aux deux stations.

DOWNING (S.). — *Sur le dessèchement du lac de Harlem.* (12 p.)

(*) Parait par livraisons gr. in-4° en langue anglaise.

SALMON (G.). — *Sur le degré d'une surface réciproque d'une surface donnée.* (28 p.)

L'auteur a montré, dans le *Cambridge and Dublin Mathematical Journal* (t. II, p. 65, et t. IV, p. 187), comment on calcule le degré d'une surface réciproque ayant une ligne double ordinaire; il reste à indiquer quel sera ce degré quand la surface a encore une ligne *cuspidale*, c'est-à-dire une ligne double en chaque point de laquelle les deux plans tangents coïncident. Vient ensuite l'examen de la nature et du nombre des plans tangents singuliers d'une surface, qui donnent lieu à des points et à des lignes multiples dans la surface réciproque, et l'on fait voir ainsi comment il se fait que le degré de la réciproque coïncide avec le degré de la surface primitive, ce qui conduit à des théorèmes analogues aux théorèmes bien connus de Plücker sur les courbes. Enfin, l'auteur applique sa théorie au cas des surfaces développables, et montre comment il se fait que le degré de la réciproque de la surface développable se réduit à zéro.

FORSTER (R.). — *Sur la formation moléculaire des cristaux.* (12 p.)

LLOYD (H.). — *Détermination de la mesure absolue de l'intensité du magnétisme terrestre, au moyen de la boussole d'inclinaison.* (11 p.)

RENNY (H.-L.). — *Sur les constantes des formules barométriques qui tiennent compte exactement de l'état hygrométrique de l'atmosphère.* (46 p.)

Après une nouvelle discussion, l'auteur donne à sa formule, indiquée dans son précédent Mémoire, la forme définitive suivante :

$$H = 18409^m,9(1 + 0,002695 \cos 2\psi) \left(1 + \frac{2h+H}{r}\right) \left(1 + 0,003665 \frac{t+t'}{2}\right) \\ \times \log \frac{B-\delta}{B'-\delta} \pm \text{correction horaire,}$$

B, B' étant les pressions observées, corrigées de la densité du mercure, et δ désignant la quantité $\frac{3}{8} \sqrt{ff'}$.

T. XXIV, 1860-1870.

LLOYD (H.). — *Sur la lumière réfléchie et transmise par les plaques minces.* (13 p.)

L'auteur traite la question dans le cas général de la lumière polarisée dans un plan quelconque.

DONOVAN (M.). — *Sur un cadran solaire mobile, pouvant indiquer le temps solaire apparent à une petite fraction de minute près.* (13 p.)

STONEY (J.). — *Sur des anneaux aperçus dans des échantillons fibreux de spath calcaire.* (6 p.)

STONEY (J.). — *Sur la propagation des ondes.* (8 p.)

LLOYD (H.). — *Sur les courants terrestres, et leur liaison avec la variation diurne de l'aiguille magnétique horizontale.* (27 p., 2 pl.)

STONEY (B.). — *Sur la flexion relative des poutres treillissées et des sommiers plats.* (5 p.)

HAUGHTON (S.). — *Sur les marées semi-diurnes des côtes d'Irlande.* (10 art., 115 p., 10 pl.)

HENNESSY (H.). — *Sur la distribution de la température dans la région inférieure de l'atmosphère terrestre.* (58 p.)

CASEY (J.). — *Sur les quartiques bicirculaires.* (113 p.)

Si l'on prend l'équation la plus générale du second degré en α , β , γ ,

$$(a, b, c, f, g, h)(\alpha, \beta, \gamma)^2 = 0,$$

où α , β , γ désignent des cercles au lieu de droites, on obtient la forme la plus générale de l'équation d'une quartique bicirculaire. Ces courbes jouissent de propriétés remarquables, que l'auteur a étudiées par une méthode analogue à celle que l'on emploie pour les coniques. Ses recherches contiennent une discussion approfondie des ovales de Descartes, qui rentrent, comme cas particulier, dans la classe des courbes considérées.

BALL (R.-St.). — *Sur les petites oscillations d'un corps solide autour d'un point fixe sous l'action de forces quelconques, et, en particulier, lorsque la pesanteur est la seule force agissante.* (35 p.)

En prenant pour origine le point fixe, et pour axes coordonnés les positions des trois axes principaux d'inertie dans l'état de repos du corps, on suppose le corps légèrement déplacé de sa position d'équilibre, et il s'agit de savoir si les petites oscillations sont possibles et, lorsqu'elles le sont, de discuter leur nature.

Les équations du mouvement dépendent de la résolution d'une équation du troisième degré, dont les racines déterminent la nature

de l'équilibre. Quand l'équilibre est stable, sous l'action de forces quelconques, le mouvement du corps résulte de la composition des vibrations autour de trois axes fixes passant par le point fixe, et chacune des vibrations autour d'un de ces axes s'effectue suivant la loi du pendule ordinaire. C'est ce qui a lieu lorsque les trois racines de l'équation du troisième degré sont réelles, positives et inégales.

L'auteur discute complètement tous les autres cas qui peuvent se présenter et s'occupe, dans chaque cas, de la détermination des *axes normaux*, en désignant par *axe normal* une direction passant par le point fixe, et autour de laquelle le corps oscillera comme autour d'un axe fixe, lorsque l'*axe de déplacement* et l'axe instantané ont cette direction pour position initiale commune.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL IRISH ACADEMY. — Dublin; printed by M. H. Gill, printer to the Academy (*).

T. VIII, 1861-1864.

HAUGHTON (S.). — *Sur un moyen graphique pour calculer la dérive d'un navire par la marée dans la Mer d'Irlande.* (4 p.)

HAMILTON (Sir W.-R.). — *Sur une nouvelle méthode générale pour l'inversion d'une fonction linéaire et quaternionale d'un quaternion.*

HAMILTON (Sir W.-R.). — *Sur l'existence d'une équation symétrique et biquadratique, qui est satisfaite par le symbole d'opération linéaire sur les quaternions.*

STONEY (B.-B.). — *Sur la résistance des longs piliers.*

HAMILTON (Sir W.-R.). — *Sur les courbes gauches du troisième degré.*

PURSER (J.). — *Sur l'application des équations du mouvement relatif, de Coriolis, au problème du gyroscope.* (14 p.)

Coriolis a montré que, si les axes coordonnés auxquels est rapporté le mouvement du système ne sont pas fixes, mais ont un mouvement propre dans l'espace, on peut traiter la question, à tous les points de vue, comme si ces axes étaient fixes, pourvu qu'à la force P ,

(*) *Procès-verbaux de l'Académie royale d'Irlande.* Dublin; M.-H. GILL. Publiés par volumes in-8°, paraissant en quatre fascicules, à des époques variables. En langue anglaise.

qui agit sur chaque molécule, on en ajoute deux autres : l'une P' , égale et opposée à celle qui imprimerait à la molécule des accélérations égales à celles d'un point coïncidant à l'instant considéré avec la molécule, mais invariablement lié aux axes mobiles; l'autre P'' , perpendiculaire à la trajectoire relative de la molécule. En partant de ce théorème, l'auteur traite la question dans trois cas principaux : 1° celui où l'axe est assujéti à rester dans un plan; 2° celui où il est assujéti à décrire un cône de révolution; 3° celui où il est entièrement libre.

HAMILTON (Sir W.-R.). — *Sur un centre général des forces appliquées.*

HAMILTON (Sir W.-R.). — *Sur les huit génératrices ombilicales imaginaires d'une surface à centre du second degré.*

Les douze ombilics connus d'une telle surface sont situés sur huit droites imaginaires, dont l'auteur a déterminé les équations et les propriétés à l'aide de la méthode des quaternions.

T. IX, 1864-1866.

GRAVES (Ch.). — *Sur un théorème relatif aux coefficients binomiaux.*

Si l'on pose $(1+x)^n = \sum n_p x^p$, n étant entier et positif, et

$$s_0 = \sum n_{3q}, \quad s_1 = \sum n_{3q+1}, \quad s_2 = \sum n_{3q+2},$$

parmi les trois nombres s_0, s_1, s_2 , il y en aura toujours deux qui seront égaux entre eux et qui différeront du troisième d'une unité.

HAMILTON (Sir W.-R.). — *Remarques sur la Note précédente.*

Soit p un nombre entier positif quelconque, r un nombre entier, $s_{n,r}^{(p)}$ la somme de tous les coefficients n_m pour lesquels $m \equiv r \pmod{p}$. On a

$$s_{n,r}^{(p)} = \frac{1}{p} \sum \frac{(1+x)^n}{x^r},$$

la sommation s'étendant aux p racines x de l'équation binôme $x^p - 1 = 0$.

HAMILTON (Sir W.-R.). — *Sur un nouveau système de deux équations générales de courbure.*

Renfermant comme conséquences immédiates une nouvelle forme de l'équation différentielle de l'ensemble des deux lignes de courbure, avec une nouvelle preuve de leur rectangularité générale; et en outre

une nouvelle équation du second degré pour la détermination simultanée des deux rayons de courbure; le tout établi par la seconde méthode de Gauss pour la discussion générale des propriétés d'une surface, et la seconde équation étant vérifiée par une comparaison des expressions pour la mesure de la courbure.

GRAVES (Ch.). — *Notice nécrologique sur Sir William-Rowan Hamilton.* (9 p.)

CASEY (J.). — *Sur les équations et les propriétés : 1° du système des cercles tangents à trois cercles dans un plan; 2° du système des sphères tangentes à trois sphères dans l'espace; 3° du système des cercles tangents à trois cercles sur une sphère; 4° du système des coniques inscrites à une conique, et tangentes à trois coniques inscrites dans un plan.* (26 p.)

T. X, 1867-1870.

PENNY (W.-G.). — *Sur le mouvement de rotation des corps célestes.* (32 p.)

L'objet de ce Mémoire est, en premier lieu, de rechercher si les diverses forces perturbatrices qui agissent sur les corps célestes produisent un effet permanent sur leur rotation; et, en second lieu, en supposant qu'un tel effet se produise en général, d'examiner dans quelles circonstances il cessera d'avoir lieu, c'est-à-dire sous quelles conditions ces corps prendraient un mouvement de rotation permanent, sans autres variations que des variations périodiques.

YOUNG (J.-R.). — *Sur les racines imaginaires des équations numériques, avec un examen et une démonstration de la règle de Newton.* (40 p.)

ANNALI DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA, diretti da F. BRIOSCHI e L. CREMONA (presso il R. Istituto Tecnico superiore di Milano), in continuazione degli Annali già pubblicati in Roma dal prof. Tortolini. *Serie II^a.* Milano, tipografia di G. Bernadoni (*).

T. I, juillet 1867 à mai 1868.

BRIOSCHI (F.). — *Sur la théorie des coordonnées curvilignes.* (22 p.; it.)

(*) *Annales de Mathématiques pures et appliquées*, dirigées par MM. BRIOSCHI et CRE-

Dans un très-important Mémoire inséré au *Journal de M. Liouville* (t. V, 12^e série, 1860), et intitulé : *Sur l'emploi d'un nouveau système de variables dans l'étude des propriétés des surfaces courbes*, M. O. Bonnet a exposé une théorie complète des surfaces non développables, fondée sur la considération des variables qui servent à fixer la position du plan tangent. Seulement, dans ce travail, M. Bonnet avait fait choix d'un système particulier de variables, servant à déterminer la position d'un plan. M. Brioschi étudie la même question sans spécifier quelles sont les variables choisies pour la détermination du plan tangent.

CLEBSCH et GORDAN. — *Sur la représentation typique des formes binaires*. (58 p.; it.)

BETTI (E.). — *Sur les fonctions sphériques*. (8 p.; it.)

CHRISTOFFEL (E.-B.). — *Sur le problème des températures stationnaires et la représentation conforme d'une surface donnée*. (15 p.; it.)

SCHLAEFLI (L.). — *Sur le mouvement d'un pendule, quand la droite passant par le point de suspension et par le centre de gravité est pour ce point le seul axe principal d'inertie qui soit déterminé de position*. (27 p.; it.)

CAYLEY (A.). — *Démonstration nouvelle du théorème de M. Casey par rapport aux cercles qui touchent trois cercles donnés*. (3 p.; fr.)

ROBERTS (Michael). — *Note sur les équations du cinquième degré*. (4 p.; fr.)

WIENER (Chr.). — *Sur le mouvement d'une figure plane qui se meut en restant semblable à elle-même et de manière que trois de ses droites passent par trois points fixes*. (7 p.; it.)

MONA (près l'Institut Technique supérieur de Milan); suite des Annales, publiées ci-devant à Rome, par le professeur Tortolini. 2^e série. Milan, imprimerie de J. Bernardoni.

Ces *Annales* paraissent à époques indéterminées, par fascicules de dix à douze feuilles in-4°, en italien, en français et en latin. Quatre fascicules forment un volume. Prix : 16 francs.

Nous donnons, sans grand développement, les titres des Mémoires des deux premiers volumes, afin que nos lecteurs connaissent la collection complète. A partir du tome III, nous entrerons dans une analyse plus détaillée.

DINI (U.). — *Sur les surfaces qui ont des lignes de courbure planes.* (9 p.; it.)

HERMITE. — *Sur l'intégrale $\int \frac{x^m dx}{\sqrt{1-x^2}}$.* (4 p.; fr.)

BRIOSCHI (F.). — *Du discriminant des formes binaires du sixième degré.* (1 p.; it.)

PLÜCKER (J.). — *Théorie générale des surfaces réglées, leur classification et leur construction.* (10 p.; fr.)

JORDAN (C.). — *Sur la stabilité de l'équilibre des corps flottants.* (52 p.; fr.)

BRIOSCHI (F.). — *Solution générale de l'équation du cinquième degré.* (10 p.; it.)

SCHLAEFLI (L.). — *Sur les relations entre diverses intégrales définies qui servent à exprimer la solution générale de l'équation de Riccati.* (11 p.; it.)

SCHLAEFLI (L.). — *Quelques observations sur les fonctions de Laplace.* (7 p.; it.)

CREMONA (L.). — *Représentation d'une classe de surfaces gauches sur un plan et détermination de leurs courbes asymptotiques.* (11 p.; it.)

Il s'agit, dans cet article, des surfaces ayant deux directrices rectilignes.

SCHRAMM (H.). — *Les invariants et les covariants, en qualité de critères pour les racines d'une équation.* (21 p.; fr.)

NEUMANN (C.). — *Application du calcul barycentrique à la courbure des courbes et des surfaces algébriques.* (2 art., 5 p.; it.)

CURTZE (M.). — *Notes diverses sur la série de Lambert et sur la loi des nombres premiers.* (8 p.; fr.)

CODAZZI. — *Sur les coordonnées curvilignes d'une surface et de l'espace.* (24 p.; it.)

GEISER (F.). — *Sur les normales à l'ellipsoïde.* (12 p.; it.)

Le but de cet article est de démontrer *synthétiquement* les théorèmes qui se rapportent aux normales à l'ellipsoïde.

BELTRAMI (E.). — *Des variables complexes sur une surface quelconque.* (38 p.; it.)

GORDAN (P.). — *Application du « Mémoire sur la représentation typique des formes binaires » aux équations modulaires de la transformation du cinquième ordre.* (6 p.; it.)

BETTI (E.). — *Sur la détermination des températures variables d'une plaque limitée.* (7 p.; it.)

T. II, août 1868 à juin 1869.

REYE (T.). — *Sur les axes des coniques situées sur une surface du second ordre.* (12 p.; it.)

ROBERTS (Michael). — *Sur l'application du théorème d'Abel à la comparaison des arcs des lignes de courbure d'un ellipsoïde.* (8 p.; fr.)

MATTHIESSEN (L.). — *Sur quelques propriétés des intégrales eulériennes de première et de seconde espèce.* (7 p.; it.)

DINI (U.). — *Sur les produits infinis.* (11 p.; it.)

AOUST (l'abbé). — *Théorie des coordonnées curvilignes quelconques.* (26 p.; fr.)

SIEBECK (H.). — *Du triangle dont les côtés contiennent des pôles conjugués par rapport à quatre sections coniques.* (26 p.; lat.)

BOOTH (J.). — *Sur la rectification de quelques courbes.* (8 p.; fr.)

SCHLAEFLI (L.). — *Sur une équation aux dérivées partielles du premier ordre.* (8 p.; it.)

HERMITE. — *Sur le développement en série des intégrales elliptiques de première et de seconde espèce.* (2 p.; fr.)

CAYLEY (A.). — *Note sur quelques tores sextiques.* (2 p.; fr.)

M. Cayley appelle torse une surface développable.

CODAZZI (D.). — *Sur les coordonnées curvilignes d'une surface et de l'espace.* Deuxième Mémoire. (19 p.; it.)

NEUMANN. — *Théorie nouvelle des phénomènes électriques.* (9 p.; lat.)

REYE (T.). — *Sur les courbes gauches de quatrième ordre et de pre-*

mière espèce et sur leurs points d'intersection avec les surfaces du second degré. (5 p.; it.)

HABICH (E.). — *Sur un système particulier de coordonnées. Application aux caustiques planes.* (16 p.; it.)

TRUDI (N.). — *Sur la forme quadratique des facteurs irréductibles d'une équation binôme.* (17 p.; it.)

JORDAN (C.). — *Mémoire sur les groupes de mouvements.* (49 p.; fr.)

GENOCCHI (A.). — *Sur un théorème de Cauchy.* (3 p.; it.)

CAYLEY (A.). — *Addition à la Note sur quelques torses sextiques.* (3 p.; fr.)

REYE (T.). — *Sur les courbes gauches de quatrième ordre et de première espèce. Suite et fin.* (2 p.; it.)

ROBERTS (Michael). — *Sur l'expression la plus simple de certaines fonctions des différences des racines d'une équation du cinquième degré.* (5 p.; fr.)

BELTRAMI (E.). — *Théorie fondamentale des espaces de courbure constante.* (24 p.; it.) (*)

GENOCCHI (A.). — *Sur quelques formes de nombres premiers.* (13 p.; it.)

CODAZZI (D.). — *Sur les coordonnées curvilignes d'une surface et de l'espace. Troisième Mémoire.* (19 p.; it.)

LIPSCHITZ (R.). — *Sur la possibilité d'intégrer complètement un système donné d'équations différentielles ordinaires.* (15 p.; it.)

CASEY (J.). — *Recherche des équations des couples de quadriques inscrites dans une quadrique donnée et tangentes à quatre quadriques inscrites aussi dans le même quadrique.* (15 p.; fr.)

SMITH (H.-S.). — *Observation de Géométrie.* (4 p.; lat.)

JORDAN (C.). — *Mémoire sur les groupes de mouvements. Suite et fin.* (24 p.; fr.)

(*) Voir *Bulletin*, p. 29.

GORDAN (P.). — *Application de quelques résultats contenus dans le Mémoire « Sur la représentation typique des formes binaires des cinquième et sixième degrés » aux intégrales hyperelliptiques.* (2 p.; it.)

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE
DES SCIENCES, publiés par MM. les Secrétaires perpétuels (*).

T. LXX.

N° 20. Séance du 16 mai 1870.

M. BERTRAND. — *Rapport sur un Mémoire de M. Moutard, relatif à la théorie des équations différentielles partielles du second ordre.*

« Les remarquables travaux qui, dans ces derniers temps, ont fait de la théorie des équations différentielles partielles du premier ordre l'une des plus parfaites du calcul intégral ont exercé peu d'influence sur l'étude des équations du second ordre. La forme même du résultat reste cachée dans ce cas, et la savante analyse d'Ampère, dans son admirable Mémoire de 1814, a été loin d'embrasser l'infinie variété des combinaisons possibles. Les géomètres, en étudiant dans sa théorie l'expression la plus parfaite des méthodes proposées jusqu'ici, doivent chercher à introduire plus de généralité dans la forme des résultats, à obtenir plus de certitude et de précision dans les méthodes qui en font connaître la possibilité.

» C'est à cette dernière partie du problème que se rapporte le Mémoire de M. Moutard. Laissant de côté le plus grand nombre des formes d'intégrales énumérées par Ampère, il s'attache exclusivement à la plus simple de toutes pour rechercher les équations auxquelles elle peut convenir. En nommant x et y les deux variables indépendantes dont dépend la fonction inconnue z , M. Moutard suppose que l'une fonctions arbitraires contenues dans l'intégrale générale contienne x seulement et l'autre y seulement, et que toutes deux figurent avec un nombre fini de leurs dérivées.

» Quelles sont les équations auxquelles convient une intégrale générale de cette forme ?

» Tel est le problème que se propose d'abord M. Moutard. Il est

(*) Voir *Bulletin*, p. 211.

intéressant et utile pour la théorie générale, et l'on doit féliciter l'auteur de l'avoir complètement résolu.

» Après avoir montré, comme Ampère, que l'équation différentielle, dans ce cas, ne doit renfermer que la seule dérivée du second ordre $\frac{d^2 z}{dx dy}$, désignée habituellement par s , M. Moutard obtient cinq formes distinctes qui comprennent tous les cas possibles : deux d'entre elles sont immédiatement intégrables, la troisième a été rencontrée et complètement intégrée par M. Liouville, les deux autres enfin appartiennent aux mêmes types et se réduisent aisément l'une à l'autre.

» Toute la difficulté se trouve donc concentrée sur une seule forme, que M. Moutard réduit à

$$\frac{d^2 \alpha}{du dv} = \frac{dA}{du} \frac{d\alpha}{dv} + AB\alpha,$$

où α représente une fonction inconnue de u et de v , et A et B des fonctions données, qui, bien entendu, pour que l'intégrale ait la forme demandée, doivent elles-mêmes remplir certaines conditions.

» La seconde partie du Mémoire est consacrée à leur étude et à la recherche de l'intégrale dans le cas où elles sont remplies. La voie très-directe suivie par M. Moutard, et imposée en quelque sorte par la manière dont il a abordé le problème, le conduit ici sur un terrain connu. Laplace, en 1773, a donné, dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, une méthode qui, par des essais successifs, permet de résoudre la première partie du problème, en formant, suivant une loi régulière, une série d'expressions déduites des coefficients de l'équation donnée. Il faut et il suffit, pour que l'intégration soit possible sous la forme supposée, que l'une de ces expressions soit égale à zéro, et le rang qu'elle occupe dans la série indique le nombre des dérivées de l'une des fonctions arbitraires qui doit figurer dans l'intégrale.

» En suivant jusqu'au bout, avec un plein succès, les conséquences de cette méthode, M. Moutard obtient la forme la plus générale des équations considérées, dans la formation desquelles il introduit autant de fonctions arbitraires distinctes qu'il le désire de chacune des variables x et y .

» La troisième partie du Mémoire est consacrée à l'étude très-

complète et très-intéressante de l'équation

$$\frac{d^2 z}{dx dy} = z \varphi(x, y),$$

à laquelle se réduit l'équation plus générale traitée précédemment dans un cas particulier, auquel ne sont pas applicables les résultats précédemment obtenus ; deux équations de condition, en général distinctes, se réduisent alors à une seule, et les conséquences qui s'en déduisent sont entièrement changées.

» M. Moutard, après avoir formé l'équation unique à laquelle doit satisfaire la fonction $\varphi(x, y)$ pour que l'intégrale ait la forme supposée, parvient à l'intégrer avec beaucoup de bonheur et de talent, en la ramenant à l'équation semblable d'ordre inférieur de deux unités, obtenue en supposant que la méthode exige une opération de moins.

» En résumé, nous pensons que le Mémoire de M. Moutard mérite l'approbation de l'Académie, et nous lui proposons d'en décider l'insertion dans le *Recueil des Savants étrangers*. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

M. MANNHEIM. — *Recherches sur les pincesaux de droites et les normales, contenant une nouvelle exposition de la théorie de la courbure des surfaces.* (Extrait par l'Auteur.)

Le but du Mémoire est l'étude géométrique des systèmes de rayons rectilignes, étudiés par Hamilton dans sa *Theory of systems of rays* et dans les *Transactions of the Royal Irish Academy*, ainsi que par M. Kummer dans un Mémoire de 1860, *Journal de Crelle*, t. LVII. Dans les études plus récentes de Plücker, ces systèmes prennent le nom de *congruences*, et ils sont définis par deux relations entre les quatre constantes a, b, p et q qui déterminent une droite, constantes qu'on peut appeler les coordonnées d'une droite, si l'on considère la ligne droite comme un élément de l'espace. M. Mannheim introduit dans cette étude les surfaces gauches formées respectivement par une droite et des droites infiniment voisines. Toutes les propriétés dues à M. Kummer se démontrent alors aisément au moyen d'une figure plane, dans laquelle apparaissent toujours une ligne droite et un cercle.

« Le pinceau formé par les normales infiniment voisines d'une surface est très-intéressant à examiner. »

Une surface élémentaire de ce pinceau, surface que M. Man-

nheim a appelée *normalie*, donne lieu à une figure dans laquelle se trouvent groupés tous les éléments relatifs à la théorie des surfaces.

« On est ainsi amené, non-seulement à une nouvelle exposition de cette théorie, à de nombreux résultats dus à MM. Joachimsthal, Bertrand, Bonnet, Lamarle, Catalan, etc., mais encore à d'autres propriétés qui n'avaient pas encore été signalées dans les études si nombreuses faites à ce sujet. »

N° 21. Séance du 23 mai 1870.

M. D'ABBADIE. — *Note sur une nouvelle division décimale de l'angle et du temps.*

M. d'Abbadie propose, dans cette Note, la division décimale non pas pour le cercle entier, mais pour le quadrant. La *prime* ou première décimale équivaut alors à 9 degrés sexagésimaux. La deuxième décimale a déjà reçu le nom de *grade*. La quatrième ou *quarte* ($1^{\text{iv}} = 32'',4$) sera souvent en usage pour les petites mesures; les termes *quinte* ($0^{\text{v}},00001$, ou $1^{\text{v}} = 3'',24$) ou cent millième partie du quadrant, et *sixte* ($0^{\text{vi}},000001$, ou $1^{\text{vi}} = 0'',324$) seraient plus rarement énoncés.

« La seule objection plausible, dit M. d'Abbadie, qu'on puisse adresser à cette réforme, c'est qu'un système de mesure adopté par la plupart des nations civilisées ne doit pas être changé. On répond que cette objection est inapplicable à tous les calculs de haute astronomie et à ceux de la géodésie, où l'étude des angles n'est point le but, mais bien l'intermédiaire, pour arriver à d'autres résultats, et surtout à la connaissance des dimensions réelles. Il en est de même dans les travaux de la physique. La mécanique céleste n'empruntant à l'observation qu'un nombre restreint de données, sur lesquelles sont fondées d'immenses séries de calculs, la conversion des valeurs d'un système dans l'autre n'est qu'un travail insignifiant, auprès des simplifications considérables que l'adoption de la division décimale du quadrant amènerait dans les calculs auxiliaires. Outre la facilité introduite dans les opérations d'addition, de soustraction, de multiplication et de division des angles, on aura l'avantage d'éviter les réductions de degrés et de minutes en secondes, et *vice versa*, qui se présentent à chaque instant quand on fait usage de la division sexagésimale. »

M. JORDAN. — *Théorème sur les fonctions doublement périodiques.*

Soient $F_1, \dots, F_n$ des fonctions doublement périodiques, n'ayant

chacune qu'un nombre limité d'infinis dans chaque parallélogramme des périodes; $l_1, l_2, \dots, l_n$ des constantes. Si la fonction $\Phi = l_1 F_1 + \dots + l_n F_n$ admet la période Ω , l'égalité

$$\Phi + l_1 F_1 + \dots + l_n F_n$$

se décomposera, en général, en une suite d'égalités telles que

$$\Phi = l_1 F_1 + \dots + l_p F_p + \text{const.},$$

$$l_{p+1} F_{p+1} + \dots + l_q F_q = \text{const.},$$

$$l_{q+1} F_{q+1} + \dots + l_r F_r = \text{const.},$$

$$\dots\dots\dots,$$

où les fonctions $F_1, F_2, \dots, F_p$ ont une période commune multiple de Ω , tandis que les fonctions qui figurent dans chacune des autres égalités ont deux périodes communes (multiples des moindres périodes de chacune d'elles), et, par suite, dépendent algébriquement les unes des autres.

N° 22. Séance du 30 mai 1870.

M. COMBESURE. — *Sur quelques formes différentielles.*

Dans cette Note, M. Combescure s'occupe de problèmes analogues au problème de l'*application* des surfaces les unes sur les autres, mais en considérant des formes à n indéterminées.

M. F. LUCAS. — *Sur une formule d'analyse.*