

# *Astérisque*

PIERRE MOLINO

## **Espace des feuilles des feuilletages Riemanniens**

*Astérisque*, tome 116 (1984), p. 180-189

[http://www.numdam.org/item?id=AST\\_1984\\_\\_116\\_\\_180\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AST_1984__116__180_0)

© Société mathématique de France, 1984, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

ESPACE DES FEUILLES DES FEUILLETAGES RIEMANNIENS

Pierre Molino

Introduction.

La notion de feuilletage riemannien a été introduite par B. REINHART dans [13] sous le nom de "feuilletage à bundle-like metric".

Dans cet exposé, après avoir introduit les feuilletages riemanniens à partir de la notion de tenseur prériemannien, on donne une description géométrique de ce type de feuilletages sur les variétés compactes ; ces résultats ont été présentés de façon plus détaillée dans [10].

On donne ensuite une méthode de désingularisation par éclatements qui permet sous certaines hypothèses, de se ramener au cas où les adhérences des feuilles ont toutes la même dimension.

Enfin, on montre comment la structure de l'espace des feuilles d'un feuilletage riemannien sur une variété compacte fait intervenir à la fois les V-variétés de SATAKE [15] et les Q-variétés de R. BARRE [1]. En gros, on peut voir un tel espace de feuilles comme fibré sur une V-variété avec singularités, la fibre étant une Q-variété à topologie grossière.

Dans tout l'exposé, la différentiabilité est entendue au sens  $C^\infty$ .

I - Structures prériemanniennes et feuilletages.

Soit  $V$  une variété différentiable de dimension  $n$ .

I.1. Soit  $g$  une métrique riemannienne sur  $V$ . Pour tout  $x \in V$ ,  $g_x$  est une forme bilinéaire symétrique définie positive sur  $T_x V$ . Si  $\gamma : [0,1] \rightarrow V$  est un chemin continûment différentiable par morceaux, sa longueur est donnée par

$$(1) \quad L(\gamma) = \int_0^1 g_{\gamma(t)} \left( \frac{d\gamma}{dt}, \frac{d\gamma}{dt} \right)^{\frac{1}{2}} dt$$

et la distance de deux points  $x, y$  de  $V$  par

$$(2) \quad d(x, y) = \text{Inf}_\gamma L(\gamma) \quad \text{pour tous les chemins } \gamma \text{ d'extrémités } x \text{ et } y.$$

Réciproquement, la distance riemannienne  $d$  détermine  $g$  par

$$(3) \quad g_x(X_x, X_x)^{\frac{1}{2}} = \frac{d}{dt} \Big|_{t=0} d(x, \gamma(t)) \quad \text{si } X_x = \frac{d\gamma}{dt}(0)$$

I.2. Soit maintenant sur  $V$  un champ différentiable, noté encore  $g$ , de formes bilinéaires symétriques positives sur l'espace tangent. On suppose que la dimension du noyau  $P_x$  de  $g_x$  est constante et égale à  $(n-q)$ .

Les formules (1) et (2) déterminent alors non plus une distance mais un écart  $d$  sur  $V$ . Si la formule (3) reste vraie, on dira que  $g$  définit une structure prériemannienne de codimension  $q$  sur  $V$  et que  $d$  est l'écart riemannien correspondant. On dira encore dans ce cas que  $g$  est un tenseur prériemannien :

S'il en est ainsi, il est facile de vérifier que, en notant  $\mathcal{L}_X$  la dérivée de Lie suivant un champ de vecteurs  $X$ , on a

$$(4) \quad \mathcal{L}_X g = 0 \text{ si } X \text{ tangent à } P.$$

On en déduit que le champ d'éléments de contact  $P$  est complètement intégrable et définit un feuilletage  $\mathcal{F}$  de codimension  $q$  sur  $V$ . En outre, d'après (4),  $g$  détermine une métrique transverse au feuilletage, notée encore  $g$ , qui fait de  $\mathcal{F}$  un feuilletage riemannien.

Ainsi, toute structure prériemannienne de codimension  $q$  sur  $V$  définit un feuilletage riemannien de codimension  $q$ .

I.3. Il est naturel de se demander si, inversement, tout feuilletage riemannien est défini par une structure prériemannienne. La réponse est bien sûr négative : si par exemple les feuilles sont denses [flot dense sur le tore], l'écart correspondant serait nécessairement nul et on ne pourrait avoir (3).

Toutefois, si  $\mathcal{F}$  est un feuilletage riemannien de codimension  $q$  sur  $V$ , la métrique transverse de  $\mathcal{F}$  détermine sur  $V$  un champ différentiable  $g$  de formes bilinéaires symétriques positives sur l'espace tangent. Localement,  $g$  est au voisinage de chaque point le pull-back d'une métrique riemannienne sur une vairété quotient locale. Par suite,  $g$  définit une structure prériemannienne locale.

Ainsi, tout feuilletage riemannien sur  $V$  est localement défini, au voisinage de chaque point, par une structure prériemannienne locale.

## II - Géométrie globale des feuilletages riemanniens sur les variétés compactes.

$V$  sera dans ce paragraphe une variété compacte, connexe, de dimension  $n$ .  $\mathcal{F}$  est un feuilletage de codimension  $q$  sur  $V$  et  $g$  une métrique transverse sur  $(V, \mathcal{F})$ , que l'on peut regarder comme un champ de formes bilinéaires symétriques positives sur l'espace tangent, localement projetable suivant les feuilles.

II.1. On note  $Q$  le fibré vectoriel normal aux feuilles.

$L(V, \mathcal{F})$  sera l'algèbre de Lie des champs feuilletés.

Si  $X \in L(V, \mathcal{F})$ , la section correspondante  $\bar{X}$  de  $Q$  sera dite champ transverse, et on notera  $\mathcal{L}(V, \mathcal{F})$  l'algèbre de Lie des champs transverses.

L'orbite de  $\bar{X}$  passant par une feuille  $F$  du feuilletage est la réunion des orbites de  $X$  qui rencontrent  $F$ ; c'est donc une réunion de feuilles.

On définira de même les orbites d'une sous-algèbre de Lie de  $\mathcal{L}(V, \mathcal{F})$ ; ce sont des sous-variétés de  $V$  réunions de feuilles.

Un champ de vecteurs  $X$  de  $V$  sera dit champ de Killing si on a

$$(5) \quad \mathcal{L}_X g = 0$$

$X$  est alors feuilleté et le champ transverse  $\bar{X}$  correspondant sera dit champ de Killing transverse [9]. On notera  $K(V, \mathcal{F}, g)$  l'algèbre de Lie des champs de Killing et  $k(V, \mathcal{F}, g)$  celle des champs de Killing transverses.

Si  $U$  est un ouvert de  $V$ , on définit de même les algèbres de Lie locales  $L(U, \mathcal{F})$ ,  $\mathcal{L}(U, \mathcal{F})$ ,  $K(U, \mathcal{F}, g)$ ,  $k(U, \mathcal{F}, g)$ . En particulier, on définira ainsi le faisceau  $\mathcal{L}(V, \mathcal{F})$  des germes de champs transverses et le faisceau  $\mathcal{k}(V, \mathcal{F}, g)$  des germes de champs de Killing transverses.

II.2. La géométrie globale des feuilletages riemanniens est décrite par le résultat suivant, démontré dans [10] et présenté ici de façon légèrement différente :

THEOREME. Si  $\mathcal{F}$  est un feuilletage riemannien sur la variété compacte connexe  $V$ , il existe sur  $(V, \mathcal{F})$  un faisceau localement trivial  $\mathcal{c}(V, \mathcal{F})$  de germes de champs transverses tel que :

(i) pour toute métrique transverse  $g$  sur  $(V, \mathcal{F})$ ,  $\mathcal{c}(V, \mathcal{F})$  est contenu dans le faisceau  $\mathcal{k}(V, \mathcal{F}, g)$  des germes de champs de Killing transverses.

(ii) les germes de champs transverses appartenant à  $\mathcal{c}(V, \mathcal{F})$  commutent avec tous les champs transverses globaux.

(iii) les orbites de  $\mathcal{c}(V, \mathcal{F})$  sont les adhérences des feuilles de  $\mathcal{F}$ .

Le faisceau  $\mathcal{c}(V, \mathcal{F})$  est dit faisceau transverse central du feuilletage. Sa fibre-type est une algèbre de Lie de dimension finie dont l'opposée  $\mathfrak{g}(V, \mathcal{F})$  est l'algèbre de Lie structurale du feuilletage.

D'après (i), si  $\bar{X}$  est une section de  $\mathcal{c}(V, \mathcal{F})$  dans l'ouvert  $U$ , c'est un champ de Killing transverse local pour toute métrique transverse sur  $(V, \mathcal{F})$ . On dira que  $\bar{X}$  est un champ de Killing transverse local universel.

Les propriétés (i) et (iii) montrent que certaines propriétés purement locales d'une métrique transverse sur  $(V, \mathfrak{F})$  peuvent entraîner des propriétés globales du feuilletage. Par exemple, s'il n'y a pas en un point  $x \in V$  de germes non triviaux de champs de Killing transverses, alors toutes les feuilles sont compactes.

On observe également que, d'après (iii), l'adhérence  $\bar{F}$  d'une feuille  $F$  est une sous-variété de  $V$ . Le feuilletage induit par  $\mathfrak{F}$  sur  $\bar{F}$  est transversalement homogène au sens de R. BLUMENTHAL [2]. En outre,  $\bar{F}$  est transversalement géodésique pour la structure riemannienne transverse.

II.3. On dira que  $(V, \mathfrak{F})$  est régulier si les adhérences des feuilles ont même dimension. Elles définissent alors un nouveau feuilletage  $\bar{\mathfrak{F}}$  à feuilles compactes, qui est lui-même riemannien ; si  $g$  est une métrique transverse sur  $(V, \mathfrak{F})$ , la métrique transverse correspondante  $\bar{g}$  sur  $(V, \bar{\mathfrak{F}})$  est un tenseur prériemannien, et l'écart riemannien défini par  $\bar{g}$  coïncide avec l'écart défini par  $g$ .

Dans le cas général, on dira que l'adhérence  $\bar{F}$  d'une feuille  $F$  est régulière si sa dimension est maximum. Dans le cas contraire, on dira que  $\bar{F}$  est une adhérence singulière. L'ensemble des adhérences régulières, forme un ouvert dense  $U_r$  de  $V$  qui sera dit ouvert régulier du feuilletage.

Un exemple de feuilletage riemannien non régulier est donné par Y. CARRIERE dans [3] : soit  $S^3 \subset \mathbb{C}^2$ , définie par  $S^3 = \{(z_1, z_2) \in \mathbb{C}^2 / |z_1|^2 + |z_2|^2 = 1\}$ .

On considère le flot défini par

$(t, z_1, z_2) \mapsto (e^{it\lambda_1} z_1, e^{it\lambda_2} z_2)$  où  $\lambda_1, \lambda_2$  sont deux nombres réels indépendants sur les rationnels. Les orbites de ce flot définissent un feuilletage riemannien de codimension 2 sur  $S^3$ . L'algèbre de Lie structurale dans ce cas est  $\mathbb{R}$ . Les adhérences régulières sont des tores de dimension 2 ; les adhérences singulières sont les orbites compactes du flot, définies par  $z_1 = 0$  et par  $z_2 = 0$ .

Dans [10] on a donné une description détaillée des feuilletages riemanniens sur une variété compacte connexe en codimension 2 et 3.

III - Le cas où  $c(V, \mathfrak{F})$  est globalement trivial ; désingularisation par éclatements.

Dans ce paragraphe  $(V, \mathfrak{F}, g)$  est un feuilletage riemannien de codimension  $q$  sur une variété compacte connexe. On suppose de plus que le faisceau transverse central  $c(V, \mathfrak{F})$  est globalement trivial, c'est-à-dire défini par une sous-algèbre de Lie  $c(V, \mathfrak{F})$ . On a alors, d'après le point (ii) du théorème précédent que  $c(V, \mathfrak{F})$  est contenu dans le centre de  $\mathfrak{L}(V, \mathfrak{F})$ . En particulier,  $c(V, \mathfrak{F})$  est abélienne, et

l'algèbre de Lie structurale  $\mathfrak{g}(V, \mathfrak{F})$  s'identifie à  $c(V, \mathfrak{F})$ . En d'autres termes, on a des isomorphismes d'algèbres de Lie

$$(6) \quad c(V, \mathfrak{F}) \simeq \mathfrak{g}(V, \mathfrak{F}) \simeq \mathbb{R}^s.$$

On observera que ces conditions sont en particulier vérifiées si la variété  $V$  est simplement connexe.

Les adhérences des feuilles sont, sous ces hypothèses, les orbites de l'algèbre de Lie  $c(V, \mathfrak{F})$ . L'étude de ces adhérences est alors l'analogue [en géométrie transverse] de l'étude des orbites d'un tore d'isométries sur une variété riemannienne.

III.1. Compte tenu de la dernière remarque, nous allons un instant considérer la situation suivante :  $M$  sera une variété riemannienne de dimension  $q$ ,  $g_M$  une métrique riemannienne sur  $M$ ,  $T^s$  un tore d'isométries de dimension  $s$  sur  $M$  et  $C_M$  l'algèbre de Lie abélienne des champs de Killing associés à l'action du tore.

Les orbites de  $T^s$  de dimension  $s$  forment un ouvert régulier  $U_r$ . Les autres orbites seront dites singulières. On se propose de décrire un procédé de désingularisation des orbites par éclatements successifs de  $M$ .

Le principe est le suivant : notons  $S$  la réunion des orbites dont la dimension  $k$  est minimale. Il est facile de voir que  $S$  est une sous-variété fermée de  $M$ . L'idée est alors d'éclater  $M$  le long de la sous-variété  $S$ , en remplaçant  $S$  par le fibré en espaces projectifs associé au fibré normal à la sous-variété. On notera  $\tilde{M}_S$  la variété éclatée et  $E_S : \tilde{M}_S \rightarrow M$  l'application d'éclatement.

L'action de  $T^s$  sur  $M$  se prolonge en une action sur la variété éclatée. En outre, la dimension minimale des orbites de l'action de  $T^s$  sur  $\tilde{M}_S$  est au moins égale à  $k+1$ .

En itérant le procédé, on se ramène par éclatements successifs au cas d'une action désingularisée, c'est-à-dire localement libre.

On observera qu'à chaque étape, on peut modifier la métrique  $g_M$  en dehors de  $S$  de façon à obtenir une métrique  $\tilde{g}_{M_S}$  qui se prolonge à la variété éclatée, de façon que  $T^s$  opère encore sur  $\tilde{M}_S$  par isométries.

III.2. Revenons au feuilletage riemannien  $(V, \mathfrak{F}, g)$ .

Soit  $(q-k)$  la codimension maximale des adhérences des feuilles de  $\mathfrak{F}$ . Si  $k = s$ , le feuilletage est régulier. Supposons donc  $k < s$ .

Comme dans la situation précédente, on voit que la réunion  $\Sigma$  des adhérences de feuilles de codimension maximale est une sous-variété fermée, donc compacte,

de  $V$ .

On éclatera alors  $V$  le long de la sous-variété  $\Sigma$ . Soient  $\tilde{V}_\Sigma$  la variété éclatée et  $E_\Sigma : \tilde{V}_\Sigma \rightarrow V$  l'application d'éclatement.

Le feuilletage  $\mathfrak{F}$  définit un feuilletage éclaté  $\tilde{\mathfrak{F}}_\Sigma$  sur  $\tilde{V}_\Sigma$ .

$c(V, \mathfrak{F})$  définit une algèbre de Lie éclatée  $\tilde{c}_\Sigma$  de champs transverses sur  $(\tilde{V}_\Sigma, \tilde{\mathfrak{F}}_\Sigma)$ .

Enfin, en modifiant  $g$  en dehors de  $\Sigma$  sur un voisinage tubulaire de  $\Sigma$ , on définit un tenseur qui se prolonge en une métrique transverse  $\tilde{g}_\Sigma$  sur  $(\tilde{V}_\Sigma, \tilde{\mathfrak{F}}_\Sigma)$ . En appliquant le théorème précédent à  $(\tilde{V}_\Sigma, \tilde{\mathfrak{F}}_\Sigma, \tilde{g}_\Sigma)$ , on voit que le faisceau transverse central du feuilletage éclaté est trivial, et que l'algèbre de Lie de champs transverses correspondante est  $\tilde{c}_\Sigma$ . Ceci étant, par construction, la dimension minimum des adhérences des feuilles pour le feuilletage éclaté a augmenté d'au moins 1. En itérant le procédé, il vient :

PROPOSITION. Soit  $(V, \mathfrak{F}, g)$  un feuilletage riemannien sur une variété compacte connexe. Supposons que son faisceau transverse central soit globalement trivial\* [c'est en particulier le cas si  $V$  est simplement connexe]. Par éclatement successifs le long de la réunion des adhérences des feuilles de dimension minimale, on obtient à partir de  $(V, \mathfrak{F}, g)$  un feuilletage riemannien régulier.

Remarques (i) Les résultats exposés en II et III supposaient la variété  $V$  compacte. On peut remplacer cette condition par une condition de complétion pour la structure riemannienne transverse ; en particulier, si l'on considère le pull-back  $(\hat{V}, \hat{\mathfrak{F}}, \hat{g})$  sur le revêtement universel  $\hat{V}$  d'un feuilletage riemannien sur une variété compacte, on peut lui appliquer les résultats précédents.

(ii) J.L. KOSZUL [6] m'indique que la technique de désingularisation des tores d'isométries esquissées en III.1 s'applique dans le cas d'un groupe compact arbitraire d'isométries.

Ceci me conduit à conjecturer que la technique de désingularisation donnée en III.2 s'applique à tous les feuilletages riemanniens sur les variétés compactes.

#### IV - Espace des feuilles et équivalence transverse.

Nous présentons ici une variante [adaptée à l'étude des feuilletages riemanniens] de la notion de feuillage [ou variété des feuilles d'un feuilletage] indiquée en [8]. Voir également à ce sujet [11] et [16].

Partons de la remarque suivante : soient  $\pi : V \rightarrow M$  une fibration localement

\* Voir note à la fin de l'article.

triviale à fibres connexes, et  $\mathfrak{F}$  le feuilletage défini par  $\pi$ . Dans l'étude de la géométrie transverse du feuilletage  $(V, \mathfrak{F})$ , seule intervient en fait la variété quotient  $M$ . Si  $(V', \mathfrak{F}')$  est un autre feuilletage défini par une fibration localement triviale  $\pi' : V' \rightarrow M$ , on dira que  $(V, \mathfrak{F})$  et  $(V', \mathfrak{F}')$  sont transversalement équivalents ; pour cela, il faut et il suffit qu'il existe une variété  $\tilde{V}$  et des fibrations localement triviales  $\tilde{\pi} : \tilde{V} \rightarrow V$  et  $\tilde{\pi}' : \tilde{V} \rightarrow V'$  telles que le feuilletage préimage de  $\mathfrak{F}$  par  $\tilde{\pi}$  coïncide avec le feuilletage préimage de  $\mathfrak{F}'$  par  $\tilde{\pi}'$ .

IV.1. Nous inspirant de la remarque ci-dessus, nous dirons que deux feuilletages  $(V, \mathfrak{F})$  et  $(V', \mathfrak{F}')$  de codimension  $q$  sont transversalement équivalents s'il existe un feuilletage  $(\tilde{V}, \tilde{\mathfrak{F}})$  et des fibrations localement triviales  $\tilde{\pi} : \tilde{V} \rightarrow V$  et  $\tilde{\pi}' : \tilde{V} \rightarrow V'$  telles que  $\tilde{\pi}^{-1}(\mathfrak{F}) = \tilde{\pi}'^{-1}(\mathfrak{F}') = \tilde{\mathfrak{F}}$ .

Une classe d'équivalence de feuilletages pour cette relation définira une structure de variété de feuilles [ou feuillage] sur l'espace quotient  $V/\mathfrak{F}$ .

Notons  $W = V/\mathfrak{F}$  cette variété de feuilles et  $\pi : V \rightarrow W$  la projection naturelle ; on dira que  $(V, \mathfrak{F})$  est une réalisation de  $W$  comme espace des feuilles d'un feuilletage.

IV.2. Considérons le cas d'un feuilletage riemannien  $(V, \mathfrak{F}, g)$  transversalement orienté de codimension  $q$  sur une variété compacte connexe [plus généralement, on pourrait remplacer la condition de compacité par l'hypothèse que  $g$  est "transversalement complet" en un sens naturel]. Soit  $W = V/\mathfrak{F}$  la variété de feuilles correspondante. L'algèbre de Lie structurale  $\mathfrak{g}(V, \mathfrak{F})$  du feuilletage peut être regardée comme un invariant algébrique de  $W$ , et notée  $\mathfrak{g}(W)$ .

→ Si  $\mathfrak{g}(W) = 0$ , les feuilles de  $\mathfrak{F}$  sont compactes, et  $W = V/\mathfrak{F}$  a une structure naturelle de  $V$ -variété de SATAKE.

En outre, le fibré  $e_T^+(V, \mathfrak{F})$  des repères transverses orthonormés directs de  $(V, \mathfrak{F})$  définit un fibré de repères orthonormés  $e^+(W)$  qui est une variété compacte. La projection naturelle  $p : e(W) \rightarrow W$  permet alors de réaliser  $W$  comme espace des feuilles du feuilletage défini sur une variété de dimension  $\frac{q(q+1)}{2}$  par une action localement libre de  $SO(q, \mathbb{R})$ .

→ Si  $(V, \mathfrak{F}, g)$  est régulier, on dira que la variété de feuilles  $W$  est régulière.

Soit alors  $\bar{\mathfrak{F}}$  le feuilletage de  $V$  défini par les adhérences des feuilles. L'espace des feuilles  $\bar{W} = V/\bar{\mathfrak{F}}$  est alors une variété de SATAKE, et on a une projection naturelle

$$\bar{\pi} : W \rightarrow \bar{W}$$



qui est un "morphisme de feuillages". En outre, la préimage par  $\bar{\pi}$  d'un point arbitraire de  $\bar{W}$  est une  $Q$ -variété au sens de R. BARRE à topologie grossière. C'est l'espace des feuilles d'un feuilletage riemannien à feuilles denses, transversalement homogène, modelé sur un espace homogène riemannien indépendant du point.

→ Dans le cas général, la situation est un peu plus compliquée. L'ouvert régulier  $U_r$  de  $V$  définit un ouvert régulier  $U_{W_r}$  de  $W$ , dense dans  $W$ .

Soit  $\bar{W}$  le quotient  $V/\bar{\mathcal{F}}$  de  $V$  par les adhérences des feuilles.  $U_r$  définit un ouvert dense  $U_{\bar{W}_r}$  de  $\bar{W}$ .  $U_{\bar{W}_r}$  est une variété de SATAKE. On a une projection naturelle

$$\pi : W \rightarrow \bar{W}$$

et l'écart  $d$  associé à  $g$  définit un écart  $d_W$  sur  $W$  et une distance  $d_{\bar{W}}$  sur  $\bar{W}$ . Si l'on veut,  $\bar{W}$  peut être regardé comme une variété de SATAKE avec singularités, munie d'une structure d'espace métrique. La préimage par  $\bar{\pi}$  d'un point de  $\bar{W}$  est une  $Q$ -variété topologiquement grossière, espace des feuilles d'un feuilletage riemannien transversalement homogène à feuilles denses.

Observons enfin que si le faisceau transverse central  $\underline{c}(V, \mathcal{F})$  est globalement trivial, l'algèbre de Lie  $c(V, \mathcal{F})$  correspondante définit sur  $W$  une algèbre de Lie abélienne de champs centraux  $c(W)$ . Dans ce cas, l'étude faite en III donne une description précise des singularités de la variété  $\bar{W}$ .

BIBLIOGRAPHIE

- [1] R. BARRE. "De quelques aspects de la théorie des  $Q$ -variétés".  
Ann. Inst. Fourier, 23,3(1973), pp. 227-312.
- [2] R. BLUMENTHAL. "Transversally homogeneous foliations"  
Ann. Inst. Fourier, 29, 4(1979), pp. 143-158.
- [3] Y. CARRIERE. "Flots riemanniens et feuilletages géodésibles de codimension 1".  
Thèse 3<sup>e</sup> cycle, Lille (1981).
- [4] L. CONLON. "Transversally parallelisable foliations".  
Trans. Am. Math. Soc., 194 (1974), pp. 79-102.
- [5] A. HAEFLIGER. "Sur les variétés feuilletées".  
Annali scuola Norm. Sup., Pisa, 16 (1964), pp. 367-397.
- [6] J.L. KOSZUL. Communication privée.
- [7] P. MOLINO. "Connexions et  $G$ -structures sur les variétés feuilletées".  
Bull. Sc. Math., 92 (1968), pp. 59-63.
- [8] P. MOLINO. "Sur la géométrie transverse des feuilletages".  
Ann. Inst. Fourier, 25 (1975), pp. 279-284.
- [9] P. MOLINO. "Feuilletages riemanniens sur les variétés compactes ; champs de Killing transverses". C.R. Ac. Sc. Paris, 289A (1979), pp. 421-423.
- [10] P. MOLINO. "Géométrie globale des feuilletages riemanniens", Proceedings Kon. Ned. Akad. Van Wet., Amsterdam, 85, 1(1982) pp.45-74.
- [11] J. PRADINES. "Sur une classe remarquable de relations d'équivalence sur les variétés". Reu. An. de Math. Jaca, (1977).
- [12] G. REEB. "Sur certaines propriétés topologiques des variétés feuilletées".  
Act. Sc. Ind. Hermann, Paris (1952).
- [13] B. REINHART. "Foliated manifold with bundle-like metrics".  
Ann. of Maths, 69 (1959), pp. 119-132.
- [14] B. REINHART. "Harmonic integrals on foliated manifolds".  
Ann. of Maths, 69 (1959), pp. 529-536.

*FEUILLETAGES RIEMANNIENS*

- [15] I. SATAKE. "The Gauss-Bonnet formula for  $V$ -manifolds".  
J. Math. Soc. of Japan, 9 (1957), pp. 464-492.
- [16] L.G. BOUMA, W.T. VAN-EST. "Manifold schemes and foliation on the 2-Torus  
and the Klein bottle". Proc. Kon. Ned. Akad. Van Wet, A 81 (1978),  
pp. 313-347.

P. Molino, Mathématiques  
Université des Sciences et Techniques du Languedoc  
Place E. Bataillon - 34060 Montpellier - FRANCE

NOTE AJOUTÉE SUR ÉPREUVES :

Le résultat présenté ici sur la désingularisation par éclatement des feuilletages riemanniens a été démontré depuis par l'auteur sans hypothèse sur la trivialité du faisceau transverse central. Voir à ce sujet :

P. MOLINO : "Désingularisation des feuilletages riemanniens", à paraître dans l'Am. Journ. of Math.