

Astérisque

M. R. HERMAN

Sur les mesures invariantes

Astérisque, tome 40 (1976), p. 103-104

http://www.numdam.org/item?id=AST_1976__40__103_0

© Société mathématique de France, 1976, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR LES MESURES INVARIANTES

M. R. Herman

Construction d'un homéomorphisme PL du cercle

On se donne $\lambda > 1$.

Soit f l'homéomorphisme PL de $[0,1]$ défini par

$$\begin{cases} \tilde{f}(x) = \lambda x & 0 \leq x \leq a \\ \tilde{f}(x) = \frac{1}{\lambda} (x-1) + 1 & a \leq x \leq 1 \end{cases}$$

avec $\lambda a = \frac{1}{\lambda} (a-1) + 1$.

On définit $\tilde{f}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ par

$$\tilde{f}(x+n) = \tilde{f}(x) + n \quad \text{si } n \in \mathbb{Z} \text{ et } x \in [0,1] .$$

Soit pour $b \in \mathbb{R}$ fixé, l'homéomorphisme PL

$$\tilde{f}_b(x) = \tilde{f}(x) + b \quad x \in \mathbb{R} .$$

Soit $T^1 = \mathbb{R}/\mathbb{Z}$. Par passage au quotient de \tilde{f}_b on a l'homéomorphisme PL de T^1 f_b .

Remarquons que f_b et f_b^{-1} laissent invariant l'ensemble des ensembles de Haar nulle sur T^1 .

Nombre de rotation de f_b

On montre que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\tilde{f}_b^{\text{on}}(0)}{n} = \rho(\tilde{f}_b)$ existe et dépend continument de b , de plus on a $\rho(\tilde{f}_{b+1}) = \rho(\tilde{f}_b) + 1$.

On pose $\rho(f_b) = \rho(\tilde{f}_b) \pmod{1}$.

Soit b tel que $\rho(f_b) = \alpha \in T^1 - \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$, alors on a le :

