Astérisque

AST

Résumés des exposés

Astérisque, tome 147-148 (1987), p. 343-346

<http://www.numdam.org/item?id=AST_1987__147-148__343_0>

RÉSUMÉS DES EXPOSÉS

J.P.ALLOUCHE. Arithmétique et automates finis.

We present the numerous connections between number theory and the theory of finite automata.

A.BALOG. On the distribution of integers having no large prime factor.
It is proved that for any $0< \alpha \leqslant 1$, $0 < \varepsilon \leqslant 1/2$ and $X > X_0(\alpha, \varepsilon)$ the interval $[X-X^{1/2+\varepsilon}, X]$ contains integers free of prime factors $> X^{\alpha}$.

H.CARAYOL. Formes modulaires et représentations ℓ- adiques.
A travers les résultats obtenus pour GL(2) on donne un aperçu des conjectures de Langlands globales.

P.CASSOU-NOGUES, M.J.TAYLOR. Fonctions elliptiques et génération d'anneaux d'entiers.
A partir de l'étude des propriétés arithmétiques des fonctions elliptiques introduites par Fueter, on donne des résultats sur la structure galoisienne et la structure d'algèbre de certains corps de rayon de corps quadratiques imaginaires.

L.J.FEDERER. The non vanishing of Gross'p-adic regulator Galois cohomologically.
Let K be a CM number field, $Gal(K/K^+)=\{1,J\}$. Fix a prime p and let r denote the number of primes of K^+ which divide p and split in K. Gross (3) has associated with K a determinant R_K whose value is conjecturally (i) non-zero and (ii) related to the r-th derivative of a p-adic L-function at zero. We study the nonvanishing using Iwasawa theory and Galois cohomology.

E.FOUVRY. Quelques progrès récents en théorie analytique des nombres.
On rappelle les résultats du crible de Selberg et du crible de Rasser-Iwaniec. On expose ensuite les améliorations que ce dernier permet d'obtenir sur les nombres premiers dans les progressions arithmétiques et sur le théorème de Brun-Titchmarsh; en particulier, il existe une infinité de nombres premiers pour lesquels le premier cas du théorème de Fermat est vrai.

A.HILDEBRAND. Recent progress in probabilistic number theory.
A survey of some recent results and open problems in probabilistic number theory is given.

J.F.JAULENT. Sur les conjectures de Leopoldt et de Gross.
Les conjectures de Leopoldt et de Gross dont il est question sont celles qui postulent la non nullité des régulateurs ℓ-adiques classiques construits l'un sur les unités d'un corps de nombres K, l'autre sur un sous-groupe canonique de ses ℓ-unités, pour un entier premier ℓ donné.L'objet de cet exposé est de discuter les principaux éléments de démonstration de ces conjectures, puis d'en développer quelques conséquences pour l'arithmétique des ℓ-extensions abéliennes ℓ-ramifiées. Les démonstrations des théorèmes présentés sont réunies dans un appendice.

M.LAURENT. Equations exponentielles polynômes et suites récurrentes linéaires.
Nous donnons un théorème de décomposition de toute solution entière d'un système quelconque d'équations exponentielles-polynômes. Grâce à cet énoncé, on étudie les répétitions dans une suite récurrente linéaire, ainsi que l'intersection de deux telles suites. Nous proposons enfin une conjecture qui peut être

vue comme une généralisation exponentielle du théorème d'irréductibilité de Hilbert.

Y.NESTERENKO. Measures of algebraic independence of numbers and functions.
On décrit des résultats récents en théorie des nombres transcendants obtenus en utilisant des méthodes d'algèbre commutative. Ces résultats concernent des estimations pour l'ordre de multiplicité des zéros de polynômes et la mesure de l'indépendance algébrique de valeurs de certaines fonctions.

B.PERRIN-RIOU. Fonctions L p-adiques et points de Heegner.
On propose ici un analogue p-adique du théorème de Gross et Zagier reliant la dérivée de la fonction L à la hauteur de points de Heegner.

I.Z.RUZSA. Probabilistic constructions in additive number theory.
A random construction is used to produce a wide class of additively very effective sets.

J.J.SANSUC. Principe de Hasse,surfaces cubiques et intersections de deux quadriques.
On présente le principe de Hasse et l'obstruction de Brauer-Manin au principe de Hasse fin et on expose les résultats récents obtenus pour l'existence de points rationnels sur les intersections de quadriques, les surfaces de Châtelet et les surfaces cubiques.

W.SINNOTT. On a theorem of Washington.
A theorem of L.Washington states that the ℓ-adic valuation of the class number is eventually constant in an absolutely abelian $\mathbb{Z}_p$-extension. To prove his theorem, Washington reduces it to an assertion about the ℓ-adic valuations of the values of Dirichlet's L-functions. We give here a proof of this assertion, somewhat different from Washington's, based on the fact that these L-function values are derived in a simple way from certain rational functions.

C.SOULÉ. Eléments cyclotomiques en K-théorie.
Soit F une extension cyclotomique de $\mathbb{Q}$. Il existe deux constructions d'éléments cyclotomiques dans les groupes de K-théorie algébrique $K_m(F)$, m impair, qui généralisent les unités cyclotomiques de $K_1(F)=F^*$. On montre ici que ces constructions coïncident quand m=3. Ce résultat et d'autres méthodes de K-théorie algébrique fournissent des résultats de finitude sur le groupe des coinvariants de certains modules d'Iwasawa (tordus à la Tate). Enfin on montre que la fonction L p-adique d'un caractère de Dirichlet (vérifiant la conjecture principale) prend des valeurs non nulles aux entiers positifs si et seulement si certains régulateurs p-adiques supérieurs sont non nuls.

A.ARENAS-SOLA. On positive integers representable as a sum of three squares.
For a positive integer $n \neq 4^a(8b+7)$, we define the level of n, l(n) as the maximum value of l such that there exists a representation of n as a sum of three squares, $n= x_1^2+x_2^2+x_3^2$, $x_i \in \mathbb{Z}$, with l summands prime to n. The evaluation of l(n) is transformed into a problem of counting the number of representations of n by ternary quadratic forms. With the aid of Siegel's "Hauptsatz" and recent results of Schultze-Pillot about the theta series of positive quadratic forms, l(n) is determined for all positive integers n greater than certain constants depending on both the primes dividing n and the square-free part of n.

R.BERNDT. Formes de Jacobi et quelques éléments de la théorie des représentations du groupe de Jacobi.
Il s'agit de traiter un exemple pour la théorie des formes automorphes pour un groupe non réductif, d'étudier un peu les séries discrètes pour cet exemple et d'indiquer que plusieurs théorèmes de la théorie générale peuvent aussi être prouvés dans ce cadre : c'est-à-dire le théorème de réductibilité complète, la caractérisation des formes automorphes comme fonctions sur le groupe et un théorème de dualité.

F.BEUKERS. Irrationality proofs using modular forms.
We describe how one can prove irrationality of $\zeta(2)$, $\zeta(3)$ and some other numbers by elementary complex analysis on certain spaces of modular forms.

E.U.GEKELER. Cohomologie des sous-groupes S-arithmétiques de GL(2) sur un corps de fonctions.
Soit K un corps de fonctions sur un corps fini $\mathbb{F}_q$, A l'anneau des S-entiers, où S consiste en une place fixée ∞, Γ le groupe $GL(2,A)$, G un sous-groupe de congruence. Si G est suffisamment petit, Serre a donné une formule pour la dimension b(G) de l'espace de cohomologie $H^1(G,\mathbb{Q})$. En étudiant la géométrie des courbes modulaires de Drinfeld, on donne une formule pour $b(\Gamma)$ et un algorithme pour la calculation de b(G) pour un G arbitraire. En fait, cette étude donne beaucoup plus de renseignements que seulement le nombre de Betti b(G), et il semble possible d'étendre ces résultats sur le cas des dimensions $r \geq 2$ au lieu de r=2.

Y.HELLEGOUARCH, R.PAYSANT-LE ROUX. Invariants arithmétiques des corps possédant une formule du produit. Applications.
La partie théorique de ce travail consiste en une généralisation du théorème de Lagrange sur la périodicité du développement en fraction continue d'une irrationnelle quadratique. La notion de meilleure approximation se ramifie en trois sortes d'objets que l'on appelle (respectivement) commas, points extrémaux, faces. La périodicité de la fraction continue donne naissance à la périodicité des graphes des commas, des points extrémaux et des faces, lorsque l'on fait opérer le groupe des unités sur ces graphes. Dans le cas d'un corps global les graphes quotients sont finis. Les applications consistent en une description d'une construction de corps de fonctions algébriques dont la jacobienne possède de la torsion et en la détermination de toutes les familles d'unités des corps cubiques purs du type $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{\alpha^3 N^3 + \beta N + \gamma})$ avec α,β,γ fixes dans $\mathbb{Q}$, $\alpha \neq 0$, $27\alpha^2\gamma^2 + 4\beta^3 \neq 0$ (N prenant une infinité de valeurs dans $\mathbb{Z}$).

S.IYANAGA. Construction de corps de nombres algébriques avec les groupes de classes d'idéaux de types donnés.
On rapporte les résultats d'un ensemble des travaux récents par Azuhata, Ichimura, Craig, Nakano et Yahagi généralisant et renforçant remarquablement les résultats classiques obtenus par Nagell (1922), Yamamoto (1970) et Ishida (1975). On démontre l'existence d'une infinité de corps de nombres algébriques de certains types (e.g. de degré donné) dont les groupes de classes d'idéaux ont certaines propriétés (e.g. que les nombres de classes soient divisibles par un nombre donné).

D.KANEVSKY. Application of the conjecture on the Manin obstruction to various diophantine problems.
Assuming that the Manin obstruction to the Hasse principle is the only one for cubic surfaces over number fields, we discuss the following problems : 1) the Hasse principle for cubic three-folds; 2) Cassels-Swinnerton-Dyer conjecture; 3) one partial case of Artin's conjecture.

M.B.NATHANSON. Thin bases in additive number theory.
The set B of non negative integers is a basis (resp.asymptotic basis) of order h if every (resp.every sufficiently large) non negative integer is the sum of h elements of B, with repetitions allowed. Let B(x) denote the number of positive elements of B not exceeding x. If B is an asymptotic basis of order h, then $B(x) > c_1 x^{1/h}$ for some $c_1 > 0$ and all $x > x_1$. The asymptotic basis B of order h is thin if $B(x) < c_2 x^{1/h}$ for some $c_2 > 0$ and all $x > x_2$. This paper describes some recent results concerning thin bases consisting of squares, k-th powers, or prime numbers.

H.NIEDERREITER, R.F.TICHY. Metric theorems on uniform distribution and approximation theory.

It is proved that the sequence (γx^{δ_n}) is completely uniformly distributed mod 1 for almost all $x > 1$ if $\gamma \neq 0$ and (δ_n) is any sequence of reals with $\inf \delta_n > -\infty$ and $\inf_{m \neq n} |\delta_m - \delta_n| > 0$. The proof depends on a new lower bound for the supremum norm of Müntz polynomials.

J.PINTZ. An effective disproof of the Mertens conjecture.

Mertens conjectured 1897 that $M(x) = \sum_{n \leq x} \mu(n)$ satisfies $|M(x)| < \sqrt{x}$ for all $x > 1$, where $\mu(n)$ is the Möbius function. This was disproved recently by Odlyzko and te Riele. However, their proof is completely ineffective and does not provide any explicit value X with $\max_{x \leq X} |M(x)| / \sqrt{x} > 1$. Using calculations of Odlyzko and te Riele we show $\max_{x \leq X} |M(x)| / \sqrt{x} > 1$ for $X = \exp(10^{65})$.

P.SATGE. Quelques résultats sur les entiers qui sont somme des cubes de deux rationnels.

Nous donnons les grandes lignes de la démonstration des deux résultats suivants : "si p est un nombre premier impair congru à 2 mod 9, alors 2p est la somme des cubes de deux rationnels", et "si p est un nombre premier congru à 5 mod 9, alors $2p^2$ est la somme des cubes de deux rationnels."