AST

Algorithmique, topologie et géométrie algébriques, Seville 31 août - 4 septembre 1987 Toulouse 2-4 décembre 1988 - Pages préliminaires

Astérisque, tome 192 (1990), p. 1-6

<http://www.numdam.org/item?id=AST_1990__192__1_0>

192 ASTÉRISQUE

1990

ALGORITHMIQUE, TOPOLOGIE ET GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUES

Sevilla 31 août - 4 septembre 1987

Toulouse 2-4 décembre 1988

Claude HAYAT-LEGRAND, Francis SERGERAERT, éditeurs

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

A.M.S. Subjects Classification : 14-04, 18-04, 55-04

INTRODUCTION

Ces Comptes-Rendus contiennent la rédaction d'un certain nombre d'exposés des Colloques de Séville (Août-Septembre 1987) et de Toulouse (Décembre 1988) consacrés aux questions d'algorithmique posées en géométrie et en topologie algébrique. Un petit nombre seulement des exposés de ces deux Colloques figurent dans ces Comptes-Rendus.

La Géométrie Algébrique et la Topologie Algébrique ont considérablement évolué ces dernières années et l'expérience montre que de nouveaux champs de recherches intéressants ont été ouverts par l'examen plus ou moins systématique de la question d'*effectivité* des solutions connues depuis plus ou moins longtemps.

L'observation montre que très fréquemment des résultats d'*existence* et de *finitude* peuvent être avec plus ou moins d'effort transformés en résultats *effectifs*. Certains exemples plus ou moins artificiels montrent que ce n'est pas toujours le cas, et il y a donc bien lieu d'examiner ce type de question. Il arrive d'ailleurs que l'examen de la question d'effectivité contraint les chercheurs à découvrir de bien meilleures solutions que celles qui aboutissaient à un simple résultat d'existence ou même de finitude.

Il faut absolument ici citer Hensel parlant de Kronecker (cf The Mathematical Intelligencer, 1987, vol. 9, pp 28-35) : "Une démonstration d'existence ne peut être considérée comme rigoureuse que si elle contient une méthode permettant de *construire* l'objet dont l'existence est démontrée. Kronecker était loin d'écarter définitivement définitions et démonstrations qui ne répondaient pas à ces critères, mais il pensait que dans de telles situations, quelque chose manquait, que combler cette lacune est important, et que de la sorte des nouveautés essentielles pouvaient être découvertes. De plus, il croyait qu'une formulation rigoureuse de ce point de vue prendrait en général une forme plus simple qu'une autre ne satisfaisant pas ces exigences".

Rien ne peut être ajouté à ce qui est ainsi énoncé si clairement. Nous espérons que les rédactions incluses dans ce volume aideront à illustrer l'étonnante perspicacité de Kronecker, perspicacité dont il fit preuve environ un siècle avant l'existence d'ordinateurs dignes de ce nom...

Francis Sergeraert

TABLE DES MATIERES

Mitsuyuki OCHIAI *Non-trivial projections of the trivial knot*

T. Homma, the author and M. Takahashi proved that there is a good algorithm for recognizing the 3-sphere S^3 in 3-manifolds with Heegard-splittings of genus two and later T. Homma and the author proved that any 3-bridge knot diagrams of the trivial knot T always have waves but generally speaking there are many knot diagrams of T without waves. In this paper, we define the concept of n-waves and 0-waves means waves. Then it is shown that there exist knot diagrams of T with no n-waves, where n is an arbitrary non-negative integer. Furthermore we consider a method to distinguish by computer whether knot diagrams with a certain range of crossings give the trivial knot. Of course, the method does permit us to distinguish 3-bridge knot diagrams to be trivial and so at this present a plenty of knot diagrams are distinguished to be trivial by computer.

Felice RONGA *Recherche de solutions d'inéquations polynômiales*

Soit $P(X) \in \mathbf{Z}[X_1, \ldots, X_n]$ un polynôme à coefficients entiers de degré d, R un entier positif et soit $\Omega_R^+(P) = \{x \in \mathbf{R}^n \mid P(x) = 0, \|x\| \leq R\}$, où sur $\mathbf{R}^n$ l'on prend la norme $\|x\| = \sup\{|x_i|, i = 1 \ldots n\}$. Si $P(X) = \sum_{\alpha \in S} a_\alpha X^\alpha$, supposons que $|a_\alpha| \leq M$, $\alpha \in S$ et que $\#S \leq N$. Nous allons montrer que toute solution de l'inéquation $P(x) > 0$ avec $\|x\| \leq R$ est dans la même composante qu'une solution appartenant aux sommets du maillage obtenu en partageant les côtés du cube $\{x | \|x\| < R\}$ en T parties, où T est un entier qui dépend de n, d, N, et M et qui sera donné explicitement.

Marie-Françoise ROY *Computation of the topology of a real curve*

The problem of giving an algorithm for the computation of the topological type of a real curve from its equation has been considered by several authors (P. Gianni and C. Traverso, and more recently in the particular case of non singular curves by D. Arnon and S. Mac Allum). The approach presented here relies on a basic result in real algebraic geometry, Thom's lemma. Our algorithm runs in polynomial time, needs no regularity hypothesis on the curve or on the projection and seems better adapted to situations where the connected components of the curve are small.

Julio RUBIO and **Francis SERGERAERT** *Supports acycliques et algorithmique*

The *acyclic carrier method* is examined. On one hand it is slightly generalized so that its scope is significantly enlarged. On the other hand the problem of implementing this method on a computer is studied. The answer is quite positive: the acyclic carrier method can be programmed in a way which is very close to the mathematical formulation. In particular the various categories and functors needed in this framework can be constructed and easily handled on a machine. The relationship between these constructions and the logical foundations of mathematics are discussed too. Some examples of actual computations are described.

Francis SERGERAERT *Functional coding and effective homology*

The functional coding technique, which is the essential basis of the effective homology theory, is explained. A very elementary example, the functions with effective growing, is used in order to describe the nature of this technique. Finally, the effective homology theory is quickly defined ans its results are stated.

Katsuyuki SHIBATA *Micro-computer Prolog as a handy tool for formal algebraic computations*

Prolog is a logic programming language, and its grammar is based on the first order predicate logic. It has in itself an inference mechanism which runs automatically. Since logic and mathematics are near in a naive sense, it is not surprising that sometimes the translation from mathematical formulas to a Prolog program is straightforward and that they look very similar. I will shortly show it by an explicit example.

From this point of view, Prolog seems to be a very good language for those mathematicians who are not specialists of computer sciences and who are not so much interested in learning the details of computer mechanisms.

But let me first explain the Gelfand-Fuks cohomology of a smooth manifold. My experience on micro-computer Prolog was to compute a part of that cohomology in the sphere case.

Martin C. TANGORA *Computing with the lambda algebra*

Une expérience de calcul de topologie algébrique est décrite. Elle fut réalisée par l'auteur dans le cadre d'un programme de travail autour de la suite spectrale d'Adams, l'un des outils essentiels pour la détermination de groupes d'homotopie des sphères ; la *lambda algèbre* y joue un rôle capital. Une difficulté surprenante fut rencontrée lorqu'il s'est agi d'adapter une première version du logiciel pour une autre situation ; elle montre que les risques d'*effets de bord* pervers ne doivent pas être sous-estimés.