

# *Astérisque*

AST

## **Présentation du volume**

*Astérisque*, tome 52-53 (1978), p. 1-2

<[http://www.numdam.org/item?id=AST\\_1978\\_\\_52-53\\_\\_1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AST_1978__52-53__1_0)>

© Société mathématique de France, 1978, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## PRÉSENTATION DU VOLUME

Depuis son introduction par Paul Lévy, le temps local du mouvement brownien est l'objet de nombreux travaux faisant appel à des points de vue assez différents. On pourra s'en convaincre en lisant le livre de Ito et Mc Kean : Diffusion processes and their sample paths.

Il y a eu récemment un regain d'intérêt pour ces questions, allant de pair avec le développement du calcul différentiel stochastique, l'introduction des temps locaux permettant d'étendre la formule d'Ito à des fonctions convexes qui ne sont pas de classe  $C^2$ . C'est principalement ce point de vue, lié à la formule de Tanaka pour le mouvement brownien, elle-même généralisée récemment par P. Millar et P.A. Meyer dans le cadre des semi-martingales, qui a été adopté dans ce volume.

En revanche, le temps ayant manqué, on n'y trouvera pas, sauf dans deux articles de J. Walsh, l'écho des très belles études de D. Williams sur le temps local du mouvement brownien (pour une synthèse, voir Mc Kean : Brownian local times, *Advances in Maths*, 16, 1, pages 91-111 (1975)). De même, nous avons laissé de côté tout ce qui concerne la construction des temps locaux d'un processus de Markov (\*) selon Blumenthal et Gettoor, Motoo, ainsi que l'étude fine des trajectoires d'un processus en liaison avec ses temps locaux (Geman, Horowitz,...). Nous espérons combler ces lacunes ultérieurement.

Ce volume est constitué d'exposés faits à l'un des Séminaires du Calcul des Probabilités de l'Université Pierre et Marie Curie (Paris). Chaque

---

(\*) toutefois, quelques techniques markoviennes ont été utilisées dans certains exposés.

article apporte une contribution originale de son auteur.

Nous remercions vivement Madame Gillet et Mademoiselle Schuller du gros travail qu'elles ont dû effectuer pour que ce volume soit prêt en temps voulu.

J. Azéma - M. Yor

## TABLE DES MATIÈRES

|                                                                                                                                                                                    | Pages |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| <u>CHAPITRE I</u>                                                                                                                                                                  |       |
| J.AZÉMA-M.YOR - En guise d'introduction .....                                                                                                                                      | 3     |
| M.YOR - Rappels et préliminaires généraux (*) .....                                                                                                                                | 17    |
| <br><u>CHAPITRE II</u>                                                                                                                                                             |       |
| M.YOR - Sur la continuité des temps locaux associés à<br>certaines semi-martingales .....                                                                                          | 23    |
| J.B.WALSH - A diffusion with a discontinuous local time .....                                                                                                                      | 37    |
| J.B.WALSH - The local time of the Brownian sheet .....                                                                                                                             | 47    |
| <br><u>CHAPITRE III</u>                                                                                                                                                            |       |
| N.EL KAROUI - Sur les montées des semi-martingales.                                                                                                                                |       |
| I. Le cas continu .....                                                                                                                                                            | 63    |
| II. Le cas discontinu .....                                                                                                                                                        | 73    |
| J.B.WALSH - Downcrossings and the Markov property of<br>local time .....                                                                                                           | 89    |
| <br><u>CHAPITRE IV</u>                                                                                                                                                             |       |
| N.EL KAROUI-M.CHALEYAT-MAUREL - Un problème de réflexion et<br>ses applications au temps local et aux équations<br>différentielles stochastiques sur $\mathbb{R}$ - Cas continu .. | 117   |
| <br><u>CHAPITRE V</u>                                                                                                                                                              |       |
| T.JEULIN-M.YOR - Autour d'un théorème de Ray .....                                                                                                                                 | 145   |
| J.B.WALSH - Excursions and local time .....                                                                                                                                        | 159   |

---

(\*) dans tout le volume, il est fait référence à ce papier sous l'abréviation (RPG).

## CHAPITRE VI

|                                                                                                                     |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| M.CHALEYAT-MAUREL-M.YOR - Les filtrations de $ X $ et $X^+$ ,<br>lorsque $X$ est une semi-martingale continue ..... | 193 |
| Ch.YOEURP - Compléments sur les temps locaux et les quasi-<br>martingales .....                                     | 197 |
| M.YOR - Un exemple de processus qui n'est pas une semi-<br>martingale .....                                         | 219 |
| SUMMARY .....                                                                                                       | 223 |

---

## Adresses des Auteurs

J.B.WALSH : Department of Mathematics  
The University of British Columbia  
VANCOUVER, Canada V6T 1W5

J.AZÉMA, N. EL KAROUI, T.JEULIN, M. CHALEYAT-MAUREL,  
Ch.YOEURP, M.YOR :

Laboratoire de Calcul des Probabilités  
Université Pierre et Marie Curie  
Tour 56  
4 place Jussieu  
75230 PARIS CEDEX 05, France