

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 1
(1870), p. 24-33

[<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1870__1__24_0>](http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1870__1__24_0)

© Gauthier-Villars, 1870, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

JOURNAL FÜR DIE REINE UND ANGEWANDTE MATHEMATIK IN ZWANGLOSEN HEFTEN. — Als Fortsetzung des von A. C. CRELLE : gegründeten Journals, herausgegeben unter Mitwirkung der Herren Schellbach, Kummer, Kronecker, Weierstrass; von C. W. BORCHARDT (*). T. LXXI, n° 1, 15 octobre 1869; n° 2, 15 décembre 1869.

OLIVIER (A.). — *Sur la théorie de la génération des courbes géométriques.* (15 pages.)

Ce travail peut être considéré comme la suite d'articles précédents qui ont pour base les beaux théorèmes de M. Chasles insérés en 1857 aux *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, sur la génération des courbes de degré supérieur.

WEYR (Eduard). — *Sur un théorème de Steiner.* (2 pages.)

Le théorème dont il est question dans ce court article se rapporte aux vingt-sept points dans lesquels une courbe du troisième degré peut avoir, avec une conique, un contact de l'ordre le plus élevé.

WEYR (Eduard). — *Sur quelques théorèmes de Steiner et sur leur relation avec un mode de transformation dans lequel à un élément de chaque figure correspondent en général deux éléments de l'autre.* (10 pages.)

Si l'on considère deux points P, Q sur une courbe du troisième degré, deux droites passant respectivement par ces deux points, et se coupant sur la courbe, peuvent être considérées comme formant deux faisceaux correspondants. Alors, à une droite de l'un des faisceaux correspondent évidemment deux droites de l'autre. C'est ce mode de correspondance qu'étudie M. Weyr en s'appuyant sur un théorème bien connu de Steiner, relatif à une série de polygones dont les côtés passent successivement par deux points fixes de la courbe du troisième degré.

(*) Ce Journal a été fondé, à la fin de 1825, par Crelle, à une époque où les *Annales de Gergonne* étaient, en Europe, le seul journal consacré aux Mathématiques. Il est dirigé, depuis la mort de Crelle (1856), par M. BORCHARDT. Il paraît par Cahiers détachés in-4 d'à peu près 100 pages. Quatre Cahiers forment un volume. Prix pour l'abonnement à quatre Cahiers : Allemagne, 16 francs; France, 20 francs. Les seize derniers volumes embrassent une période de douze années à peu près.

WEBER (H.). — *Note sur la démonstration, donnée par Riemann, du principe de Dirichlet.* (10 pages.)

Le principe de Dirichlet, dont Riemann a fait des applications si capitales, a été l'objet dans ces derniers temps, au point de vue de la rigueur et de la généralité, d'objections qui paraissent fondées. Le travail de M. Weber est consacré au développement d'une démonstration nouvelle et plus rigoureuse de cet important principe.

BAUER. — *Sur le discriminant de l'équation du troisième degré qui détermine les axes principaux d'une surface du second ordre et la décomposition de ce discriminant en une somme de carrés.* (5 pages.)

La question a été déjà traitée d'une manière très-remarquable par plusieurs savants, notamment par MM. Kummer (*), Borchardt (**), Hesse (***). Ces géomètres avaient examiné l'équation plus générale qu'on rencontre dans la théorie des perturbations des planètes. M. Bauer démontre que, dans le cas du troisième degré, le résultat s'obtient directement d'une manière fort simple.

BAUER. — *Sur les sections circulaires des surfaces du second degré.* (6 pages.)

LORBERG (H.). — *Sur la théorie du mouvement de l'électricité dans les corps à plus d'une dimension.* (37 pages.)

Les équations du mouvement de l'électricité ont été données par M. Kirchhoff dans le tome CII des *Annales de Poggendorff*. M. Weingarten avait déjà étudié le mouvement dans les corps linéaires. Le Mémoire de M. Lorberg comprend deux Parties. Dans la première l'auteur reprend les équations de M. Kirchhoff, et les étend au cas où il existe des forces extérieures. La deuxième Partie contient l'application au mouvement de l'électricité dans une sphère.

FUCHS (L.). — *Les modules de périodicité des intégrales hyperelliptiques considérés comme fonctions d'un paramètre.* (45 pages.)

M. Fuchs développe les équations différentielles qui sont analogues

(*) KUMMER. *Journal de Crelle*, t. XXVI, p. 268 : Bemerkungen über die cubische Gleichung durch welche die Hauptaxen der Flächen zweiten Grades bestimmt werden.

(**) BORCHARDT. *Journal de Crelle*, t. XXX; *Journal de Mathématiques* de M. Liouville, t. XII, p. 50 : Développements sur l'équation à l'aide de laquelle on détermine les inégalités séculaires du mouvement des planètes.

(***) HESSE (OTTO DE). *Vorlesungen über die anal. Geometrie des Raums*, p. 320.

Bull. des Sciences mathém. et astron., t. I. (Janvier 1870.)

à l'équation du second ordre trouvée par Legendre, et à laquelle satisfait, dans le cas des fonctions elliptiques, l'intégrale complète considérée comme fonction du module. Les équations différentielles trouvées par M. Fuchs sont de degré supérieur au second et variable suivant la classe des fonctions considérées. Le Mémoire se termine par l'application aux fonctions elliptiques.

FUCHS (L.). — *Sur une relation rationnelle entre les modules de périodicité des intégrales hyperelliptiques.* (40 pages.)

L'auteur développe des relations analogues à la célèbre formule

$$KJ' - JK' = \frac{\pi}{2}.$$

STERN. — *Sur les résidus quadratiques, trigonaux et bitrigonaux.* (27 pages.)

GORDAN. — *Sur les invariants des formes binaires quand on effectue des transformations de degré supérieur.* (31 pages.)

On n'a guère étudié jusqu'ici les invariants des formes algébriques qu'au point de vue des transformations *linéaires*. M. Gordan s'occupe d'un problème beaucoup plus général, et qui n'a été traité que dans des cas restreints et par un petit nombre de géomètres. C'est celui où les formules de transformation qui donnent les nouvelles variables par rapport aux variables primitives sont d'un degré quelconque par rapport à ces dernières. Il ne faut pas oublier, M. Gordan le dit d'ailleurs, que, dans son travail sur les équations du quatrième et du cinquième degré, M. Hermite avait résolu d'importants problèmes de ce genre.

A. OLIVIER. — *Recherche de l'ordre d'une courbe qui est engendrée par l'intersection des courbes correspondantes de deux faisceaux.* (2 pages.)

RIEMANN. — *Démonstration du théorème : « Toute fonction de n variables ayant plus de $2n$ périodes simultanées est impossible ».* (3 pages.)

(Extrait d'une lettre de Riemann à M. Weierstrass.) (*).

(*) Tous les Mémoires contenus dans ces deux Cahiers sont écrits en allemand.

ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE, publiées par M. L. PASTEUR, Membre de l'Institut, avec un Comité de rédaction composé de MM. les Maîtres de Conférence de l'École (*). T. VI; 1869.

DIDON (F.). — *Sur deux systèmes d'équations aux dérivées partielles.* (26 pages.)

Ce travail est la suite des belles études de M. Didon, sur les polynômes introduits dans la science par M. Hermite (voir *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LVIII et LX *passim*).

DARBOUX (G.). — *Sur un mode de transformation des figures et son application à la construction de la surface du deuxième ordre déterminée par neuf points.* (8 pages.)

SIMON (Ch.). — *Mémoire sur la rotation de la Lune* (deuxième Mémoire). (16 pages.)

DIDON (F.). — *Sur certains systèmes de polynômes associés.* (16 pages.)
Étude sur une classe de polynômes analogues aux fonctions X_n de Legendre.

JACOBI (C. G. J.). — *Lettres sur la théorie des fonctions elliptiques.* (50 pages.)

Ces lettres sont celles que Jacobi a écrites successivement à Legendre pour lui annoncer les belles et importantes découvertes qu'il venait de faire dans la théorie des fonctions elliptiques. Elles nous paraissent destinées à intéresser vivement les savants. Voici comment s'exprime M. Bertrand dans quelques lignes d'introduction placées au commencement de l'article :

« Nous devons à l'obligeance de M. Alfred Arago la précieuse communication de onze lettres inédites de *Jacobi* à *Legendre*, sur la théorie des fonctions elliptiques. Quoique les découvertes qu'elles

(*) Ce Recueil paraît depuis 1864, tous les deux mois, par Cahier de 56 à 64 pages. Prix de l'abonnement par année : Paris, 30 francs (Librairie Gauthier-Villars). Il contient à peu près par moitié des Mémoires de Mathématiques et des Mémoires se rapportant aux Sciences physiques. Nous ne rendrons compte que des Mémoires se rattachant directement aux Mathématiques. Les personnes qui désireront des renseignements plus complets pourront lire un article de M. J. Bertrand, inséré dans le *Journal des Savants*, année 1869, et intitulé : *Annales de l'École Normale supérieure*.

contiennent soient aujourd'hui bien connues des géomètres, ils étudieront sans doute avec un vif intérêt la forme que leur donne l'illustre inventeur; on prendra plaisir à voir Jacobi, avec une modestie digne de son talent, s'incliner devant l'illustre vieillard qu'il a déjà dépassé de si loin, et saluer en même temps par de véritables cris d'admiration les premiers résultats du jeune émule qui vient tout à coup partager sa gloire: « La découverte d'Abel, dit-il, est au-dessus de mes éloges, » comme elle est au-dessus de mes propres travaux. »

» Jacobi seul avait le droit de prononcer un tel jugement, dont la sévérité, sous toute autre plume que la sienne, irait jusqu'à l'injustice. »

SERRET (J.-A.). — *Sur un théorème de calcul intégral.* (8 pages.)

Dans cet élégant travail, M. Serret démontre, par des considérations indépendantes du calcul des probabilités, les beaux théorèmes que M. Crofton a fait connaître à l'Académie. La plus importante de ces propositions s'énonce de la manière suivante :

« Soit un contour convexe de forme quelconque, dont la longueur totale est L et qui renferme un espace Ω , si l'on appelle θ l'angle des deux tangentes menées d'un point extérieur (x, y) à ce contour, on aura l'intégrale

$$\iint (\theta - \sin \theta) dx dy = \frac{1}{2} L^2 - \pi \Omega$$

pour toute la surface du plan extérieure au contour » (voir *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXV, p. 994).

BAILLAUD. — *Note sur les séries à termes positifs.* (20 pages.)

Le jeune géomètre examine à un point de vue nouveau les règles que différents auteurs ont fait connaître pour reconnaître la convergence des séries. Il reprend et généralise la règle de Gauss. Enfin il montre que toutes les fois que les règles données par MM. de Morgan, Raabe, Bertrand, Bonnet permettent de reconnaître la convergence ou la divergence, on peut trouver une fonction $\varphi(n)$ telle, que l'examen du produit $u_n \varphi(n)$ permette de décider la question. On sait depuis Abel que cette propriété n'a pas lieu pour toutes les séries.

AOUST. — *Sur l'analyse des courbes rapportées à un système quelconque de coordonnées.* (28 pages.)

RADAU (R.). — *Sur la rotation des corps solides.*

Dans cet important travail, l'auteur reprend la théorie de la rotation. Il retrouve et analyse les résultats auxquels avaient été déjà conduits MM. Richelot, Serret, Sylvester.

BELTRAMI (E.). — *Essai d'interprétation de la Géométrie non euclidienne* (traduit de l'italien par J. Hoüel). (38 pages.)

Ce Mémoire est consacré à l'étude approfondie des surfaces à courbure constante négative. Il sera lu avec fruit par toutes les personnes qui désirent connaître le développement qu'ont reçu dans ces derniers temps les idées de Gauss relatives à l'origine des vérités géométriques. Du reste, les résultats qui y sont énoncés ont une valeur réelle, indépendante de toutes les idées qu'on peut se faire sur le *postulatum* d'Euclide.

BACH (M.). — *Du passage de Vénus sur le disque du Soleil en 1874, et du calcul de la parallaxe du Soleil.* (58 pages.)

BELTRAMI (E.). — *Théorie fondamentale des espaces de courbure constante* (traduit de l'italien par J. Hoüel). (30 pages.)

DIDON (F.). — *Sur une équation aux dérivées partielles.* (4 pages.)

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES, publiés par MM. les Secrétaires perpétuels (*). T. LXX; 1870.

N° 1. Séance du 3 janvier 1870.

État de l'Académie des Sciences au 1^{er} janvier 1870.

M. BERTRAND. — Sur la démonstration relative à la somme des angles d'un triangle.

(*) Ces *Comptes rendus* paraissent régulièrement tous les dimanches, depuis 1835, en un Cahier de 32 à 40 pages, quelquefois de 80 à 120. Ils forment, à la fin de l'année, deux volumes in-4, ensemble de 2400 à 3000 pages. Deux Tables, l'une par ordre alphabétique de matières, l'autre par ordre alphabétique de noms d'auteurs, terminent chaque volume. Prix de l'abonnement par an : Paris, 20 francs (Librairie Gauthier-Villars). Les extraits des Mémoires lus par les membres de l'Académie comprennent au plus 8 pages par numéro; les Notes des personnes qui ne sont pas membres de l'Académie ne peuvent dépasser 4 pages.

Nous ne parlerons que des Mémoires se rattachant aux Mathématiques et à l'Astronomie.

P. SECCHI. — Lettre à M. le Secrétaire perpétuel sur la constitution de l'aurole solaire et sur quelques particularités des tubes de Geissler.

M. BOUSSINESQ. — Essai sur la théorie de l'écoulement d'un liquide par un orifice en mince paroi.

N° 2. Séance du 10 janvier 1870.

M. DELAUNAY. — Sur la constitution physique de la Lune.

P. SECCHI. — Sur la constitution de l'aurole solaire. (Article dont il a été fait mention plus haut.)

M. PIARRON DE MONDESIR. — Nouvelle méthode pour la solution des problèmes de la Mécanique (2^e Partie).

N° 3. Séance du 17 janvier 1870.

M. DELAUNAY présente un Rapport sur les importantes recherches de M. PUISEUX, relatives à la théorie de la Lune. Nous reproduisons ce Rapport, qui donnera à nos lecteurs une idée très-nette du point sur lequel ont porté les recherches de M. PUISEUX :

« Lorsqu'on veut déterminer toutes les inégalités du mouvement de la Lune dues à l'action perturbatrice du Soleil, on doit attribuer à ce dernier astre, à chaque instant, la position exacte qu'il occupe par rapport à un système d'axes coordonnés de directions constantes passant par le centre de la Terre. Les coordonnées du Soleil, que l'on doit aussi considérer, sont exactement les mêmes que celles de la Terre rapportées à un système d'axes parallèles et de sens contraires, menés par le centre du Soleil. C'est donc, en définitive, le mouvement de la Terre autour du Soleil qui permet d'obtenir les coordonnées du Soleil dont on a besoin pour effectuer le calcul des inégalités lunaires.

» Si l'on admet, dans une première recherche, que la Terre se meut autour du Soleil en suivant rigoureusement les lois du mouvement elliptique, on obtient ainsi la plus grande partie des inégalités dont le mouvement de la Lune est affecté; c'est en cela que consiste le travail publié récemment par l'un de nous, et formant les tomes XXVIII et XXIX des *Mémoires de l'Académie*. Mais les inégalités du mouvement de la Terre, qui doivent être jointes à son mouvement elliptique considéré seul d'abord, pour fournir son mouvement réel autour du Soleil, contribuent aussi à produire, dans le mouvement de la

Lune, des inégalités qu'il n'est pas possible de négliger. Parmi ces inégalités du mouvement de la Lune, dues à l'existence des inégalités du mouvement de la Terre, une des plus importantes est celle qui affecte progressivement le moyen mouvement de notre satellite. Laplace a démontré, en 1787, que la diminution séculaire de l'excentricité de l'orbite de la Terre produit une accélération progressive dans le moyen mouvement lunaire; et il a levé par là une difficulté qui préoccupait beaucoup les savants, en dévoilant la cause de l'accélération séculaire découverte depuis longtemps dans ce moyen mouvement de la Lune, par l'examen attentif des données de l'observation. A partir de là, et jusqu'à ces derniers temps, on a regardé la cause assignée par Laplace comme correspondant complètement à l'effet qu'il s'agissait d'expliquer; mais des doutes se sont produits, il y a quelques années, sur l'exactitude de cette correspondance : un calcul plus complet de l'effet produit sur le moyen mouvement de la Lune par la diminution séculaire de l'excentricité de l'orbite de la Terre, a conduit à penser que cette cause trouvée par Laplace ne rendait compte que d'une portion de l'accélération séculaire qui affecte réellement ce moyen mouvement. On s'est demandé tout naturellement à quelle autre cause la partie restante pourrait être attribuée, et diverses idées ont été émises à ce sujet. Mais avant tout, il était bon de s'assurer si l'on avait bien tenu compte de tous les effets de ce genre que peut produire l'action perturbatrice du Soleil sur la Lune.

» Parmi les inégalités dont le mouvement elliptique d'une planète est affecté, la variation séculaire de l'inclinaison de son orbite sur un plan fixe et celle de l'excentricité de cette orbite jouent des rôles entièrement analogues; le déplacement séculaire du plan de l'écliptique dans l'espace ne pourrait-il donc pas produire une accélération dans le moyen mouvement de la Lune, tout aussi bien que la diminution progressive de l'excentricité de l'orbite de la Terre? Telle est la question que M. Puiseux s'est posée.

» Les divers savants qui se sont occupés du mouvement de la Lune avaient toujours regardé l'influence du déplacement progressif de l'écliptique sur le moyen mouvement de cet astre comme insensible; mais c'était en se bornant aux premières approximations qu'ils avaient été conduits à ce résultat, et l'on sait combien, dans la théorie de la Lune, les conclusions tirées des premières approximations auxquelles on s'est arrêté tout d'abord se trouvent quelquefois changées

lorsqu'on passe aux approximations suivantes. M. Puiseux a donc entrepris d'effectuer le calcul de la partie de l'équation séculaire de la Lune qui peut être due au déplacement séculaire du plan de l'écliptique, en poussant les approximations assez loin pour qu'il ne restât aucun doute sur la véritable influence de cette cause spéciale de perturbation.

» Nous n'entrerons dans aucun détail sur la marche que l'auteur a suivie pour atteindre ce but. Nous nous contenterons de dire que, dans le développement des longs et pénibles calculs qu'il a eu à faire pour y arriver, on retrouve la netteté et la précision qui sont le caractère distinctif de ses travaux. Quant au résultat, il est le même que celui auquel on était parvenu en se bornant aux premières approximations : le changement de position du plan de l'écliptique dans l'espace n'a aucune influence sensible sur la valeur de l'équation séculaire de la Lune. Cette conséquence, bien qu'elle soit négative, n'en a pas moins une grande importance; et tous les amis de la science se féliciteront de ce que le doute qui pouvait rester sur ce point soit complètement dissipé.

» Nous proposons à l'Académie de décider que le Mémoire de M. Puiseux sera inséré dans le *Recueil des Savants étrangers*. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

N° 4. Séance du 24 janvier 1870.

M. PIARRON DE MONDESIR. — Nouvelle méthode pour la solution des problèmes de la Mécanique (3^e Partie).

N° 5. Séance du 31 janvier 1870.

M. BOUSSINESQ. — Essai sur la théorie de l'écoulement d'un liquide par un orifice en mince paroi (suite).

N° 6. Séance du 7 février 1870.

M. DE SAINT-VENANT. — Rapport sur un Mémoire de M. Maurice Levy, présenté le 3 juin 1867, reproduit le 21 juin 1869, et intitulé : « Essai sur une théorie rationnelle de l'équilibre des terres fraîchement remuées, et ses applications au calcul de la stabilité des murs de soutènement. »

M. DE SAINT-VENANT. — Sur une détermination rationnelle, par

approximation, de la poussée qu'exercent des terres dépourvues de cohésion, contre un mur ayant une inclinaison quelconque.

M. LAUSSEDAT. — Sur les applications utiles de la méthode graphique à la production des éclipses de Soleil.

M. HEIS. — La lumière zodiacale observée à Munster, en Westphalie, les 25 et 30 janvier.

M. HEIS. — Aurores boréales observées au même lieu, le 30 janvier et le 1^{er} février.

M. PIARRON DE MONDESIR. — Nouvelle méthode pour la solution des problèmes de la Mécanique (4^e et dernière Partie).