

Astérisque

**Analyse complexe, systèmes dynamiques, sommabilité
des séries divergentes et théories galoisiennes
(I) - Pages préliminaires**

Astérisque, tome 296 (2004), p. I-XXVII

http://www.numdam.org/item?id=AST_2004__296__R1_0

© Société mathématique de France, 2004, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ASTÉRISQUE 296

ANALYSE COMPLEXE,
SYSTÈMES DYNAMIQUES,
SOMMABILITÉ
DES SÉRIES DIVERGENTES
ET THÉORIES GALOISIENNES (I)

VOLUME EN L'HONNEUR DE JEAN-PIERRE RAMIS

édité par

Michèle Loday-Richaud

Société Mathématique de France 2004

Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

M. Loday-Richaud

Université d'Angers – UFR Sciences, LAREMA, UMR 6093, 2 boulevard Lavoisier,
49 045 Angers Cedex 01 (France).

E-mail : `michele.loday@univ-angers.fr`

Classification mathématique par sujets (2000). — 01A70, 11R32, 11R39, 11S80, 12Hxx, 13Nxx, 17B15, 32G34, 32S65, 33E17, 34A30, 34A34, 34Mxx, 35A27, 35D10, 37F75, 39A13, 58B34, 81T15.

Mots clefs. — Algèbre différentielle ; monodromie p -adique ; équations différentielles, équations aux différences, équations aux q -différences dans le champ complexe ; modules de Krichever ; descente ; pincesaux de feuilletages ; courbure ; D -modules holonomes ; b -fonctions ; intégrabilité ; géométrie non commutative (à la Connes) ; renormalisation ; algèbres de Hopf ; théories de Galois ; correspondance de Riemann-Hilbert ; déformations isomonodromiques.

ANALYSE COMPLEXE, SYSTÈMES DYNAMIQUES, SOMMABILITÉ DES SÉRIES DIVERGENTES ET THÉORIES GALOISIENNES (I)

VOLUME EN L'HONNEUR DE JEAN-PIERRE RAMIS

édité par Michèle Loday-Richaud

Résumé. — Cet ouvrage en deux volumes rassemble les actes du colloque *Analyse complexe, systèmes dynamiques, sommabilité des séries divergentes et théories galoisiennes* organisé à Toulouse du 22 au 26 septembre 2003 à l'occasion du soixantième anniversaire de Jean-Pierre Ramis.

En introduction, le premier volume propose deux textes de souvenirs et trois textes de synthèse des travaux de J.-P. Ramis en analyse complexe, en théorie des équations différentielles linéaires et en théorie des équations différentielles non-linéaires. Suivent des textes essentiellement consacrés aux théories galoisiennes, à l'arithmétique et à l'intégrabilité : analogies entre théories différentielles et théories arithmétiques, équations aux q -différences classiques ou p -adiques, problème de Riemann-Hilbert et renormalisation, b -fonctions, problèmes de descente, modules de Krichever, lieu d'intégrabilité, théorie de Drach et équation de Painlevé VI.

Le deuxième volume rassemble des textes plutôt liés à des questions d'analyse et de géométrie : stabilité de Lyapounov, analyse asymptotique et dynamique pour des pinceaux de trajectoires, analyse WKB et géométrie de Stokes, équations de Painlevé I et II, formes normales des singularités de type nœud-col, tores invariants d'équations aux dérivées partielles.

Abstract (Complex analysis, dynamical systems, summability of divergent series and Galois theories (I), Volume in honor of Jean-Pierre Ramis)

These two bound volumes present the proceedings of the conference *Complex Analysis, Dynamical Systems, Summability of Divergent Series and Galois Theories* held in Toulouse from September 22nd to September 26th 2003, on the occasion of J.-P. Ramis' 60th birthday.

The first volume opens with two texts composed of recollections and three texts on J.-P. Ramis' works on Complex Analysis and Ordinary Differential Equations Theory, both linear and non-linear. This introduction is followed by papers concerned with Galois Theories, Arithmetic or Integrability: analogies between differential and arithmetical theories, q -difference equations, classical or p -adic, the Riemann-Hilbert problem and renormalisation, b -functions, descent problems, Krichever modules, the set of integrability, Drach theory and the VIth Painlevé equation.

The second volume contains papers dealing with analytical or geometrical aspects: Lyapunov stability, asymptotic and dynamical analysis for pencils of trajectories, monodromy in moduli spaces, WKB analysis and Stokes geometry, first and second Painlevé equations, normal forms for saddle-node type singularities, invariant tori for PDEs.

TABLE DES MATIÈRES

Résumés des articles	xiii
Abstracts	xvii
Avant-Propos	xxi
 B. MALGRANGE — <i>Les premiers travaux de Jean-Pierre Ramis</i>	 1
G. RUGET — <i>Témoignage</i>	7
 D. BERTRAND — <i>Travaux de J.-P. Ramis sur les équations différentielles linéaires</i>	 11
Acte I. Filtrations Gevrey <i>Dijon, 1976</i> ([R1])	11
Acte II. (Re)sommation et groupes de Galois différentiels <i>Les Houches (1979)</i> ([R2]), <i>Rio (1985)</i> ([R4]), <i>Strasbourg (1991)</i> ([Mr-R6])	13
Acte III. La conjecture d'Abhyankar différentielle <i>Toulouse (Nuit de la musique, 1993)</i> ([R10])	16
Références	19
 D. CERVEAU — <i>Travaux de J.-P. Ramis sur les équations différentielles non linéaires</i>	 21
1. Systèmes hamiltoniens (Morales-Ramis)	21
2. Perturbations singulières	24
3. Feuilletages holomorphes	26
Références	31
 M. LODAY-RICHAUD — <i>Souvenirs strasbourgeois</i>	 33
 Y. ANDRÉ — <i>Galois representations, differential equations, and q-difference equations : sketch of a p-adic unification</i>	 43
Introduction	43
1. A mysterious analogy : linear complex differential equations and coverings in characteristic p , tame and wild	44

2. The p -adic analog of this analogy. An equivalence of categories.	46
3. Another analogy : linear differential equations and q -difference equations; confluence	50
4. The p -adic analog of this analogy. Another equivalence of categories [AdV] ..	51
References	53
 Y. ANDRÉ & L. DI VIZIO — <i>q-difference equations and p-adic local monodromy</i> ..	55
Introduction	55
Part I. Rank 1	57
1. Generalities on p -adic q -difference equations of rank 1	57
2. An example : the q -exponential function	61
3. Solvability (at the boundary)	65
4. A characterization of solvability	67
5. Reduction to the case of q -difference equations with polynomial coefficient ..	70
6. Frobenius structure in rank 1 : existence criterion	73
7. q -deformation of differential equations with strong Frobenius structure ...	78
8. The group of isomorphism classes of q -difference equations of rank 1 admitting a Frobenius structure	80
Appendices to part I	82
9. Frobenius structure of $d_q y(x) = \pi_q y(x)$	82
10. p -adic q -exponential and Koblitz' Gamma function	84
Part II. Higher rank	87
11. Preliminaries : unramified extensions of $\mathcal{E}^\dagger$	87
12. q -difference modules and Frobenius structures	89
13. "Unit-root" q -difference modules	98
14. Quasi-unipotence	104
15. Applications	108
References	110
 A. CONNES — <i>Renormalisation et ambiguïté galoisienne</i>	113
1. Introduction	114
2. Renormalisation, position du problème	116
3. Structure algébrique des graphes de Feynman	122
4. Renormalisation et problème de Riemann-Hilbert	127
5. Le groupe de renormalisation	132
6. Le groupe G et les difféomorphismes formels	134
7. Le groupe de renormalisation et la théorie de Galois	136
Références	141
 Y. LAURENT — <i>b-functions and integrable solutions of holonomic $\mathcal{D}$-module</i> ..	145
Introduction	145
1. V -filtration and b -functions	146
2. Reductive Lie algebras	153
References	164

A. LINS NETO — <i>Curvature of pencils of foliations</i>	167
1. Introduction	167
2. Proofs	172
References	189
M. VAN DER PUT — <i>Skew differential fields, differential and difference equations</i>	191
Introduction	191
1. The construction of skew differential fields	192
2. Skew differential fields over $\mathbf{R}(\{x\})$	192
3. Descent for q -difference equations	200
4. Descent for ordinary difference equations	202
References	205
M. VAN DER PUT & M. REVERSAT — <i>Krichever modules for difference and differential equations</i>	207
Introduction	207
1. Abelian differential equations	208
2. Abelian difference equations	217
References	225
J. SAULOY — <i>Algebraic construction of the Stokes sheaf for irregular linear q-difference equations</i>	227
1. Introduction and general conventions	227
2. Local analytic classification	231
3. Algebraic summation	240
4. The q -Gevrey filtration on the Stokes sheaf	247
References	250
H. UMEMURA — <i>Monodromy preserving deformation and differential Galois group I</i>	253
1. Introduction	253
2. Review of R. Fuchs' paper	256
3. Infinite dimensional differential Galois theory	257
4. Proof of Theorem 1.1	260
5. Framework of proving Theorem 1.3	264
6. Questions	266
7. Appendix : Extract from a letter of B. Malgrange to D. Bertrand	267
References	269

TABLE DES MATIÈRES DU VOLUME II

Résumés des articles	xiii
Abstracts	xvii
Avant-Propos	xxi
 F. CANO, R. MOUSSU & F. SANZ — <i>Pinceaux de courbes intégrales d'un champ de vecteurs analytique</i>	1
0. Introduction	1
1. Enlacement asymptotique et pinceau intégral	4
2. Pinceau intégral hyperbolique	13
3. Pinceau intégral central de type I	15
4. Pinceau intégral final de type II	20
5. Le cas général	28
Références	33
 B. DUBROVIN — <i>On analytic families of invariant tori for PDEs</i>	35
1. Introduction	35
2. Can one see the shape of a Riemann surface looking at the water waves? .	42
3. Infinite genus theta-functions of Riemann surfaces without Riemann surfaces	56
References	63
 N. JOSHI, K. KAJIWARA & M. MAZZOCCO — <i>Generating Function Associated with the Determinant Formula for the Solutions of the Painlevé II Equation</i> ...	67
1. Introduction	67
2. Hankel Determinant Formula and Isomonodromic Problem	69
3. Solutions of Isomonodromic Problems and Determinant Formula	73
4. Summability of the generating function	76
References	77

V. KALOSHIN, J.N. MATHER & E. VALDINOCI — <i>Instability of resonant totally elliptic points of symplectic maps in dimension 4</i>	79
1. Introduction	79
2. Suspension of a symplectic map near totally elliptic points of a time periodic fiber-convex Hamiltonian	84
3. Scheme of construction of diffusing trajectories using Mather action functional	87
4. Mather diffusion theorem	91
5. Averaged mechanical systems corresponding to single and double resonances	93
6. Definition of $U_{\delta(\ell_0, \Gamma)}^s$	95
7. Definition of $W_{\delta(\ell_0, \Gamma)}^s$ using type 2 non-degeneracy (of Barrier functions) ..	101
8. Variational principle and restatement of Mather diffusion theorem	105
9. Application	106
Appendix A. Mather minimal sets	108
Appendix B. Proofs of auxiliary lemmas	111
References	114
T. KAWAI, T. KOIKE, Y. NISHIKAWA & Y. TAKEI — <i>On the Stokes geometry of higher order Painlevé equations</i>	117
0. Introduction	118
1. P_J -hierarchy with a large parameter ($J = \text{I, II-1 or II-2}$)	122
2. Relations between the Stokes geometry of the (P_J) -hierarchies and that of their underlying Lax pairs	129
3. The inevitability of the Nishikawa phenomenon	140
4. Introduction of a new Stokes curve to explain the Nishikawa phenomenon ..	144
5. Examples of Stokes geometry	154
Appendix A. Some properties of $\mathcal{K}_J$ and K_J	160
Appendix B. Another formulation of the P_J -hierarchy	163
References	165
F. LORAY — <i>Versal deformation of the analytic saddle-node</i>	167
Introduction and results	167
1. Martinet-Ramis' invariants	170
2. Proof of Theorem 1	173
3. Gluing Lemmas	175
4. Proof of Theorem 2	178
5. Proof of Theorem 4	184
References	186
C. SIMPSON — <i>Asymptotics for general connections at infinity</i>	189
1. Introduction	189
2. The compactified moduli space of connections	193
3. Curves going to infinity	194
4. Genericity results for the spectral data	196
5. Pullback to a ramified covering and gauge transformations	198

6. Laplace transform of the monodromy operators	202
7. Analytic continuation of the Laplace transform	206
8. Description of cells using trees	210
9. Remoteness of points	213
10. Calculations of gradient flows	214
11. Choice of the vector fields W_{ij}	217
12. Results on the dynamics of our flowing maps	219
13. Proofs	225
14. Conclusion	227
References	229

RÉSUMÉS DES ARTICLES

Les premiers travaux de Jean-Pierre Ramis

BERNARD MALGRANGE	1
-------------------------	---

Exposé des travaux de Jean-Pierre Ramis avant 1978-80, travaux portant sur les espaces analytiques banachiques, la dualité en géométrie analytique et les $\mathcal{D}$ -modules.

Témoignage

GABRIEL RUGET	7
---------------------	---

Ce texte est une évocation des années 1962-1971 passées avec Jean-Pierre Ramis à l'École Normale Supérieure et à l'université entre Paris et Orsay, puis à Tunis.

Travaux de J.-P. Ramis sur les équations différentielles linéaires

DANIEL BERTRAND	11
-----------------------	----

L'article donne un survol des travaux de J.-P. Ramis sur les singularités irrégulières : théorèmes d'indice Gevrey, dévissage du groupe de Galois analytique, problème inverse.

Travaux de J.-P. Ramis sur les équations différentielles non linéaires

DOMINIQUE CERVEAU	21
-------------------------	----

On survole trois articles de J.-P. Ramis traitant de phénomènes non linéaires.

Souvenirs strasbourgeois

MICHÈLE LODAY-RICHAUD	33
-----------------------------	----

Ce texte est une évocation des années 1971-1987 que j'ai passées à Strasbourg dans le groupe de travail organisé par Jean-Pierre Ramis sur les équations fonctionnelles et, en particulier, différentielles.

Galois representations, differential equations, and q -difference equations : sketch of a p -adic unification

YVES ANDRÉ	43
------------------	----

Ce texte est une introduction développée à l'article suivant, plus technique [AdV]. Nous expliquons comment [AdV] est lié à deux thèmes majeurs de l'œuvre de J.-P. Ramis, et comment ceux-ci trouvent leur unification en passant au monde p -adique.

q-difference equations and p-adic local monodromy

YVES ANDRÉ & LUCIA DI VIZIO 55

Nous présentons une théorie p -adique des équations aux q -différences sur des couronnes arbitrairement minces de rayon extérieur 1. Après une étude détaillée des équations de rang 1, nous nous penchons sur le cas de rang supérieur et nous démontrons un théorème de monodromie locale (un q -analogue de la conjecture de quasi-unipotence de Crew). Cela nous permet de définir, dans ce contexte, un foncteur canonique de « confluence » des équations aux q -différences vers les équations différentielles, qui s'avère être une équivalence de catégories (en présence de structures de Frobenius).

Renormalisation et ambiguïté galoisienne

ALAIN CONNES 113

Cet article donne un exposé détaillé de mes résultats sur la renormalisation en collaboration avec D. Kreimer. Le premier résultat essentiel est l'identité entre le procédé récursif utilisé par les physiciens pour éliminer les divergences en théorie des champs quantiques et la décomposition de Birkhoff des lacets à valeurs dans un groupe pro-unipotent. Le groupe impliqué dans la renormalisation est celui des difféographismes, construit à partir des graphes de Feynman. Le deuxième résultat important est la construction d'une action de ce groupe des difféographismes sur les constantes de couplage sans dimension de la théorie physique. Le lien précis entre mon travail avec Kreimer et la correspondance de Riemann-Hilbert a été obtenu en collaboration avec M. Marcolli et est explicité à la fin de ce texte. Nous établissons une correspondance de Riemann-Hilbert entre connexions plates équisingulières et représentations d'un groupe de Galois « motivique » explicite U^* . Ce groupe joue dans le contexte de la renormalisation un rôle analogue à celui du tore exponentiel de Jean-Pierre Ramis dans la théorie locale des singularités irrégulières des équations différentielles et il apporte une réponse satisfaisante à la recherche proposée par P. Cartier d'un groupe de Galois « cosmique » qui sous-tend la renormalisation.

b-functions and integrable solutions of holonomic $\mathcal{D}$ -module

YVES LAURENT 145

Un célèbre théorème de Harish-Chandra montre que les distributions invariantes propres sur un groupe de Lie semi-simple sont des fonctions localement intégrables. Nous donnons ici une version algébrique de ce théorème en termes de polynômes associés à un $\mathcal{D}$ -module holonome.

Curvature of pencils of foliations

ALCIDES LINS NETO 167

Nous nous intéressons au *pinceau de feuilletages* $\mathcal{P} = \mathcal{P}(\mathcal{F}, \mathcal{G})$ engendré par deux feuilletages $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$ holomorphes singuliers distincts sur une surface complexe compacte M et appartenant à la même classe, *i.e.*, $N_{\mathcal{F}} = N_{\mathcal{G}}$. La forme de courbure du pinceau $\mathcal{P}$ est une 2-forme $\Theta = \Theta(\mathcal{P})$ qui coïncide avec

la courbure de Chern (*cf.* [Ch]); lorsque $\Theta(\mathcal{P}) \equiv 0$ on dit que le pinceau est *plat*. Dans cet article, nous donnons des conditions suffisantes de platitude d'un pinceau (Théorème 2). Nous regardons comment se traduit la platitude dans le pseudo-groupe d'holonomie des feuilletages de $\mathcal{P}$ et, en particulier, nous étudions dans certains cas l'ensemble $\{\mathcal{H} \in \mathcal{P} \mid \mathcal{H} \text{ admet une intégrale première}\}$ (Théorème 1).

Skew differential fields, differential and difference equations

MARIUS VAN DER PUT 191

On étudie la descente sur un corps k d'une équation différentielle ou aux différences donnée sur un corps K et qui est isomorphe à toutes ses conjuguées sous l'action du groupe de Galois $\text{Gal}(K/k)$ de K sur k . On traite le cas de plusieurs classes d'équations.

Krichever modules for difference and differential equations

MARIUS VAN DER PUT & MARC REVERSAT 207

On compare explicitement les modules de Krichever différentiels ou aux différences de rang 1 aux extensions abéliennes différentielles ou aux différences. Ceci permet de donner, dans ces situations, un analogue du théorème de Kronecker-Weber.

Algebraic construction of the Stokes sheaf for irregular linear q -difference equations

JACQUES SAULOY 227

La classification analytique locale des équations aux q -différences linéaires irrégulières a été récemment réalisée par J.-P. Ramis, J. Sauloy et C. Zhang. Leur description fait intervenir un q -analogue du faisceau de Stokes et des théorèmes de type Malgrange-Sibuya et elle s'appuie sur la sommation discrète de C. Zhang. Nous montrons ici comment retrouver une partie de ces résultats par voie algébrique et nous décrivons le dévissage q -Gevrey du q -faisceau de Stokes par des fibrés vectoriels holomorphes sur une courbe elliptique.

Monodromy preserving deformation and differential Galois group I

HIROSHI UMEMURA 253

En 1914, J. Drach interpréta le travail de R. Fuchs sur les déformations isomonodromiques et la sixième équation de Painlevé en termes de sa théorie de Galois de dimension infinie. La note de Drach contient une idée très originale mais difficile à comprendre. Nous analysons sa note en appliquant notre théorie de Galois différentielle de dimension infinie. Cela nous donne des exemples non triviaux dont nous pouvons calculer notre groupe de Galois.

ABSTRACTS

Les premiers travaux de Jean-Pierre Ramis

BERNARD MALGRANGE 1

Exposition of Jean-Pierre Ramis' works before 1978-80, works devoted to Banach analytic spaces, duality in complex analysis and $\mathcal{D}$ -modules.

Témoignage

GABRIEL RUGET 7

We relate memories of the years 1962-1971 spent at the École Normale Supérieure in Paris, at the Universities of Paris and Orsay and in Tunis with Jean-Pierre Ramis.

Travaux de J.-P. Ramis sur les équations différentielles linéaires

DANIEL BERTRAND 11

We survey the work of J.-P. Ramis on irregular singularities, with special emphasis on his Gevrey theorems, his extension of Schlesinger's density theorem, and the analogies his theory provides between analytic differential Galois groups and fundamental groups in positive characteristic.

Travaux de J.-P. Ramis sur les équations différentielles non linéaires

DOMINIQUE CERVEAU 21

About three papers of J.-P. Ramis related to non linear phenomena.

Souvenirs strasbourgeois

MICHÈLE LODAY-RICHAUD 33

This paper deals with memories of the time (1971-1987) I spent in Strasbourg as a member of the working group on differential or functional equations around Jean-Pierre Ramis.

Galois representations, differential equations, and q -difference equations : sketch of a p -adic unification

YVES ANDRÉ 43

This is a broad introduction to the following, more technical, paper [AdV]. We explain how [AdV] relates to two major themes of J.-P. Ramis' work, which eventually become unified in the p -adic world.

q-difference equations and p-adic local monodromy

YVES ANDRÉ & LUCIA DI VIZIO 55

We present a p -adic theory of q -difference equations over arbitrarily thin annuli of outer radius 1. After a detailed study of rank one equations, we consider higher rank equations and prove a local monodromy theorem (a q -analog of Crew's quasi-unipotence conjecture). This allows us to define, in this context, a canonical functor of "confluence" from q -difference equations to differential equations, which turns out to be an equivalence of categories (in the presence of Frobenius structures).

Renormalisation et ambiguïté galoisienne

ALAIN CONNES 113

This paper contains a detailed exposition of my joint work with Kreimer on renormalization. The first key result is the identity between the recursive process used by physicists to remove the divergencies in quantum field theory and the Birkhoff decomposition of loops with values in a pro-unipotent Lie group. The relevant group for renormalization is the group of diffeographisms which is constructed from Feynman graphs. The second key result is the construction of an action of the group of diffeographisms on the dimensionless coupling constants of the theory. The precise link between my work with Kreimer and the Riemann-Hilbert correspondence was obtained in collaboration with M. Marcolli and is explained briefly at the end of the paper. We construct a Riemann-Hilbert correspondence between flat equisingular connections and representations of a specific motivic Galois group U^* . This group is the analogue in renormalization of the exponential torus of Ramis in the local theory of irregular singular differential equations. Our work gives a natural candidate for the « cosmic Galois group » envisaged by Cartier as the symmetry underlying renormalization.

b-functions and integrable solutions of holonomic $\mathcal{D}$ -module

YVES LAURENT 145

A famous theorem of Harish-Chandra shows that all invariant eigendistributions on a semi-simple Lie group are locally integrable functions. We give here an algebraic version of this theorem in terms of polynomials associated with a holonomic $\mathcal{D}$ -module.

Curvature of pencils of foliations

ALCIDES LINS NETO 167

Let $\mathcal{F}$ and $\mathcal{G}$ be two distinct singular holomorphic foliations on a compact complex surface M , in the same class, that is $N_{\mathcal{F}} = N_{\mathcal{G}}$. In this case, we can define the *pencil* $\mathcal{P} = \mathcal{P}(\mathcal{F}, \mathcal{G})$ of foliations generated by $\mathcal{F}$ and $\mathcal{G}$. We can associate to a pencil $\mathcal{P}$ a meromorphic 2-form $\Theta = \Theta(\mathcal{P})$, the form of curvature of the pencil, which is in fact the Chern curvature (cf. [Ch]). When $\Theta(\mathcal{P}) \equiv 0$ we will say that the pencil is *flat*. In this paper we give some sufficient conditions

for a pencil to be flat. (Theorem 2). We will see also how the flatness reflects in the pseudo-group of holonomy of the foliations of $\mathcal{P}$. In particular, we will study the set $\{\mathcal{H} \in \mathcal{P} \mid \mathcal{H} \text{ has a first integral}\}$ in some cases (Theorem 1).

Skew differential fields, differential and difference equations

MARIUS VAN DER PUT 191

The central question is : Let a differential or difference equation over a field K be isomorphic to all its Galois twists w.r.t. the group $\text{Gal}(K/k)$. Does the equation descend to k ? For a number of categories of equations an answer is given.

Krichever modules for difference and differential equations

MARIUS VAN DER PUT & MARC REVERSAT 207

In order to understand an analogue of Kronecker-Weber and some abelian Langlands theory for function fields, an explicit comparison between Krichever differential (or difference) modules of rank one and abelian differential (or difference) equations is carried out.

Algebraic construction of the Stokes sheaf for irregular linear q -difference equations

JACQUES SAULOY 227

The local analytic classification of irregular linear q -difference equations has recently been obtained by J.-P. Ramis, J. Sauloy and C. Zhang. Their description involves a q -analog of the Stokes sheaf and theorems of Malgrange-Sibuya type and is based on a discrete summation process due to C. Zhang. We show here another road to some of these results by algebraic means and we describe the q -Gevrey devissage of the q -Stokes sheaf by holomorphic vector bundles over an elliptic curve.

Monodromy preserving deformation and differential Galois group I

HIROSHI UMEMURA 253

In 1914, J. Drach interpreted in terms of his infinite dimensional differential Galois theory R. Fuchs' work on the monodromy preserving deformation and the sixth Painlevé equation. This note of Drach contains a quite original idea but it is difficult to understand. We analyze his note by our infinite dimensional differential Galois theory. We get non-trivial examples of which we can calculate our Galois group.

AVANT-PROPOS

Ce colloque a bénéficié du soutien financier des organismes suivants :

- Centre National de la Recherche Scientifique,
- Ministère de l'Education Nationale,
- Ministère des Affaires Étrangères,
- Conseil Régional Midi-Pyrénées,
- Ville de Toulouse,
- Université d'Angers,
- Université de Bourgogne,
- Université Rennes I,
- Université de La Rochelle,
- Université Strasbourg I,
- Université Toulouse I,
- Université Toulouse III,
- Laboratoire Paul Painlevé (Lille I),
- IRMA (Strasbourg I),
- Laboratoire GRIMM (Toulouse II),
- Institut de Mathématique (Toulouse III),
- PICS France-Mexique,

du soutien matériel de l'Institut de Mathématique de Toulouse III
et du patronage de la Société Mathématique de France.

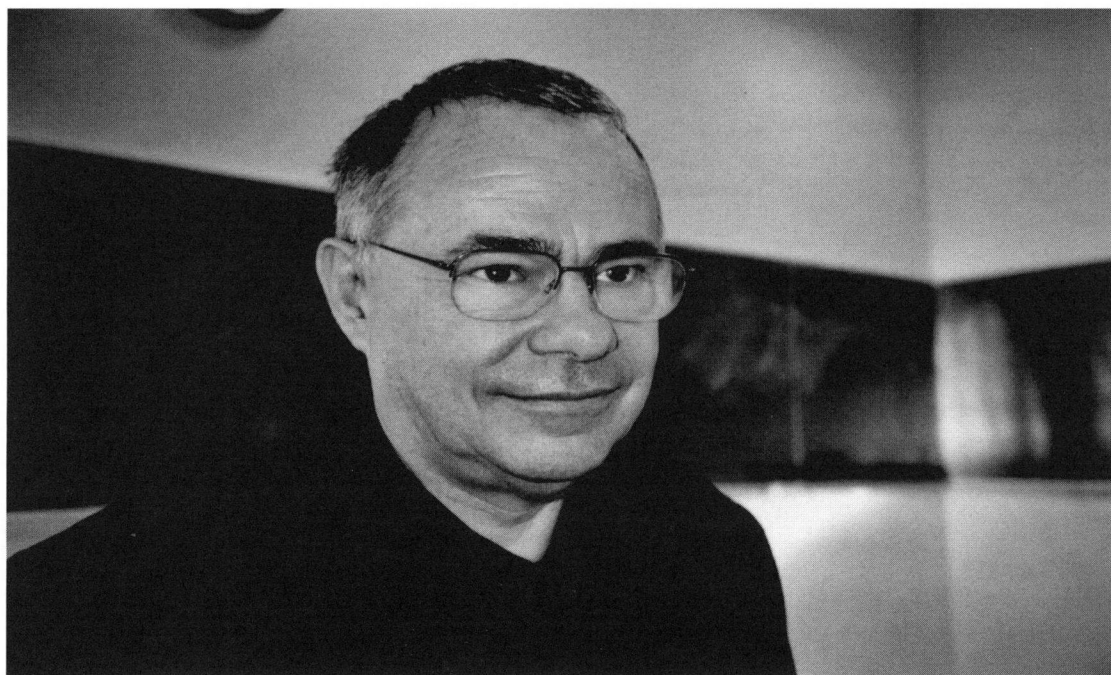
Comité Scientifique : Daniel BERTRAND, Dominique CERVEAU, Alain CHENCINER, Bernard MALGRANGE, Jean-Christophe Yoccoz.

Comité d'organisation : Anne DUVAL, Frédéric FAUVET, Martine KLUGHERTZ, Michèle LODAY-RICHAUD, Emmanuel PAUL, Laurent STOLOVITCH.

Nous adressons nos remerciements à tous ceux qui ont contribué au succès du colloque : donateurs, conférenciers, participants,... Nous formulons une mention particulière à l'intention des personnels administratifs et techniques de l'Université Toulouse III qui nous ont apporté leur aide avec dévouement et compétence.

Jean-Pierre Ramis

Jean-Pierre Ramis, né le 26 mars 1943 à Montpellier, a été élève de l'École Normale Supérieure d'octobre 1962 à septembre 1966. Assistant à la Faculté des Sciences de Paris puis attaché de recherches au CNRS il a soutenu, en mars 1969, un doctorat d'état préparé sous la direction de Henri Cartan (*Sous-ensembles analytiques d'une variété analytique banachique*). Maître de conférences à la Faculté des Sciences de Paris en 1968-69 puis à Tunis d'octobre 1969 à septembre 1971, il est nommé ensuite à l'Université Louis Pasteur à Strasbourg où il reste jusqu'en 1994, d'abord, comme maître de conférences puis, rapidement, comme professeur. Il est, depuis septembre 1994, professeur à l'Université Paul Sabatier à Toulouse et, depuis 1996, membre de l'Institut Universitaire de France. Il a reçu le prix Doisteau-Blutel de l'Académie des Sciences en 1982 et le prix A. Joannidès de l'Académie des Sciences en 2002. Il a été nommé chevalier des palmes académiques en 1999.



Strasbourg, novembre 2004

Liste des participants

Rachel ABABOU	École Militaire de Saint-Cyr
Jonathan AÏDAN	Université Paris 6
Luca AMODEI	Université Toulouse 3
Yves ANDRÉ	É.N.S., Paris
Xavier ANTOINE	Université Toulouse 3
Claude ARNOLD	Université Toulouse 3
José Manuel AROCA	Universidad de Valladolid (Espagne)
Alain BACCINI	Université Toulouse 3
Moulay BARKATOU	Université de Limoges
François BERTELOOT	Université Toulouse 3
Michel BERTHIER	Université de La Rochelle
Daniel BERTRAND	Université Paris 6
Michel BOILEAU	Université Toulouse 3
Jean-Benoît BOST	Université Paris 11
Delphine BOUCHER	Université Rennes 1
Boele L. J. BRAAKSMA	University of Groningen (Pays-Bas)
Manuel BRONSTEIN	I.N.R.I.A. Sophia Antipolis
Xavier BUFF	Université Toulouse 3
Mireille CANALIS-DURAND	Université Aix-Marseille 3
Felipe CANO	Universidad de Valladolid (Espagne)
Jose CANO	Universidad de Valladolid (Espagne)
Pierre CARTIER	C.N.R.S. Paris
Guy CASALE	Université Toulouse 3
Francisco J. CASTRO-JIMENEZ	Universidad de Sevilla (Espagne)
Dominique CERVEAU	Université Rennes 1
Alain CHENCINER	I.M.C.C.E. et Université Paris 7
Alain CONNES	Collège de France
Ovidiu COSTIN	Rutgers University (U.S.A.)
Laure COUTIN	Université Toulouse 3
Sadja CHETTAB	Université de La Rochelle
Benoît CHEVALLIER	Université Toulouse 2
Élie COMPOINT	Université Lille 1
Robert CONTE	C.E.A. de Saclay
Eduardo COREL	Universidad de Valladolid (Espagne)
Nuria CORRAL	Université Paris 7
Teresa CRESPO	Universitat de Barcelona (Espagne)
Jacky CRESSON	Université de Franche-Comté (Besançon)
Éric DELABAERE	Université d'Angers
Jesus Manuel DEL BLANCO	Universidad de Valladolid (Espagne)
Thierry DELMOTTE	Université Toulouse 3
Florian DELOUP	Université Toulouse 3
Lucia DI VIZIO	Université Toulouse 3
Raouf DRIDI	Université de Annaba (Algérie)
Anne DUVAL	Université Lille 1
Guillaume DUVAL	Universidad de Valladolid (Espagne)

Philippe EYSSIDIEUX	Université Toulouse 3
Frédéric FAUVET	Université Strasbourg 1
Bastien FERNANDEZ	C.P.T. Université Aix-Marseille
Étienne FIEUX	Université Toulouse 3
Thomas FORGET	Université de La Rochelle
Laurence FOURRIER	Université Toulouse 3
Jean-Pierre FRANÇOISE	Université Paris 6
Philippe GAILLARD	Université Rennes 1
Lubomir GAVRILOV	Université Toulouse 3
Roger GAY	Université Bordeaux 1
Luis GIRALDO	Universidad de Cádiz (Espagne)
Alexey GLUTSYUK	E.N.S., Lyon
Joseph GRIFONE	Université Toulouse 3
John GUASCHI	Université Toulouse 3
Vincent GUEDJ	Université Toulouse 3
Michel GUILLEMOT	Université Toulouse 3
Vincent GUIRARDEL	Université Toulouse 3
Zbigniew HAJTO	Universitat de Barcelona (Espagne)
Charlotte HARDOUIN	Université Paris 6
Julia HARTMANN	Universität Heidelberg (Espagne)
Herwig HAUSER	Universität Innsbruck (Autriche)
Alain HENAULT	Université Bordeaux 1
Yulij IL'YASHENKO	Cornell University (U.S.A.) et Steklov Institute (Moscou)
Geertrui Klara IMMINK	Rijksuniversiteit Groningen (Pays-Bas)
Christian KASSEL	Université Strasbourg 1
Takahiro KAWAI	R.I.M.S. Kyoto University (Japon)
Vadim KALOSHIN	Caltech (U.S.A.)
Christophe KAPOUDJAN	Université Toulouse 3
Tatsuya KOIKE	Kyoto University (Japon)
Anatoly N. KOCHUBEI	National Academy of Sciences of Ukraine
Martine KLUGHERTZ	Université Toulouse 3
Patrick LABORDE	Université Toulouse 3
Yves LAURENT	Université Grenoble 1
Michel LEDOUX	Université Toulouse 3
Antonius H. M. LEVELT	Université de Nimègue (Pays-Bas)
Paulette LIBERMANN	Université Paris 7
Alcides LINS NETO	I.M.P.A. Rio de Janeiro (Brésil)
Michèle LODAY-RICHAUD	Université d'Angers
Frank LORAY	Université Rennes 1
Andrzej J. MACIEJEWSKI	University of Zielona Gora (Pologne)
Stéphane MALEK	Universität Ulm (Allemagne)
Bernard MALGRANGE	Université Grenoble 1
Fabienne MAROTTE	Université de La Rochelle
Patrick MARTINEZ	Université Toulouse 3
Mohamed MASMOUDI	Université Toulouse 3
Jean-François MATTEI	Université Toulouse 3
Éric MATZINGER	Université Strasbourg 1
Marta MAZZOCCO	Cambridge University (Grande-Bretagne)
Greg MAC SHANE	Université Toulouse 3

Frédéric MENOUS	Université Paris 11
Françoise MICHEL	Université Toulouse 3
Claude MITSCHI	Université Strasbourg 1
Juan MORALES RUIZ	Univ. Politecnica de Catalonia, Barcelona (Espagne)
Giovanni MORANDO	Università de Padua (Italie)
Sergiu MOROIANU	Université Toulouse 3
Jean MOULIN-OLLAGNIER	École Polytechnique, Paris
Claire MOURA	Université Toulouse 3
Robert MOUSSU	Université de Bourgogne (Dijon)
Jorge MOZO FERNANDEZ	Universidad de Valladolid (Espagne)
Tien Zung NGUYEN	Université Toulouse 3
Stéphanie NIVOCHÉ	Université Toulouse 3
Yozuke OHYAMA	University of Osaka (Japon)
Kazuo OKAMOTO	University of Tokyo (Japon)
Umar ORTIKOV	Samarkand State University (Ouzbekistan)
Emmanuel PAUL	Université Toulouse 3
Serpil PEHLIVAN	Suleyman Demirel University (Turquie)
Frédéric PHAM	Université de Nice Sophia-Antipolis
Monique PONTIER	Université Toulouse 3
Georgi POPOV	Université de Nantes
Gulnora POSHOHODJAEVA	Samarkand State University (Ouzbekistan)
Igor POTEMINE	Université Toulouse 3
Jean PRADINES	Université Toulouse 3
Maria PRZYBYLSKA	INRIA Sophia-Antipolis
Andrea PULITA	Université Paris 6
Marius van der PUT	University of Groningen (Pays-Bas)
Zhongmin QIAN	Université Toulouse 3
Georges RACINET	Max-Planck Institut für Mathematik, Bonn (Allemagne)
Jean-Pierre RAMIS	Université Toulouse 3
Jean-Marc RASOAMANANA	Université d'Angers
Marc REVERSAT	Université Toulouse 3
Jose Luis MARTINS	Fraunhofer Gesellschaft (Allemagne)
Javier RIBON	U.C.L.A. (U.S.A.)
Claude André ROCHE	Université Toulouse 3
Jean-Philippe ROLIN	Université de Bourgogne, Dijon
Pierre ROUCHON	École Nationale Supérieure des Mines de Paris
Robert ROUSSARIE	Université de Bourgogne, Dijon
Claude SABBAH	École Polytechnique, Paris
Paulo SAD	I.M.P.A., Rio de Janeiro (Brésil)
Masa-hiko SAITO	Kobe University (Japon)
Fernando SANZ	Universidad de Valladolid (Espagne)
Jacques SAULOY	Université Toulouse 3
David SAUZIN	I.M.C.C.E., Observatoire de Paris
Jean-Marc SCHLENKER	Université Toulouse 3
Reinhard SCHÄFKE	Université Strasbourg 1
Ahmed SEBBAR	Université Bordeaux 1
Carlos SIMPSON	Université de Nice Sophia-Antipolis
Michael SINGER	North Carolina State University (U.S.A.)
Juan SOUTO	Universität Bonn (Allemagne)
Maryvonne SPIESSER	Université Toulouse 3

Mark SPIVAKOVSKI	Université Toulouse 3
Catherine STENGER	Université de La Rochelle
Laurent STOLOVITCH	Université Toulouse 3
Jean-Marie STRELCYN	Université de Rouen
Joseph TAPIA	Université Toulouse 3
Loïc TEYSSIER	Université Rennes 1
Muriel TEISSEYRE	G.R.E.Q.A.M., Université Aix-Marseille 3
Jean THOMANN	Université Strasbourg 1
Pascal THOMAS	Université Toulouse 3
Sébastien TRILLES	Université Toulouse 3
Felix ULMER	Université Rennes 1
Liane VALÈRE	Université de Savoie, Chambéry
Judith VANCOSTENOBLE	Université Toulouse 3
Veeravalli VARADARAJAN	U.C.L.A. (U.S.A.)
Alberto VERJOVSKY	I.M.U., Cuernavaca (Mexique)
Jean-François VIAUD	Université de La Rochelle
Juan Ignacio VILLALBA SANCHEZ	Universidad de Alcala (Espagne)
Guy WALLET	Université de La Rochelle
Jacques-Arthur WEIL	Université de Limoges
Min WU	I.N.R.I.A. Sophia-Antipolis
Jean-Claude YAKOUBSOHN	Université Toulouse 3
Alain YGER	Université Bordeaux 1
Changgui ZHANG	Université Lille 1
Ahmed ZERIANI	Université Toulouse 3

Conférences non reproduites dans ce volume

Les conférences suivantes n'ont pas fait l'objet d'un texte rédigé dans ces volumes :

- Jean-Benoît BOST : *Arithmetic properties of foliations and complex analysis*
- Boele BRAAKSMA : *Resurgence relations for some differential and difference equations*
- Ovidiu COSTIN : *Analyzability of solutions of complex PDEs and of functions near singularity barriers*
- Yulij IL'YASHENKO : *Persistence theorems and problems for dynamical systems*
- Bernard MALGRANGE : *Déformations isomonodromiques et fonctions τ*
- Juan MORALES RUIZ : *A Galois differential approach to perturbation of asymptotic surfaces in Hamiltonian systems : statements and examples*
- Kazuo OKAMOTO : *Painlevé systems : from Strasbourg to Toulouse*
- David SAUZIN : *Gevrey examples of Arnold diffusion*
- Alberto VERJOVSKY : *Quadrics, orthogonal actions and involutions in complex projective spaces*

Boris DUBROVIN et Hiroshi UMEMURA n'ont pas pu venir présenter leur conférence.



Toulouse, septembre 2003
Archives du colloque