

Astérisque

AST

**Systèmes différentiels et singularités - édité par A.
Galligo, M. Granger, Ph. Maisonobe - C.I.R.M. 27
juin- 9 juillet 1983 : Pages préliminaires**

Astérisque, tome 130 (1985), p. 1-10

http://www.numdam.org/item?id=AST_1985__130__1_0

© Société mathématique de France, 1985, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

130

ASTÉRISQUE

1985

**SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS
ET SINGULARITÉS**

édité par A. GALLIGO, M. GRANGER, Ph. MAISONOBE

C.I.R.M. 27 juin-9 juillet 1983

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

A.M.S. Subjects Classification : 14 B 15, 14 C 99, 35 N 99, 55 N 99.

Mots-clés : $\mathcal{D}$ -modules holonomes, faisceau pervers, micro-localisation, variété caractéristique, structure de Hodge, système différentiel, singularité.

PRÉFACE

Ce volume est constitué des actes du colloque Systèmes Différentiels et Singularités qui s'est tenu au C.I.R.M. à Luminy du 27 Juin au 9 Juillet 1983.

Le comité d'organisation était composé de

D. BARLET	(Nancy)	
P. BERTHELOT	(Rennes)	
A. GALLIGO	(Nice)	coordonnateur
M. GRANGER	(Angers)	
L. ILLUSIG	(Paris sud)	
Ph. MAISONOBE	(Nice)	

Ce Colloque a reçu un soutien financier des organismes suivants :

C.N.R.S.

Société Math. de France
(R.C.P. du C.N.R.S.) et CIRM

Dép. de Math. des Universités de

Nancy
Nice
Paris Sud (Orsay)
Rennes

Conseil Général des A.M.

Université de Nice

Auquel il faut ajouter la subvention du Conseil Scientifique du CIRM sous la forme du tarif de pension préférentiel, ainsi que l'invitation par l'Université de Nancy de trois des conférenciers principaux venus de pays éloignés.

Cinq séries de conférences de synthèse ont occupés toutes les matinées de ces deux semaines, 19 exposés se sont déroulés les après-midi et ont été complétés par quelques séances nocturnes.

C'est la deuxième fois qu'"Astérisque" publie les actes d'un colloque sur ce sujet et on peut dire que ce volume prolonge les volumes n°s 100 et 101 "Analyse et topologie sur les espaces singuliers", que l'on désignera dans la suite par l'abréviation Luminy I.

TABLE DES MATIÈRES

F. PHAM	La descente des cols par les onglets de Lefschetz avec vuessur Gauss-Manin	11
D. BARLET	Prolongement analytique de $ f ^{2\lambda}$ et connexion de Gauss-Manin	48
G. LAUMON	Transformations canoniques et spécialisation pour les $\mathcal{D}$ -modules filtrés	56
B. ANGENIOL et M. LEJEUNE JALABERT	Le théorème de Riemann-Roch singulier pour les $\mathcal{D}$ -modules	130
C. SABBAAH	Quelques remarques sur la géométrie des espaces conormaux	161
M. KASHIWARA	Index Theorem for Constructible Sheaves	193
J.L. VERDIER	Extension of a perverse sheaf over a closed subspace	210
J.L. VERDIER	Prolongement de faisceaux pervers monodromiques ..	218
B. MALGRANGE	Variations généralisées	237
A. GALLIGO, M. GRANGER, Ph. MAISONOBE	$\mathcal{D}$ -Modules et faisceaux pervers dont le support singulier est un croisement normal II	240
J.L. BRYLINSKI	La classe fondamentale d'une variété algébrique engendre le $\mathcal{D}$ -Module qui calcule sa cohomologie d'intersection	260
V.A. NAVARRO	Sur la théorie de Hodge des variétés algébriques à singularités isolées	272
F. EL ZEIN	Suites spectrales de structures de Hodge mixtes	308
J.H. M. STEENBRINK	Vanishing Theorems on Singular Spaces	330
M. SAITO	Hodge Structure via filtered $\mathcal{D}$ -Modules	342
Y. LAURENT	Calcul d'indices et irrégularité pour les systèmes holonomes	352
Z. MEBKHOUT	Sur le théorème de Semi Continuité de l'irrégularité des équations différentielles	365
Z. MEBKHOUT	Tableau sur "l'analyse de la topologie sur les espaces singuliers"	418

PROGRAMME DES CONFÉRENCES

LUNDI 27 JUIN

9H.00 à 18h.15 BJORK J.E. Lectures on $\mathcal{D}$ -Modules.

MARDI 28 JUIN

9H.00 à 10H.15 MALGRANGE B. Transformations de Fourier géométrique et Systèmes à une variable.

14H.45 à 12H.00 BERNSTEIN I.N. Régularité dans le cadre algébrique.

16H.00 à 17H.00 SCHAPIRA P. Etude microlocale des faisceaux, I.

17H.15 à 18H.15 VOROS A. Calcul de monodromie globale.

MERCREDI 29 JUIN

9H.00 à 10H.15 BERNSTEIN I.N. Régularité dans le cadre algébrique.

10H.45 à 12H.00 MALGRANGE B. Transformations de Fourier géométrique et Systèmes holonomes à une variable.

16H.00 à 17H.00 GABBER O. A remark on the regularity of holonomic modules.

17H.15 à 18H.15 KASHIWARA M. Etude microlocale des faisceaux, II (cycles caractéristiques et théorème d'indice).

JEUDI 30 JUIN

9H.00 à 10H.15 MALGRANGE B. Transformations de Fourier géométrique et Systèmes holonomes à une variable.

10H.45 à 12H.00 BERNSTEIN I.N. Régularité dans le cadre algébrique.

16H.00 à 17H.00 LE D.T. Géométrie des systèmes différentiels.

17H.15 à 18H.15 GRANGER J.M. $\mathcal{D}$ -Modules et faisceaux pervers dont le support singulier est un croisement normal.

VENDREDI 1er JUILLET

9H.00 à 10H.15 BERNSTEIN I.N. Régularité dans le cadre algébrique.

10H.45 à 12H.00 MALGRANGE B. Transformations de Fourier géométrique et Systèmes holonomes à une variable.

16H.00 à 17H.00 Mac PHERSON R. Combinatorial description of the category of pervers objects.

17H.15 à 18H.15 VERDIER J.L. Prolongements de faisceaux pervers.

LUNDI 4 JUILLET

9H.00 à 10H.15 BERNSTEIN I.N. Régularité dans le cadre algébrique.

10H.45 à 12H.00 PHAM F. La descente des cols avec vues sur la théorie de Lefschetz et le calcul microdifférentiel.

16H.00 à 17H.00 GORESKY M. Lefschetz fixed point theorem in intersection homology.

17H.15 à 18H.15 ANGENIOL B. Théorème de Riemann Roch pour les $\mathcal{D}$ -modules.

SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS ET SINGULARITÉS

MARDI 5 JUILLET

- 9H.00 à 10H.15 PHAM F. La descente des cols avec vues sur la théorie de Lefschetz et le calcul microdifférentiel.
- 10H.45 à 12H.00 DELIGNE P. Application de la pureté.
- 16H.00 à 17H.00 MALGRANGE B. Transformations de Fourier géométrique et Systèmes holonomes à une variable.
- 17H.15 à 18H.15 BARLET D. Prolongement analytique de $|f|^{2\lambda}$, intégration dans les fibres de f , connexion de Gauss-Manin.

MERCREDI 6 JUILLET

- 9H.00 à 10H.15 DELIGNE P. Application de la pureté.
- 10H.45 à 12H.00 PHAM F. La descente des cols avec vues sur la théorie de Lefschetz et le calcul microdifférentiel.
- 14H.30 à 15H.30 BERNSTEIN I.N. Sur la b fonction et la monodromie.
- 16H.00 à 17H.00 STEENBRINK J. A vanishing theorem for isolated singularities.
- 17H.15 à 18H.15 SAITO M. Mixed Hodge Structures and holomorphic systems.

JEUDI 7 JUILLET

- 9H.00 à 10H.15 LAUMON G. Transformations de Fourier et majoration de sommes exponentielles (Travail avec KATZ N.).
- 10H.45 à 12H.00 DELIGNE P. Application de la pureté.
- 16H.00 à 17H.00 SAITO K. Periods of primitive forms, root systems and automorphic functions.
- 17H.15 à 18H.15 MEBKHOUT Z. Sur le théorème de semi-continuité de l'irrégularité.

VENDREDI 8 JUILLET

- 9H.00 à 10H.15 DELIGNE P. Application de la pureté.
- 10H.45 à 12H.00 LAUMON G. Transformations de Fourier et majoration de sommes exponentielles (Travail avec KATZ N.).
- 16H.00 à 17H.00 SABBAAH C. Construction de cycles caractéristiques.
- 17H.15 à 18H.15 DUBSON A.S. Formules pour l'indice des complexes constructibles et de modules holonomes et cycles évanescents.

SÉANCES DU SOIR

- JEUDI 30 JUIN LAUMON G. $\mathcal{D}$ -Modules filtrés
- LUNDI 4 JUILLET KASHIWARA M. Vers la classification des $\mathcal{D}$ -Modules réguliers.
- MARDI 5 JUILLET EL ZEIN F. Structures de Hodge mixtes et variations.
- MERCREDI 6 JUILLET BRYLINSKI J.L. Classe fondamentale absolue de Hodge et complexe d'intersection d'une variété algébrique plongée.
- J UDI 7 JUILLET LAURENT Y. Théorème d'indice et définition de l'irrégularité pour un système holonome.

LISTE DES PARTICIPANTS

ALIBERT	Daniel	Univ. de Montpellier
ANDRONIKOF	Emmanuel	Univ. Paris XIII, PARIS
ANGENIOL	Bernard	Univ. Paris-Sud, ORSAY
BADRA	Abdallah	Univ. Clermont-Ferrand II, CLERMONT-FERRAND
BARLET	Daniel	Univ. Nancy, NANCY
BEGUERI	Lucile	Univ. Paris-Sud, ORSAY
BEN LICHTIN		Harvard, U.S.A.
BERTHELOT	Pierre	Univ. de Rennes, RENNES.
BERTRAND	Daniel	Univ. de Paris VI, PARIS
BJORK	Jan-Erik	Univ. of Stockholm, STOCKHOLM (Suède)
BORHO	Walter	Gesamthochschule WUPPERTAL (R.F.A.)
BOUTOT	Jean-François	Univ. Louis Pasteur, STRASBOURG
BREEN	Lawrence	Univ. de Rennes I, RENNES
BRYLINSKI	Jean-Luc	Ecole Polytechnique, PALAISEAU
CASTRO	Francisco	Univ. Paris VII, PARIS
CHARRIERE	Hélène	Univ. de Strasbourg, STRASBOURG
CUONG	N.T.	Univ. de Hanoi (VIETNAM)
DAI	N.T.	Univ. de Hanoi (VIETNAM)
DAMON	James	Univ. of North Carolina, CHAPEL HILL (U.S.A.)
DELIGNE	Pierre	I.H.E.S., Paris, BURES-SUR-YVETTE
DU BOIS	Philippe	Univ. de Nantes, NANTES
DUBSON	Alberto Samuel	Univ. Paris-Sud, ORSAY
DUVAL	Anne	Univ. de Strasbourg, STRASBOURG
EKEDAH	Torsten	Chalmers Univ. of Technology, GOTEBOG (Suède)
ELKIK-LATOUR	Renée	Univ. de Paris Sud, ORSAY
EL ZEIN	Fouad	Univ. Paris VII, PARIS
ETESSE	Jean-Yves	Univ. de Rennes, RENNES
FLEXOR	Marguerite	C.N.R.S. PARIS
GABBER	Offer	I.H.E.S. PARIS (BURES-SUR-YVETTE)
GALLIGO	André	Univ. de Nice, NICE
GERARD	Raymond	Univ. Louis Pasteur, STRASBOURG
GIUSTI	Marc	Ecole Polytechnique, PALAISEAU
GORESKY	Mark	North eastern Univ. BOSTON (U.S.A.)
GRANGER	Michel	Univ. de Nice, NICE
GRIGIS	Alain	Ecole Polytechnique, PALAISEAU
GUILLEN	Francisco	BARCELONE, ESPAGNE
HENRY	Jean-Pierre	Ecole Polytechnique, PALAISEAU
HORROCKS	Geoffroy	University of Newcastle, NEWCASTLE (England)

IARROBINO	Tony	North Eastern University, BOSTON (U.S.A.)
ILLUSIE	Luc	Université de Paris-Sud, ORSAY
JARRAUD	Pierre	Université de Paris VI, PARIS
KANTOR	Jean-Michel	Univ. Paris VII, PARIS
KASHIWARA	Masaki	Kyoto University,(JAPON)
KUPKA	Ivan	Univ. Grenoble, GRENoble
KURKE	Herbert	Univ. Berlin, BERLIN (R.D.A.)
LAUMON	Gérard	Univ. PARIS Sud, ORSAY
LAURENT	Yves	Univ. Paris-Sud, ORSAY
LE Dung	Trang	Ecole Polytechnique, PALAISEAU
LE STUM	Bernard	Univ. de Rennes, RENNES
LEVELT	Antonius H.M.	Univ. de Nimègue, Nijmegen, (PAYS-BAS)
LODAY	Michèle	Univ. de Strasbourg, STRASBOURG
LOESER	François	Univ. Paris VII, PARIS
MAC PHERSON	Robert	Brown Univ., PROVIDENCE, R.I., (U.S.A.)
MAISONOBE	Philippe	Univ. de Nice, NICE
MALGRANGE	Bernard	Univ. Grenoble, GRENoble
MEBKHOUT	Zoghman	Univ. de Paris VII, PARIS
MERCIER	Dany-Jack	Univ. de Nice, NICE
MERINDOL	Jean-Yves	Univ. d'Angers, ANGERS.
MERLE	Michel	Ecole Polytechnique, PALAISEAU
MILLER	Thomas	Univ. Bonn, BONN 1, (R.F.A.)
MINICONI	Michel	Univ. de Nice, NICE
MOEGLIN	Colette	Univ. de Paris VI, PARIS
MONTEIRO FERNANDES	Maria T.	Univ. de Lisbonne, LISBONNE (PORTUGAL)
NARVAEZ	Luis	Univ. Paris VII, PARIS
NAVARRO AZNAR	Vicente	Univ. Barcelone, BARCELONE (ESPAGNE)
NGO VAN QUE		Univ. de Montréal, (CANADA)
OGUS	Arthur	Univ. of California, BERKELEY (U.S.A.)
PIENE	Ragni	Matematisk Inst. Blindern, (NORVEGE)
PUERTA	Fernando	Univ. Barcelone, BARCELONE (ESPAGNE)
PHAM	Frédéric	Univ. de Nice, NICE
RAYNAUD	Michel	Univ. Paris-Sud, ORSAY
RADULESCU	Nicolas	Univ. de Nice, NICE
ROBBA	Philippe	Univ. Paris Sud, ORSAY
ROGAWSKI	Jonathan D.	Yale Univ., CONNECTICUT, (U.S.A.)
SABBAH	Claude	Univ. Paris VII, PARIS
SAINT-LOUP	Bernard	Univ. Paris Sud, (ORSAY)

LISTE DES PARTICIPANTS

SAITO	Kyoji	RIMS KYOTO (JAPON)
SAITO	Morihiko	Univ. Grenoble I, ST-MARTIN-D'HERES
SCARPALEZOS	Dimitri	Univ. Paris VII, PARIS
SCHAPIRA	Pierre	Univ. Paris XIII, VILLETANEUSE.
SCHAPS	Mary	Bar-Ilan Université (ISRAEL)
SCHIMIZU	Yuji	Univ. of Tokyo, TOKYO (JAPON)
STEENBRINK	Joseph	Rijksuniversiteit Leide, LEINEN (PAYS-BAS)
SZPIRO	Lucien	E.N.S. PARIS
VAN DEN ESSEN	Arno	Univ. Nymegen (PAYS-BAS)
VAQUIE	Michel	E.N.S. PARIS
VERDIER	Jean-Louis	E.N.S. PARIS
VAINSENCHE	Israel	I.H.E.S. BURES-SUR-YVETTE
VILONEN	Kari	Brown Univ. PROVIDENCE (U.S.A.)
VOROS	André	C.E.N. Saclay (GIF-SUR-YVETTE)
WINTENBERGER	Jean-Pierre	Univ. Grenoble I, St-MARTIN-D'HERES
XIAO	Gang	Univ. Paris-Sud, ORSAY.

C O N T E N U

Pour présenter les articles qui forment ce livre, nous avons choisi le cheminement suivant :

Nous débutons par la rédaction du cours de F. PHAM qui étudie les intégrales de Laplace polynomiales et les relie aux systèmes de Gauss-Manin, il se termine par une interprétation transcendante de la dualité par résidus de K. SAITO utilisant la micro-localisation ;

Nous avons placé ensuite les travaux suivants :

L'article de B. BARLET compare de façon précise les pôles de l'extension méromorphe de la distribution $|f|^{2\lambda}$ et les zéros de la b-fonction de f ;

L'article de G. LAUMON (qui constitue une suite de l'étude algébrique des $\mathcal{D}$ -modules filtrés commencée dans Luminy I) démontre en détail certains résultats "connus" et propose des constructions originales : b-fonction micro-locale, 2^e-micro-localisation algébrique ; en appendice il donne une construction algébrique des opérateurs différentiels formels proche de celle exposée (et non rédigée) par O. GABBER au colloque ;

L'article de B. ANGENIOL et M. LEJEUNE-JALABERT déduit d'un théorème de Quillen en K. théorie diverses variantes du théorème de Riemann-Roch pour les $\mathcal{D}$ -modules, ceci implique notamment la formule de l'indice globale pour les $\mathcal{D}$ -modules holonomes ;

L'article de C. SABBAH étudie la géométrie des espaces conormaux et donne notamment une description explicite du comportement par image directe inverse et spécialisation de la variété caractéristique d'un complexe de $D_C^b(X)$;

L'article de M. KASHIWARA fait suite à ses travaux avec P. SHAPIRA sur l'étude micro-locale des faisceaux R-constructibles, en utilisant une version micro-locale de la théorie de Morse, il généralise une formule de l'indice que A. DUBSON avait exposé au colloque ;

Les deux articles de J.-L. VERDIER traitent par réduction/généralisations successives du problème du prolongement des faisceaux pervers ; nous y avons adjoint une lettre de B. MALGRANGE qui répond à une question de Verdier sur les morphismes de variation ;

L'article de A. GALLIGO - M. GRANGER - Ph. MAISONOBE rappelle leur étude directe des faisceaux pervers relativement à un croisement normal et donne des applications aux $\mathcal{D}$ -modules ainsi qu'une description des complexes d'intersection correspondants ;

L'article de J.L. BRYLINSKI montre que la classe fondamentale d'une sous-variété algébrique Y engendre le $\mathcal{D}$ -module qui, par Riemann-Hilbert, correspond au complexe d'intersection de Y ;

L'article de V.A. NAVARRO traite des structures de Hodge mixtes des groupes de cohomologie et de cohomologie d'intersection d'une variété algébrique X à singularité isolée, il donne une démonstration "analytique" de résultats sur les faisceaux pervers sur X ;

L'article de F. EL ZEIN présente une version simplifiée de la notion de complexe de Hodge mixte filtré qui permet d'obtenir des suites spectrales de structures de Hodge mixtes puis étudie la filtration τ sur le complexe dualisant (resp. sur le complexe d'intersection) d'une variété algébrique à singularité isolée ;

L'article de J. STEENBRINK Introduit la notion de complexe de De Rham filtré d'une paire de variétés algébriques qui permet d'obtenir une généralisation du théorème d'annulation de Kordaira-Akizuki-Nakano au cas des variétés singulières ;

L'article de M. SAITO raconte son "plan" pour prouver l'existence d'une structure de Hodge pure sur la cohomologie d'intersection d'une variété projective et le théorème de décomposition, dans le cadre analytique ;

L'article de Y. LAURENT aborde le cas des $\mathcal{D}$ -modules holonomes non réguliers, en considérant les solutions séries formelles à croissance de Gevrey r , $1 < r < \infty$ il démontre en démontre un théorème d'indice pour chaque r ;

L'article de Z. MEBKHOUT étudie l'analogie entre le conducteur de Swan des faisceaux p -adiques sur une courbe et l'irrégularité des systèmes différentiels d'une variable complexe ;

Nous terminons par un tableau bibliographique intitulé "Analyse et topologie des espaces singuliers" que nous a envoyé Z. MEBKHOUT qui, malgré le caractère nécessairement incomplet de ce genre de travail, pourra servir de guide au lecteur.

Certains conférenciers ne nous ont pas envoyé d'article à publier ; pour la commodité du lecteur, nous avons ajouté ci-dessous quelques informations.

Le cours de J. BERNSTEIN existe sous forme de polycopié que l'auteur améliore régulièrement.

Le cours de P. DELIGNE reprenait le long article qu'il avait cosigné dans Luminy I.

Le cours de J.E. BJORK a été enrichi, il existe sous forme de polycopié et sera publié prochainement (sans doute chez North Holland).

A. DUBSON a publié une note au C.R.A.S. "Formule pour les cycles évanescents" n°298 du 14/11/83

R. MAC PHERSON et K. VILONEN ont publié une note au C.R.A.S. "Construction élémentaire de faisceaux pervers", n° 299 du 18/7/84.

A. VOROS a publié "The return of Quartic oscillator" Ann. de l'IHP (83).

P. SHAPIRA et M. KASHIWARA ont pré-publié "Microlocal Study of Sheaves, Université de Paris Nord, pré-publications Mathématiques, Fascicule n° 51, Mars 1984.

K. SAITO a publié une série d'articles au RIMS.

Pour terminer cette introduction, nous précisons que chaque article de ce livre a été soumis à un referee.

A. GALLIGO,

M. GRANGER,

Ph. MAISONOBE.