

ANNALI DELLA SCUOLA NORMALE SUPERIORE DI PISA *Classe di Scienze*

LUIGI DONATI

**Sulla misura elettrostatica delle forze elettromotrici
d'induzione studi sperimentali**

Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze 1^{re} série, tome 2
(1879), p. 1-82

http://www.numdam.org/item?id=ASNSP_1879_1_2__1_0

© Scuola Normale Superiore, Pisa, 1879, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze » (<http://www.sns.it/it/edizioni/riviste/annaliscienze/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SULLA MISURA ELETTROSTATICA
DELLE FORZE ELETTROMOTRICI D'INDUZIONE

STUDI SPERIMENTALI

DEL

D. LUIGI DONATI

Aiuto alla Cattedra di Fisica nella R. Università di Pisa

I.

Oggetto del presente lavoro; principi del metodo; cenno delle esperienze di Kohlrausch e di altri fatte collo stesso metodo.

1. Le forze elettromotrici, quali che ne sieno l'origine e le condizioni, possono venire studiate in due modi diversi: o misurando le cariche che producono a circuito aperto, oppure osservando la corrente cui danno luogo a circuito chiuso.

Di questi due metodi, cui per brevità distinguerò coi nomi rispettivamente di *elettrostatico* e *galvanometrico*, il primo è stato finora meno generalmente usato, forse per causa delle difficoltà sperimentali che d'ordinario ne rendono meno comodo l'uso. E tuttavia, come esso ha già reso importanti servigi alla scienza, io credo che possa renderne ancora, e che in certe ricerche possa andare innanzi per opportunità all'altro metodo e contribuire utilmente alla discussione di alcuni punti della teoria.

In grazia di quest'importanza, che ha a mio avviso il metodo elettrostatico, spero che non parrà senza interesse la relazione che ora presento di un mio studio sperimentale fatto con quel metodo sulle forze elettromotrici d'induzione. Esso si riferisce principalmente alla verificaione di leggi note in alcuni casi d'induzione per moto relativo, ed alla ricerca della legge secondo cui varia col tempo il magnetismo di una massa di ferro dolce nel periodo che segue immediatamente la chiusura o l'apertura della corrente che lo magnetizza, la qual legge si deduce dal modo con cui varia la forza elettromotrice indotta dal magnetismo del ferro in

una spirale vicina. Io offro i risultati di questo studio come un primo saggio delle applicazioni che si possono fare col mio apparecchio e col mio modo di sperimentare, la cui descrizione forma propriamente l'oggetto di questo breve lavoro.

2. Ogni forza elettromotrice ha per effetto di stabilire, da una parte e dall'altra del luogo in cui risiede, una determinata differenza dei valori del potenziale elettrostatico, la quale dipende solo dalla grandezza della forza elettromotrice stessa, e le serve di misura. Se le due parti non hanno fra loro altra comunicazione conduttrice che attraverso il luogo dove risiede la forza elettromotrice, il potenziale è costante dappertutto in ciascuna parte, e vi è *equilibrio statico*: in caso contrario si ha un circuito voltaico con corrente, e con quella distribuzione dei valori del potenziale che caratterizza *l'equilibrio dinamico*.

Per misurare nel primo caso la differenza dei valori che ha il potenziale dalle due parti, la quale dà la misura della forza elettromotrice; e nel secondo caso la differenza del potenziale in due punti quali si voglia del sistema, onde si rileva l'anzidetta legge di distribuzione, serve un elettrometro, sia mettendolo in relazione direttamente con i punti di cui si tratta, sia misurando con esso le cariche che da quei punti derivano in conduttori di determinata capacità, e ordinariamente in un apparecchio di condensazione.

Tutto ciò è ben noto, e s'applica a tutte le forze elettromotrici indistintamente. Solamente per ciò che riguarda le forze elettromotrici variabili col tempo, come quelle d'induzione, bisogna che l'anzidetta misura si riferisca ad epoche determinate. Ed inoltre, siccome lo stabilirsi dell'equilibrio statico o dinamico non è propriamente istantaneo, ma richiede un certo tempo (periodo variabile) che, sebbene sia sempre brevissimo, può non essere trascurabile di fronte ai tempi in cui si manifestano variazioni delle forze elettromotrici, potrà occorrere di dover tener conto anche di questa circostanza.

Se però sono semplici i principî su cui si fonda questo modo di studiare le forze elettromotrici, non tanto agevole ne è la pratica, ove se ne vogliano risultati esatti. Le difficoltà che presenta sempre ogni buona misura elettrostatica, più gravi qui per la piccolezza delle cariche che occorre di dover valutare, si accrescono poi quando si tratti di forze elettromotrici variabili col tempo. Tuttavia non sono insuperabili, e ponendovi le debite cure, il metodo è suscettivo di delicatezza insieme e precisione.

3. Per ciò che riguarda le forze elettromotrici che agiscono nelle pile idroelettriche abbondano i lavori di questo genere. Le così dette esperienze fondamentali di Volta ripetute e variate in tanti modi, la misura delle forze elettromotrici di contatto di metalli fra loro e di metalli con liquidi, lo studio della legge con cui varia il potenziale nei diversi punti del circuito di una pila, hanno formato il soggetto di numerose ricerche elettrostatiche, che è inutile rammentare perchè notissime e citate nei principali trattati ⁽¹⁾. Tuttavia mi piace fra queste riferire brevemente alcune delle esperienze di Kohlrausch, come quelle che per grande accuratezza sono atte a servir di modello.

Queste esperienze costituiscono nel loro insieme ⁽²⁾ una splendida verifica sperimentale dei principî su cui si fonda la teoria della pila. Furono fatte con un elettrometro di Dellmann, costruito apposta e previamente graduato dallo stesso Kohlrausch ⁽³⁾, e con un condensatore a lamina d'aria. Quest'ultimo era formato di due dischi

⁽¹⁾ V. fra gli altri Wiedemann, *Galvanismus*; e Wüllner, *Lehrbuch der Experimentalphysik*.

⁽²⁾ Poggendorff's *Annalen* Vol. LXXII (1847), LXXV (1848), LXXVIII (1849), LXXIX (1850), LXXXII (1851), LXXXVIII (1853).

⁽³⁾ Kohlrausch, *Pogg. Ann.* LXXII, LXXIV. Wüllner *Lehrbuch der Physik* V. II. p. 663.

metallici piani, ed ebbe nel corso delle ricerche due disposizioni diverse. In una i dischi erano sostenuti in posizione orizzontale da cordicelle di seta, ed il piatto inferiore in tre punti presso all'orlo era verniciato con gomma, sopra la quale si disponeva della ceralacca in modo da formare tre rialzamenti uguali, su cui veniva ad appoggiarsi il disco superiore che era verniciato nei tre punti corrispondenti ⁽¹⁾. Nell'altra forma l'intervallo fra i dischi è tutto occupato dall'aria; e i dischi sono sostenuti verticalmente su pezzi solidi ⁽²⁾.

Alcune serie di esperienze ⁽³⁾ ebbero per oggetto la determinazione dei valori numerici delle differenze di tensione (*Spannungsdifferenzen*) ⁽⁴⁾ dovute al contatto dei diversi metalli.

Per ogni coppia di metalli si adoperavano piatti del condensatore fatti di quei medesimi metalli. Si facevano comunicare fra loro un istante con un filo isolato, portando quindi or l'uno or l'altro in comunicazione coll'elettrometro.

Così si aveva senz'altro la misura cercata. La quale però essendo soggetta all'influenza delle alterazioni della capacità del condensatore, inevitabili al mutare dei piatti in ciascuna esperienza; Kohlrausch si valse di un secondo modo determinando indipendentemente da quella capacità il rapporto della differenza elettrica di ciascuna coppia a quella costante di un elemento Daniell, colle seguenti operazioni.

1) Si riunivano i poli della pila ai due piatti del

⁽¹⁾ Kohlrausch. Pogg. Ann. LXXV.

⁽²⁾ Kohl. Pogg. Ann. Vol. LXXXVIII. Wiedemann Galvanismus I, 21.

⁽³⁾ Pogg. Ann. LXXXII, LXXXVIII.

⁽⁴⁾ Si usava allora di chiamare tensione elettroscopica o semplicemente tensione, come si fa ancora da alcuni, quello che ora con denominazione più propria si chiama potenziale.

condensatore, e si misurava poi la carica A all'elettrometro.

2) Si ripeteva la stessa operazione dopo invertite le comunicazioni coi piatti, e si misurava la carica B.

Supposta vera la legge delle tensioni, la semisomma $\frac{A+B}{2}$ rappresenta la differenza elettrica dei due metalli, data già direttamente dall'esperienza precedente, la quale serve così di controllo, e la semidifferenza $\frac{A-B}{2}$ rappresenta la differenza elettrica dell'elemento Daniell. Il quoziente $\frac{A+B}{A-B}$ dei due numeri dà il rapporto cercato.

Per rendere le misure indipendenti anche dalle variazioni dell'elemento, si facevano contemporaneamente le stesse operazioni con un secondo condensatore a piatti di rame e di zinco, che rimaneva sempre lo stesso in tutte le esperienze. Distinguendo con degli apici i numeri relativi al secondo condensatore, il quoziente dei due numeri $\frac{A+B}{A-B}$ ed $\frac{A'+B'}{A'-B'}$ dà il rapporto fra la differenza elettrica della coppia che si studia e quella della coppia rame-zinco.

Kohlrausch riferisce particolareggiatamente i risultati numerici delle singole operazioni per la coppia zinco-platino.

Condensatore zinco-platino				Condensatore zinco-rame			
	piatto zinco	piatto platino	media		piatto zinco	piatto rame	media
Zn Pt	+ 4, 46	— 4, 46	4, 460	Zn Cu	+ 3, 92	— 4, 05	3, 985
A	+ 11, 98	— 12, 02	12, 000	A'	+ 11, 00	— 11, 12	11, 060
B	— 3, 01	+ 2, 92	2, 965	B'	— 3, 15	+ 3, 01	3, 080

I valori $\frac{A+B}{2}$, $\frac{A'+B'}{2}$ concordano con quelli ot-

tenuti direttamente nella prima esperienza. Si ha poi

$$\frac{Zn|Pt}{Zn|Cu} = \frac{A+B}{A-B} : \frac{A'+B'}{A'-B'} = 1,064.$$

Delle altre serie di esperienze del Kohlrausch mi limito a citar quella relativa alla distribuzione della tensione elettroscopica nei vari punti di un filo che chiudeva un elemento di Daniell ⁽¹⁾.

Indicando con D la forza elettromotrice dell'elemento, con L la lunghezza ridotta di tutto il circuito, con u_0 ed u rispettivamente le tensioni elettroscopiche in due punti del circuito e con λ la lunghezza ridotta del tratto compreso fra quei due punti, supposto omogeneo, si ha secondo la teoria di Ohm

$$u - u_0 = \frac{D}{L} \lambda.$$

L'accennata serie di esperienze aveva per oggetto la verifica di questa formula. L'elemento Daniell veniva chiuso con un sottile filo di ottone lungo 172,77 pollici, la cui lunghezza ridotta era espressa dal numero 474, mentre quella dell'intero circuito era $L = 1117,5$. Il valore di D determinato nel modo precedentemente descritto risultò 8,79, essendo $Zn|Cu = 4,17$.

Si aveva un condensatore coi due piatti d'ottone. Si prendevano sul filo due punti, uno fisso e l'altro ad una distanza dal primo variabile da esperienza a esperienza, e si ponevano in comunicazione mediante fili isolati coi due piatti del condensatore; o, ciò che è lo stesso (come dice

⁽¹⁾ Pogg. Ann. LXXVIII, p. 1.

la teoria e come fu dapprima constatato direttamente), si poneva l'uno in comunicazione con uno dei piatti, e l'altro punto e l'altro piatto in comunicazione colla terra; e si misurava poi la carica.

Ecco alcuni numeri così ottenuti.

λ	u osservato	u calcolato
118.5	0.85	0.93
237. »	1.85	1.86
355.5	2.69	2.80
474. »	3.70	3.83

Nella 1.^a colonna sono indicate le distanze dei due punti espresse in lunghezza ridotta, nella 2.^a i valori di u dati dall'esperienza, e nella 3.^a i medesimi valori calcolati secondo la formola $u = \frac{D}{L} \lambda$.

Le citate esperienze insieme con le altre di *Kohlrausch* confermarono pienamente le considerazioni teoriche di Ohm; per le quali, dopo la sostituzione del concetto di potenziale a quello di tensione suggerita di poi da Kirchhoff⁽¹⁾, la teoria della pila fu ricondotta ai principî fondamentali dell'elettrostatica.

Lavori del genere dei sopraddescritti furono fatti pure da Gerland⁽²⁾, Hankel⁽³⁾ ed altri, e ultimamente da W. Thomson⁽⁴⁾, cui si debbono di recenti ed importanti, e che ha recato a gran perfezione i metodi e gli apparecchi per le misure elettrostatiche.

(1) Pogg. Ann. LXXVIII, 506.

(2) Pogg. Ann. CXXXIII, 513 (1868).

(3) Pogg. Ann. CXV, 57; CXXVI, 286.

(4) Reports of the Brit. Assoc. 1867, e altrove. Maxwell, treatise on electricity.

4. Per le forze elettromotrici d'induzione invece non sono state fatte finora, per quanto io mi sappia, di tali misure; e solamente i Fisici si sono limitati a dimostrare l'esistenza di elettricità libera alle estremità di un circuito indotto aperto.

Questo fatto del resto è noto fino dai primi tempi in cui fu scoperta l'induzione, e venne in vari modi constatato da parecchi sperimentatori. Du Bois-Reymond ⁽¹⁾ lo dimostrò indirettamente per mezzo delle contrazioni di una rana. Masson e Breguet ⁽²⁾ sperimentarono con due lunghi fili di rame ravvolti in doppia spirale; uno dei quali era percorso dalla corrente di una forte pila in cui per mezzo di un interruttore si produceva una serie alternata di chiusure ed aperture; mentre le estremità dell'altro facevano capo alle due armature di un apparecchio a condensazione, e per mezzo di un commutatore si faceva in modo che al condensatore potessero giungere le azioni in un solo senso. Tenendo uno dei capi del filo indotto in comunicazione stabilmente con una delle armature, e avvicinando l'altro capo alla seconda armatura, scoccavano scintille, e le elettricità accumulate nel condensatore corrispondevano alla direzione della corrente indotta. Questo processo medesimo serve per caricare rapidamente una batteria di Leyda per mezzo del rocchetto di Ruhmkorff, o di altro grande apparecchio d'induzione.

Similmente Sinsteden ⁽³⁾ ha riconosciuta la presenza dell'elettricità libera alle estremità di spirali indotte, sia con un elettroscopio a foglie d'oro, sia traendone scintille colle dita.

Altri lavori dello stesso genere si potrebbero citare. E del resto i fenomeni di tensione nei circuiti indotti si ma-

⁽¹⁾ Du Bois Reymond, Jahresbericht.

⁽²⁾ Ann. de Chim. et de Phys. IV, 129 (1842).

⁽³⁾ Pogg. Ann. XLIX, 353 (1846).

nifestano con tal forza ed evidenza, che si riguardano quasi come un carattere distintivo dell'induzione.

5. — Citerò infine una recente ricerca di Helmholtz ⁽¹⁾, che per la forma data alle esperienze ha più analogia col mio studio, sebbene sia d'altro genere.

L'apparecchio consisteva in un pendolo di ferro, che fatto cadere da una determinata altezza produceva l'apertura successiva di due circuiti, inducente ed indotto, battendo con due denti di agata fissati lungo l'asta contro due piccole leve. Di queste una era fissa, e l'altra era portata da un pezzo mobile che si faceva avanzare mediante una vite micrometrica, per modo che si poteva regolare e valutare l'intervallo di tempo che correva fra le aperture dei due circuiti. Il circuito inducente fatto con $12\frac{1}{4}$ giri di 80 Cm. di diametro di filo di rame, era percorso dalla corrente di una coppia Daniell; e l'altro circuito di 560 giri di egual diametro aveva i suoi capi in comunicazione coi due piatti di un condensatore ad aria di Kohlrausch. Le cariche di questo venivano misurate con un elettrometro di Thomson.

All'aprire del primo circuito la forza elettromotrice d'induzione separa nell'altro le due elettricità, le quali si portano a caricare i due piatti del condensatore; e quindi nell'intervallo brevissimo di tempo che trascorre prima che s'interrompa la spirale indotta, si produce in questa una serie di oscillazioni elettriche ⁽²⁾, e conseguentemente una serie di cariche alternativamente di nome diverso nei piatti del condensatore. Di modo che la carica che dopo l'interruzione riman presa infine sul piatto collettore, e che viene poi misurata all'elettrometro, varia di nome e di grandezza

⁽¹⁾ Monatsberichte der Berl. Ak. Maggio 1871, p. 292.

⁽²⁾ Queste oscillazioni sono del genere di quelle che si producono nell'arco di chiusura di una bottiglia di Leyda e costituiscono la così detta scarica oscillante. Esse sono state studiate analiticamente da Thomson, Kirchhoff ed Helmholtz.

a seconda della durata del tempo corso fra le due interruzioni.

Le esperienze di Helmholtz dirette a riconoscere se le azioni induttive impiegano a propagarsi un tempo apprezzabile, e propriamente se la velocità di propagazione è così piccola come aveva enunciato il Blaserna (550 m. al secondo nell'aria) ⁽¹⁾ consistevano nel determinare con grande esattezza gli zeri delle oscillazioni elettriche ossia gli istanti in cui la carica del condensatore è nulla, e vedere se questi si spostavano col variare della distanza dei due circuiti; come doveva avvenire nel caso che fosse vera la proposizione del Blaserna.

II

Descrizione dell'apparechio elettrometrico.

6. Io feci alcune prime esperienze di prova con un elettroscopio a foglia d'oro e condensatore di Bohnenberger. Questo non essendo, come si sa, atto ad esperienze di misura, gli sostituii in breve l'apparecchio rappresentato dalla fig. I. Tav. I.

Prima di incominciare a descriverlo, convien ch'io avverta che in tutto questo studio ho cercato di valermi di mezzi il più possibilmente semplici, e quali si hanno alla mano in ogni gabinetto. Nello stesso tempo ho avuto in vista la semplicità e speditezza nel modo di sperimentare, mirando ad avere un apparecchio col quale l'uso delle misure elettrostatiche per le forze elettromotrici fosse facile e comodo.

L'apparecchio si compone di un elettrometro ed un condensatore, ed è contenuto dentro una grande cassa o

⁽¹⁾ Giornale di Scienze naturali ed economiche. Palermo 1870, Vol. VII.

intelaiatura a cristalli, che lo difende dalle agitazioni e dall'umidità dell'aria esterna.

L'elettrometro consiste in una delicata bilancia di torsione, il cui uso io debbo alla gentilezza del Prof. Felici, che lo costruì per le sue ricerche sulle azioni induttive dei coibenti ⁽¹⁾. È fatto con lungo e sottilissimo filo d'argento, e le deviazioni si leggono per riflessione col sistema di Gauss e Weber.

Il filo di sospensione è attaccato con una morsetta metallica *g* alla parte inferiore di un'asta verticale di ebanite, la quale superiormente con la solita disposizione a micrometro è sostenuta da un doppio braccio di ferro impiantato nella parete della stanza. L'ago mobile *d* è tutto metallico e comunica per mezzo del filo di sospensione con la morsetta *g* dalla quale partono due altri fili simili, uno che va alla pallina fissa *p*, la quale è così costantemente in comunicazione coll'ago, e l'altro che fa capo ad una sferetta metallica *r* portata in cima da un'asticella di ebanite e munita di una punta. L'asticella è impiantata a cerniera sul fondo della cassa, e si può far girare dall'esterno per mezzo della manovella *m*; con che abbassandosi la pallina *r*, la punta viene ad immergersi in una vaschetta *s* con mercurio, che le sta sotto retta da un sostegno isolante, e che vien messa in relazione coi corpi che si vogliono far comunicare coll'elettrometro.

Il fusetto metallico verticale che regge l'ago si prolunga in basso in un'asticella di vetro, cui è attaccato con una piccola ghiera lo specchietto verticale che serve alla lettura delle deviazioni. Davanti allo specchio e fisso sopra un cristallo dell'intelaiatura sta un regolo traslucido colle divisioni del metro, le quali sono riflesse dallo specchietto ed osservate con un piccolo cannocchiale.

⁽¹⁾ Volumi dell'Accademia dei XL; Serie III, Tomo II, parte I. — Nuovo Cimento. Tomo V-VI, Gennaio 1872.

La bilancia è tutt'all'intorno con pareti di cristallo difesa dalle agitazioni dell'aria nell'interno della cassa.

Dentro la medesima cassa che contiene l'elettrometro è il condensatore fatto con due dischi di ottone A, B. Il disco inferiore B è montato orizzontalmente sopra un cilindro di ebanite retto da un piede con viti calanti, e l'altro disco A (piatto collettore) gli sta parallelamente di sopra portato da un manico di ebanite che si prolunga in un' asta d'ottone impegnata dentro due anelli direttori, i quali sono impiantati sopra un regolo verticale unito solidamente all'intelaiatura. Per mezzo di una carrucola e di una funicella di seta si può, come si vede dalla figura, dal di fuori della cassa alzare ed abbassare il piatto, e mediante un contrappeso P tenerlo a qualsivoglia altezza. Le superficie opposte ben piane dei due dischi sono libere, ed il disco superiore, abbassandolo, viene a riposare sopra tre piccoli pezzetti uguali di ebanite posti sopra l'altro disco, rimanendo così interposto fra le due superficie un sottile strato di aria.

Un' asta metallica piegata ad angolo retto che attraversa l'intelaiatura per entro un cilindro forato *n* di ebanite, e col braccio interno terminato in una pallina d'ottone *o* si appoggia sul piatto A, ed all'estremità esterna dell'altro braccio è munita di un serrafili *a*, serve a stabilire o togliere la comunicazione del piatto A coll'esterno; mentre un sottile filo d'argento che per un capo è saldato ad una lamina metallica posta sopra il piatto, e dall'altro termina alla vaschetta *s* di mercurio, serve a farlo comunicare coll'elettrometro. Per l'altro piatto B si ha semplicemente un filo di rame condotto fuori per un foro praticato nel cristallo ed un serrafili *b* alla sua estremità.

Credo che questa breve descrizione basti coll'aiuto della figura a far intendere la disposizione generale dell'apparecchio. In fine di questo capitolo sono notate le di-

mensioni di talune delle sue parti, ed ora aggiungerò alcune indicazioni ed avvertenze speciali.

7. Tutti i pezzi isolatori sono di ebanite: la loro superficie è stata accuratamente pulita lavando con alcool rettificato ed asciugando poi con un pannolino ben netto ed asciutto. Il piano inferiore di legno dell'intelaiatura ed i regoli sono coperti di una densa vernice ad olio per impedire l'accesso all'umidità. Una cassetta posta al di sotto di quel piano contiene della calce caustica per togliere l'umidità dell'interno, ed è disposta in modo che si può cambiare la calce senza mutare null'altro nell'apparecchio. Prima di dare la vernice, nell'interno della cassetta della calce e sul piano dell'intelaiatura si è distesa della tela con colla forte per maggiore riparo dall'umidità esterna e per ovviare al fendersi dal legno. Il quale è di per se secchissimo, essendo che l'intelaiatura è costrutta già da varii anni, ed è stata quasi sempre chiusa con dentro calce soventemente rinnovata ed anche vasi contenenti acido solforico.

Un igrometro a capello posto dentro la cassa e che si osserva dall'esterno serve a constatare la secchezza dell'aria.

8. L'ago mobile della bilancia termina con un sottile dischetto *d* in luogo della solita pallina; con che si ha un minor momento d'inerzia, e si guadagna in rapidità delle deviazioni ed in sensibilità.

Le due parti, mobile e fissa, della bilancia sono, come dissi già, stabilmente in comunicazione fra loro. Così le indicazioni sono pronte e sicure, mentre con l'ordinaria disposizione delle due palline isolate, l'ago è in ogni esperienza prima attratto e poi respinto dalla pallina fissa, con perdita di tempo sempre dannosa a causa della dispersione e dell'elettrizzarsi delle parti coibenti. Oltracciò le irregolarità del movimento provenienti dall'urto delle due palline, se sono senza influenza sulla grandezza della deviazione

fissa a cui si dispone l'ago alla fine delle sue oscillazioni, possono però far variare la deviazione impulsiva: della quale appunto, pel vantaggio che si ha ad operare con rapidità, io mi son valso nelle mie esperienze.

Solamente, mentre con le due palline isolate è nota, almeno approssimativamente, la relazione che passa fra la posizione dell'ago e la forza corrispondente con cui per una data carica si respingono le due palline, e quindi anche la relazione fra le cariche e le deviazioni fisse che ad esse corrispondono, con la disposizione attuale tal relazione è ignota. Ma di questo e del modo ch'io ho tenuto per apprezzare le indicazioni parlerò più partitamente in un capitolo speciale.

Nei primi tempi che la bilancia fu costrutta era difficile servirsene per la sua instabilità. Ora invece è molto stabile, e si mantiene talvolta per ore intiere immobile in una medesima posizione di riposo; e la riprende rapidamente dopo la deviazione in ogni esperienza. Le piccole variazioni cui tuttavia va soggetta la sua posizione di riposo, sono lente e regolari, e seguono l'andamento delle variazioni di temperatura della stanza, e più propriamente delle variazioni dell'irradiazione calorifica che dalle diverse parti della stanza proviene ai diversi lati del filo di sospensione. La stanza è posta a pianterreno e molto riparata dall'influenza dei bruschi mutamenti di temperatura esterna.

9. La disposizione ch'io ho adottata per il condensatore è la migliore che, per l'uso a cui è destinato nelle mie esperienze, mi è parso di poter avere colla semplicità di mezzi ch'io m'era prefissa. La quale escludeva l'uso di un condensatore interamente ad aria, che non può servire che a patto di essere di costruzione squisita, quale non può aversi che da pochi costruttori eccellenti e con grave dispendio. È noto infatti quanto sia difficile in tali istrumenti di conseguire l'invariabilità della posizione dei due piatti,

per modo che la capacità del condensatore rimanga costante nelle diverse esperienze.

In sulle prime io tentai di servirmi di due dischi verniciati con gomma lacca, allettato dalla comodità di un tale sistema, e dalla grande capacità che ne risulta al condensatore per l'estrema sottigliezza che si può dare così allo strato isolante. Ma i risultati furono poco soddisfacenti, essendochè i numeri ottenuti sperimentando nelle stesse condizioni in diverse volte non erano abbastanza costanti, ed inoltre per una medesima differenza di potenziale si ottenevano risultati notevolmente diversi secondo il segno, ossia secondo che l'elettricità raccolta sul piatto collettore era positiva o negativa. Questi errori provenivano evidentemente dalle variazioni della capacità del condensatore per le ineguaglianze inevitabili dello strato di vernice, e dall'elettrizzazione di questa sia per istrofinamento, sia per la penetrazione delle cariche.

Abbandonato perciò quel sistema, dopo varie prove venni alla disposizione attuale. La quale, salvo il diverso modo di sostenere i piatti, è analoga alla prima maniera del condensatore di Kohlrausch; solo alla ceralacca è sostituita l'ebanite, che senza essere meno isolante, presenta il vantaggio di essere più resistente ed atta a foggiarne dei pezzetti che reggano senza deformarsi il peso del piatto sovrapposto.

Per farli io tagliava da una sottile lamina di ebanite in una parte che fosse ben piana e di spessore uniforme tre dischetti di poco più di un millimetro di diametro, e prendeva quindi ad intagliarne pazientemente il contorno in modo da ridurli alla forma di tronchi di cono con la base superiore strettissima. Poi lavatili diligentemente con alcool rettificato ed asciugatili, li faceva aderire per la base più larga in tre punti equidistanti del piatto B presso al contorno, per mezzo di una minima quantità di gomma lacca. Ho tralasciato di verniciare come faceva Kohlrausch, i due

piatti nei luoghi corrispondenti ai tre pezzetti d'ebanite per togliere più che fosse possibile le cause d'elettrizzamento, avendo riconosciuto coll'esperienza che anche senza ciò l'isolamento era sufficiente.

La posizione del piatto B si regola coll'aiuto delle viti calanti in modo che l'altro piatto, quando si abbassa, viene a coprirlo esattamente toccando a un tempo tutte tre le punte di ebanite, e vi si adagia sopra obbedendo al proprio peso, poichè il sistema che lo regge, per l'elasticità del lungo manico e perchè questo scorre un po' agevolmente dentro gli anelli direttori, non è perfettamente rigido.

In questo modo, se i tre pezzi di ebanite sono di egual altezza, e le superficie dei piatti ben piane, queste si dispongono esattamente parallele; ma in ogni caso prendono sempre la medesima posizione relativa, che è quello che principalmente importa, e così la capacità del condensatore è invariabile. Ciò è attestato dalla costanza quasi perfetta dei risultati ottenuti nelle stesse condizioni in diverse esperienze, come si vedrà dai numeri che riferirò in seguito.

Non son riuscito colla presente disposizione a togliere del tutto la differenza di risultati per le due elettricità, che ho accennato dianzi: essa è però sommamente ridotta, e si può farne la correzione nel modo che dirò in appresso. Potrebbe credersi che tal differenza fosse dovuta all'influenza delle parti coibenti di ebanite, le quali una volta che per avventura siansi elettrizzate agiscono per influenza a distanza, o, come suol dirsi, elettroforicamente. Ma le precauzioni prese dovevano escludere in gran parte questo inconveniente. Perciocchè, oltre all'aver adottato un modo di sperimentare che per la sua rapidità dà poco campo all'elettrizzarsi delle parti coibenti per penetrazione delle cariche, ho avuto cura di tenere le superficie del condensatore lontane dai sostegni di ebanite, impiantando i piatti non direttamente su questi, ma coll'intermezzo di pezzi metallici,

e di fare per quanto si poteva piccolissime le tre punte di ebanite. Ed infatti l'esperienza ha dimostrato che siffatta influenza era poco sensibile; poichè procurando di esagerarla coll'elettrizzare apposta e fortemente i sostegni e le punte, non si avevano variazioni molto notevoli nei risultati.

Maggiore influenza ha invece un'altra circostanza di cui io non aveva tenuto conto in principio, ed è lo stato della superficie dei piatti d'ottone del condensatore. Una piccola diversità che vi sia nella condizione delle due superficie opposte, ottenuta p. es. strofinando una di esse con un pannolano, agisce come una forza elettromotrice, che aggiunta in più o in meno alla differenza di potenziali per cui si sperimenta, produce l'accennata diversità di risultati. Sebbene questa sia tutt'altro che cosa nuova, perchè si riduce in sostanza al fatto ben noto delle variazioni che produce nelle forze elettromotrici di contatto dei metalli, l'alteramento della loro superficie, io non vi aveva dapprima posto mente, e persi del tempo ricercando altrove la ragione degli errori. Riconosciuta la vera causa, feci di poi varie osservazioni in proposito, di cui dirò solo che mi dimostrarono come le alterazioni anche minime abbiano grande influenza, la quale per la difficoltà di ottenere e conservare l'identità delle due superficie è difficile togliere del tutto. Tuttavia colla cura presa di poi di trattar sempre i due piatti a condizioni uguali, dopo averli diligentemente ripuliti ambedue allo stesso modo, son riuscito a ridurre entro limiti assai ristretti la differenza dei risultati per le due elettricità, la quale così rimpiccolita può anche dipendere in tutto o in parte dalla prima causa, che non posso esser certo di aver eliminata interamente.

Un'altra cosa a cui bisogna aver cura è che non si depositi della polvere fra i due piatti, la quale altererebbe la capacità del condensatore, e favorirebbe il passaggio dell'elettricità dall'uno all'altro. Per questo io ho sempre

tenuto il piatto superiore calato nel tempo che non sperimentava. Del resto rimanendo la cassa sempre chiusa, l'aria vi è tranquilla e vi è poco a temere del polverio.

10 Ecco ora l'indicazione sommaria delle operazioni relative a ciascuna esperienza coll'apparecchio descritto.

1) Si nota, guardando col cannocchiale, la posizione di riposo dell'elettrometro.

2) Si mettono i due corpi *a* diverso potenziale, cioè i poli corrispondenti alla forza elettromotrice da misurarsi, in comunicazione coi due serrafile *a* e *b*, o, ciò che è lo stesso, si mette l'uno dei poli in comunicazione col serrafile *a*, mentre l'altro polo ed il serrafile *b* si riuniscono alla terra; e poi si fa toccare un istante la sferetta *o* sul piatto superiore *A*.

3) Si solleva questo, tirando la funicella, fino ad una data altezza che è determinata dalla corsa dell'asta dentro gli anelli, mentre girando la manovella *m* vien messo in comunicazione coll'elettrometro.

4) Si va al cannocchiale a leggere la deviazione impulsiva, al che dà tempo la lentezza del movimento dell'ago.

5) Si tolgono le comunicazioni del serrafile *a* colla sorgente elettrica, e si fa comunicare col suolo; e poi toccando colla pallina *o* il piatto *A* si scarica l'elettrometro. Dopo di che riabbassando il piatto si rimettono le cose allo stato iniziale.

Tutto ciò si può fare da un solo sperimentatore e in meno di un minuto; e dopo altri due minuti l'ago è già perfettamente in riposo e pronto per una nuova esperienza; quantunque in tutte le mie esperienze io abbia creduto conveniente porre fra l'uno e l'altro un tempo alquanto maggiore.

Tutte le operazioni si fanno senza bisogno di aprire la cassa, la quale aggiustato che sia il condensatore, rimane costantemente chiusa.

Io soleva per comodità tenere la pallina *r* costantemente abbassata e con la punta immersa nel mercurio della vaschetta, con che il piatto A era in comunicazione permanente coll'elettrometro. Ciò si poteva fare senza inconvenienti, poichè i potenziali su cui io aveva a sperimentare erano troppo piccoli per produrre alcuna deviazione prima del sollevamento del piatto.

Sperimentando come precedentemente, ma senza alcuna forza elettromotrice, non accadeva mai di osservare alcun segno di deviazione; il che è una prova del buon andamento dell'apparecchio.

S'intende che in queste operazioni bisogna avere l'avvertenza di non toccare direttamente colle mani i piatti ed i fili metallici. Io mi serviva di fili rivestiti di guttaperca, ed usava per maggior precauzione di maneggiarli tenendoli in cima di bastoncini di ceralacca o ebanite, o infilati in tubi di vetro.

II — Insieme col condensatore predetto io mi son servito talvolta di un secondo condensatore più grande e di maggiore capacità, che è rappresentato dalla fig. II. È contenuto in una cassa a cristalli separata dalla precedente e più piccola, e provvista come quella di sportelli e di cassetta per calce.

Non mi occorrono molte parole a descriverlo, poichè esso è in tutto uguale al precedente, salvo la maggior grandezza di piatti ed il diverso modo con cui è retto il piatto superiore B'. Questo è attaccato coll'interposizione di un pezzo di ebanite all'estremità di una solida sbarra di ferro LL', imperniata pel suo mezzo in una staffa metallica sopra una colonna verticale T, a guisa del giogo di una bilancia. Quando la sbarra è disposta orizzontalmente, la superficie piana del piatto B' che è volta in basso e pure orizzontale, s'adagia coll'intermezzo delle tre punte di ebanite sul piatto inferiore A'. L'altro braccio L' della sbarra attraversa una parete di

legno della cassa per una fenditura verticale F' , munita di regoli metallici, fra i quali il braccio scorre a sfregamento, quando lo si abbassa o si alza per alzare od abbassare il piatto B' dal di fuori della cassa. L'altezza a cui vien sollevato nelle esperienze è determinata dalla corsa del braccio dentro la fenditura. Una specie di borsa di gomma elastica attaccata alla sbarra ed agli orli della fenditura, e che non si vede nella figura, serve a chiudere l'accesso all'aria esterna senza impedire il movimento della sbarra. Quanto al resto, tutto quello che ho detto per l'altro condensatore si applica esattamente anche a questo.

Del quale poi mi son servito sempre in unione col primo nel modo seguente. I serrafilì a e a' erano tenuti stabilmente in comunicazione fra loro con un filo isolato ed i serrafilì b e b' colla terra. Abbassata la sferetta o sul piatto A , con che i due piatti A , A' eran riuniti in un solo collettore, si faceva comunicare un istante a con la sorgente elettrica, e subito dopo si sollevava il piatto B' . La carica raccolta sui due piatti si porta così nella massima parte sul piatto A , dove, sollevando la sferetta o , rimane racchiusa, e poi si misura coll'elettrometro nel modo solito.

Con questo sistema si ha maggior sensibilità che con un condensatore la cui capacità fosse eguale alla somma delle capacità dei due: poichè così raccogliendosi l'elettricità in uno spazio più ristretto, è maggiore la carica che va all'elettrometro; e si ha di più il vantaggio di sperimentare con piatti più piccoli, il che è più comodo e meno soggetto ad errori.

Ma la ragione principale che mi ha consigliata questa disposizione si è che essa offre un mezzo comodo, sperimentando ora col solo condensatore A ed ora con ambedue, di far variare in un modo determinato e misurabile la sensibilità dell'apparecchio; per guisa che questo può applicarsi a forze elettromotrici la cui grandezza varii fra limiti più estesi, e le misure fatte coi due modi sono fra loro compa-

rabili. Ciò m'era necessario per lo scopo ch'io m'era proposto, e non ho visto altro mezzo migliore per ottenerlo. Perciocchè col sistema adottato per il condensatore, io non poteva pensare a far variare da volta a volta in una medesima serie di esperienze la distanza dei piatti, cambiando le punte di ebanite, il che importerebbe operazioni lunghe e agitazioni dannose per l'apparecchio.

Questo sistema di due condensatori in fine potrebbe anche all'uopo servire ad accrescere le cariche col metodo del condensatore a tre piatti di Peclet e del doppio condensatore di Pfaff e Svanberg; oppure anche caricando più volte di seguito il condensatore A' colla medesima sorgente da solo con la sferetta o sollevata, e trasportando volta per volta la carica all'altro condensatore coll'abbassare la sfera o ogni volta che si alza il piatto B'. Io però non mi sono mai servito nelle misure di nessuno di questi processi, nei quali le cause di errore accumulandosi rendono illusorio il vantaggio della maggiore sensibilità che con essi si ottiene.

12. Chiuderò questa descrizione indicando in millimetri le dimensioni di alcune parti dell'apparecchio.

Lunghezza del filo di sospensione della bilancia. 850, —

Lunghezza dell'ago mobile 80, —

Diametro del dischetto *d* che è all'estremità

dell'ago 12, —

Diametro della pallina fissa *p* 14, —

Distanza della scala dallo specchio 500, —

Diametro dei piatti del condensatore A. . . . 180, —

» del condensatore A' 300, —

Altezza delle punte di ebanite, circa 0, 5

L'ultimo numero è solamente approssimativo, poichè le punte furono cambiate alcune volte nel corso delle ricerche, senza badar molto alla loro altezza assoluta, pur mantenendosi vicini al mezzo millimetro, e solo avendo cura che fossero di eguale altezza le tre che servivano per uno stesso condensatore.

III

Graduazione dell'elettrometro

13. La scala è divisa in centimetri e millimetri e si estende per 35 centimetri o gradi. È posta in modo che lo zero corrisponde alla posizione dell'ago a contatto colla pallina fissa. Sperimentando però si tiene sempre l'ago distaccato, e quindi la posizione di riposo della bilancia scarica, la quale vien regolata e mantenuta col micrometro, non corrisponde allo zero ma ad una determinata divisione della scala.

Indichiamo con α l'angolo di cui l'ago in una data posizione è deviato dalla posizione di contatto colla pallina fissa, con α_0 l'angolo della posizione di riposo, con e la quantità d'elettricità comunicata al sistema. La forza ripulsiva che si esercita in quella data posizione fra l'ago e la pallina fissa è

$$e^2 \varphi(\alpha),$$

essendo $\varphi(\alpha)$ una funzione che dipende dalla legge con cui l'elettricità si distribuisce nel sistema, cioè dalla forma di questo, e nel nostro caso è ignota e mal atta a determinarsi col calcolo.

Si possono però determinare i rapporti delle cariche e indipendentemente dalla funzione φ , riportando l'ago per mezzo del micrometro sempre ad una medesima posizione determinata, e misurando la torsione θ che in quella posizione fa equilibrio alla forza elettrica di ripulsione. Si ha allora

$$\frac{e}{e'} = \sqrt{\frac{\theta}{\theta'}}.$$

Ove senza toccare il micrometro si lasci l'ago a se stesso, dopo qualche oscillazione esso si dispone in equilibrio in una posizione α (deviazione fissa) tale che

$$e^2 \varphi(\alpha) = k(\alpha - \alpha_0),$$

essendo k la costante di torsione. Così il rapporto $\frac{e}{e'}$ di due cariche è dato dall'espressione

$$\sqrt{\frac{\varphi(\alpha')}{\varphi(\alpha)}} \cdot \sqrt{\frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha' - \alpha_0}}$$

la quale contiene il fattore incognito $\sqrt{\frac{\varphi(\alpha')}{\varphi(\alpha)}}$. Onde per far delle misure con questo modo, bisogna aver prima graduato l'elettrometro determinando coll'esperienza e consegnando in una tavola i valori di $\sqrt{\frac{\varphi(\alpha')}{\varphi(\alpha)}}$ relativi ai varii angoli α . Così ha fatto p. es. Kohlrausch con l'elettrometro di Dellmann per le esperienze già citate.

Si può infine lasciando l'ago a se stesso tener conto della sua prima deviazione impulsiva, ossia dell'angolo α cui l'ago arriva nel suo primo movimento di andata, ferdovisi per retrocedere. L'equazione del movimento dell'ago, indicando con m il suo momento d'inerzia, e ponendo per brevità: $f = e^2 \varphi(\alpha) - k(\alpha - \alpha_0)$, sarebbe, non tenendo conto della resistenza dell'aria,

$$m \frac{d^2 \alpha}{dt^2} - f = 0,$$

il cui integrale primo è

$$\frac{m}{2} \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 - \int_{\alpha_0}^{\alpha} f d\alpha = 0.$$

La deviazione impulsiva α essendo quell'angolo per cui la velocità dell'ago diviene nulla, è data dalla equazione precedente facendovi $\frac{d\alpha}{dt} = 0$, ossia dall'equazione

$$\int_{\alpha_0}^{\alpha} f d\alpha = F(\alpha, e) = 0;$$

dalla quale risolta rispetto ad e si avrebbe

$$e = \psi(\alpha).$$

Ma la funzione ψ è di per sè sconosciuta come la φ da cui dipende; di modo che, se si vuole poter misurare le cariche per mezzo delle deviazioni impulsive, occorre determinarla prima direttamente con l'esperienza, cioè fare la graduazione dell'istrumento.

È questo che io ho fatto per il mio apparecchio: solo che invece della funzione ψ dell'ultima equazione, ho presa la funzione ψ' corrispondente all'equazione

$$e = \psi'(\alpha),$$

dove α rappresenta il numero di divisioni contate sulla scala partendo dalla posizione di riposo dell'ago.

14 Prima di tutto però io dovevo accertarmi che col mio apparecchio e con questo modo delle deviazioni impulsive era soddisfatta la condizione, essenziale per ogni metodo di misura, della costanza dei numeri ottenuti nelle stesse circostanze.

Le molte esperienze fatte apposta per questo, e più ancora l'uso giornaliero e continuato dell'apparecchio, mi han provato che quella condizione era soddisfatta nel modo migliore. Riporto qui per saggio alcuni numeri, tolti a

caso dal giornale delle esperienze, relativi alla determinazione della forza elettromotrice di alcune pile.

Le esperienze a cui si riferiscono questi numeri furono fatte nel modo che ho descritto di sopra mettendo un polo della pila in comunicazione col piatto collettore, e l'altro polo ed il secondo piatto in comunicazione colla terra. La prima e la seconda serie furono fatte col condensatore piccolo A, la terza con i due condensatori riuniti.

Il primo numero di ciascuna osservazione indica la posizione di riposo della bilancia scarica, il secondo indica la deviazione impulsiva. La lettura dà direttamente i decimi di grado o millimetri della scala, ma al bisogno si possono valutare ad occhio i mezzi decimi ed anche frazioni più piccole.

Ogni esperienza è fatta due volte di seguito invertendo le comunicazioni, per modo da avere nell'elettrometro prima l'una e poi l'altra delle due elettricità; e i numeri così ottenuti sono riferiti l'uno a lato dell'altro in due colonne. Come dissi già, le due serie di numeri non sono uguali; le differenze però son piccole, e si può eliminare, almeno in gran parte l'errore, prendendo la media delle due deviazioni, quale è notata nella terza colonna.

		El. +	El. —	Media delle deviazioni
1 Bunsen Cond. A	1. ^a esp.	1. » — 12. 8	1. » — 12. 5	11. 65
	2. ^a	1. » — 12. 7	1. » — 12. 5	11. 60
	3. ^a	1. » — 12. 8	1. » — 12. 5	11. 65
2 Bunsen Cond. A	1. ^a	1. » — 33. 3	1. » — 32. 9	32. 10
	2. ^a	1. » — 33. 5	1. » — 33. »	32. 25
1 Daniell Cond. A + A'	1. ^a	1. » — 32. 2	1. » — 31. 7	30. 95
	2. ^a	1. » — 32. 2	1. » — 31. 6	30. 90
	3. ^a	1. » — 32. 1	1. » — 31. 6	30. 85

In grazia delle cure già indicate, prese per la secchezza dell'aria e per la buona condizione delle parti coibenti dell'apparecchio, l'isolamento è eccellente e la dispersione piccolissima. Io ho verificato ciò direttamente più volte osservando per lungo tempo l'elettrometro dopo che aveva ricevuto la carica del piatto A sollevato al modo solito e mantenuto in alto. Dopo un certo numero di oscillazioni l'ago prendeva una deviazione fissa che rimaneva pressochè invariabile per gran tempo non decrescendo che lentissimamente.

Nel mio modo di sperimentare poi l'effetto della dispersione è trascurabile affatto, come risulta da questo che prolungando, come feci apposta varie volte, la durata di un'esperienza anche di tre o quattro minuti, non si aveva variazione sensibile dei risultati.

15 In tutte le esperienze del precedente prospetto la posizione di riposo dell'ago era a 1 grado, cioè alla decima divisione della scala. Tal posizione si regola col micrometro. Come ho già accennato, essa è per sè soggetta a lente variazioni per lo più regolari e periodiche. Queste sono più sensibili in certi mesi dell'anno e in certe ore del giorno. Nei bei giorni d'estate, in cui per la massima parte furono fatte le mie esperienze, si presentano solo nelle prime ore del mattino e nella sera, e sono quasi insensibili dalle ore 10 antim. alle 3 pom.

La predetta posizione a 1 grado è quella che io ho prescelta e tenuta prossimamente costante nel corso di questo studio. A rigore si sarebbe dovuto graduare l'apparecchio per una posizione determinata, e mantenere poi questa esattamente costante in tutte le esperienze, oppure avere una graduazione distinta per ogni diversa posizione. Siccome però l'una e l'altra cosa sarebbe riuscita incomoda, io ho preso a ricercare se si poteva nella graduazione e nelle successive esperienze lasciar variare un poco la posizione di riposo, sempre però dentro limiti ristretti (da 0,7 ad 1,3),

studiando preventivamente l'influenza di tali piccole variazioni. Ho trovato così che dentro quei limiti le deviazioni contate dalla posizione di riposo sono sensibilmente indipendenti da questa, cosicchè le sue variazioni non noccono alle misure. Così non si è obbligati che di rado a toccare il micrometro, con risparmio di tempo e fatica.

Ecco alcuni numeri in proposito

		El. +	El. —	Media delle deviazioni
Forza elettrom.	1. ^a	0.6 — 12.3	0.6 — 12. »	11.55
di 1 Bunsen.	2. ^a	1. » — 12.8	1. » — 12.4	11.60
Cond. A	3. ^a	1.3 — 13. »	1.3 — 12.5	11.45
	4. ^a	1.5 — 13.1	1.5 — 12.8	11.45
	5. ^a	2. » — 13.6	2. » — 13.2	11.40
	6. ^a	3.1 — 14.4	3.1 — 14. »	11.10
	7. ^a	4.7 — 15.7	4.7 — 15.2	10.75

Si vede che ad eccezione delle due ultime esperienze, in cui la posizione di riposo è troppo lontana dalle altre, le deviazioni sono prossimamente costanti.

16. Ciò premesso, vengo ora alla graduazione dell'elettrometro. Il principio del metodo che ho tenuto per farla si fonda sulla legge nota della distribuzione del potenziale elettrostatico nel circuito di una corrente permanente; ed è in breve il seguente.

Siano p e q due punti di un filo omogeneo e di sezione uniforme appartenente al circuito chiuso di una pila costante; e suppongasi p fisso e in comunicazione colla terra, e q preso a distanza variabile l da p e comunicante col piatto A del condensatore, di cui l'altro piatto è riunito alla terra. Il valore del potenziale in q

ed A sarà proporzionale alla lunghezza l , cui perciò per una determinata capacità del condensatore sarà pur proporzionale la carica raccolta sul piatto A , la quale, tolte le comunicazioni di q con A e sollevando A , farà deviare l'elettrometro. Per diverse lunghezze l prese sul filo si otterranno diverse deviazioni; e costruendo una tavola contenente in una colonna i numeri x letti sulla scala per le deviazioni impulsive nelle singole esperienze, ed a fianco in un'altra colonna le corrispondenti lunghezze l misurate, che sono proporzionali ai potenziali ed alle cariche cui son dovute le deviazioni x , si avrà fatta la graduazione. Questo metodo è comodo e capace di molta esattezza. Supponendo costante la pila e la capacità del condensatore, esso riduce la graduazione a misure di lunghezza, dove la precisione è relativamente facile.

In tutte le varie serie di esperienze che io feci a questo proposito mi son servito di un filo di rame di 2 mm. di diametro, lungo 40 m. disteso in 4 giri distaccati sopra una specie di gran telaio rettangolare formato con quattro regoli di ebanite impiantati nella parete della stanza. Io ho scelto questo filo, che chiamerò d'ora innanzi filo di derivazione, così grosso, per avere maggiori lunghezze corrispondenti a dati potenziali, e render quindi minore l'influenza degli errori che potessero avvenire nella misura di quelle; e anche perchè così si ha miglior garanzia della sua omogeneità. Le due estremità terminavano in due vaschette isolate di mercurio, a cui facevano capo i fili provenienti dai poli della pila. Due pinzette a bocca molto stretta e munita di scanalatura trasversale per afferrar bene il filo senza schiacciarlo, servivano mediante due fili isolati a cui erano unite a far comunicare i due punti del filo rispettivamente colla terra e col condensatore, con tal disposizione che permetteva di scambiare comodamente le comunicazioni, con che si cambiava il segno del potenziale e della carica del condensatore.

Io mi son servito per queste esperienze sia del solo condensatore A, sia di ambedue i condensatori riuniti nel modo che ho già detto. Il piatto B nel primo caso, o i piatti B e B' nel secondo, erano collegati permanentemente colla terra.

Le comunicazioni colla terra in queste e in tutte le altre esperienze successive si stabilivano mediante un grosso filo di rame (filo di terra) disteso lungo la parete della stanza e saldato pei capi ai tubi di adduzione del gas, e munito di morsette metalliche scorrevoli per fissarvi i fili provenienti dalle varie parti dell'apparecchio.

La pila era costituita di uno o più elementi alla Bunsen. Si provvedeva alla costanza dell'intensità della corrente nel modo seguente. Due punti fissi presi sul filo di derivazione si univano alle estremità del filo di una bussola a specchio di Weber, che veniva così percorsa da una corrente derivata d'intensità proporzionale a quella della corrente principale, e serviva ad indicare le variazioni di questa. Un filo di rame di lunghezza variabile faceva parte del circuito della pila; e ad ogni diminuzione osservata nell'intensità della corrente se ne toglieva tanto che bastasse a riportarla al grado di prima. La pila si teneva chiusa solo il tempo necessario per le esperienze.

Ecco la serie delle operazioni relative a ciascuna determinazione.

1) Sul filo di derivazione, nel quale erano state preventivamente segnate con sottili tratti d'inchiostro le divisioni di metro in metro, tenendo una delle due pinzette suindicate sempre fissa nel punto p corrispondente alla 1^a divisione, si aggiustava l'altra pinzetta in un punto q corrispondente ad un'altra divisione distante dalla prima di quel numero l di metri che si voleva.

2) Si chiudeva la pila, e si osservava nella bussola l'intensità della corrente, riportandola al bisogno nel modo che ho detto al valore costante che doveva avere.

3) Riunito p colla terra ed osservata la posizione di riposo dell'ago, si faceva comunicare un istante il punto q col piatto A, o coi piatti A ed A' riuniti, aprendo subito dopo la pila; e poi operando al modo che sappiamo, si osservava l'effetto della carica nell'elettrometro.

4) Rimesso tutto al posto, e scaricato e tornato in riposo l'elettrometro, si richiudeva la pila, e si ripeteva l'ultima osservazione a comunicazioni invertite, cioè facendo comunicare q colla terra e p col condensatore.

La media x delle due deviazioni, la cui differenza proviene dal diverso segno delle cariche, come si è discorso più in alto, si scrive accanto al numero l che esprime la lunghezza del filo di derivazione compresa fra i punti p e q .

Lo stesso processo si ripete per ogni altra distanza. Tutte queste operazioni io poteva farle comodamente da me solo, e in poco tempo. Dopo ciascuna deviazione dell'elettrometro, io soleva far riposare l'apparecchio almeno per 5 minuti, tenendo per tutto questo tempo l'elettrometro ed i piatti in comunicazione col suolo.

17 Ecco i risultati numerici relativi ad una serie di tali determinazioni. Questa serie è fatta col solo condensatore A, e con tre elementi Bunsen.

PROSPETTO 1.

Graduazione dell'apparecchio. — un solo condens. A

N.º d'ordine	I intervallo <i>l</i>	II El. +	III El. —	IV Media delle deviazioni <i>x</i>
1	4 ^m	0.90 — 1.25	0.90 — 1.25	0.35
2	5	1.00 — 1.58	0.90 — 1.55	0.56
3	6	1.05 — 1.95	1.50 — 1.90	0.87
4	7	1.10 — 2.35	1.10 — 2.30	1.22
5	8	1.00 — 2.75	1.00 — 2.65	1.70
6	9	1.00 — 3.30	1.00 — 3.20	2.25
7	10	1.00 — 3.90	1.00 — 3.75	2.82
8	11	1.00 — 4.60	1.00 — 4.40	3.50
9	12	1.00 — 5.25	1.00 — 5.10	4.17
10	13	1.00 — 6.00	1.00 — 5.70	4.85
11	14	1.00 — 6.75	1.00 — 6.50	5.62
12	15	1.00 — 7.60	1.00 — 7.25	6.42
13	16	1.00 — 8.40	1.00 — 8.10	7.25
14	17	1.00 — 9.30	1.00 — 9.00	8.15
15	18	1.00 — 10.40	1.10 — 10.00	9.10
16	19	1.20 — 11.40	1.10 — 11.00	10.05
17	20	1.10 — 12.30	1.00 — 11.90	11.05
18	21	1.00 — 13.15	1.00 — 12.85	12.00
19	22	1.00 — 14.20	1.00 — 13.80	13.00
20	23	1.10 — 15.20	1.10 — 14.90	13.95
21	24	1.00 — 16.20	1.00 — 15.85	15.02
22	25	0.90 — 17.10	0.80 — 16.80	16.00
23	30	0.80 — 22.00	0.80 — 21.70	21.05
24	35	0.85 — 26.95	0.90 — 26.65	25.92
Coppia Daniell		0.90 — 4.50	0.90 — 4.25	3.47

In questi numeri non si può garantire l'esattezza della seconda cifra decimale, che risulta da una valutazione approssimativa ad occhio.

Coi dati del prospetto è stata costrutta la curva I (T.II.) che rappresenta graficamente la graduazione dell'elettrometro. I risultati delle singole esperienze sono rappresentati con punti. Le ascisse x sono i numeri dell'ultima colonna, cioè le deviazioni, le ordinate y sono i numeri l della colonna I proporzionali alle cariche.

Si vede che le ordinate crescono dapprima rapidissimamente, e mentre x va da 0 a 0.35, y va da 0 a 4.00. In questo intervallo per la piccolezza delle deviazioni le esperienze non potevano farsi con sicurezza. Col crescere di x la curva si accosta a poco a poco alla forma di una linea retta, e al di là di $x=10$ non ne differisce più sensibilmente. Questa retta è egualmente inclinata rispetto ai due assi e taglia l'asse delle y nel punto $y=9,00$, cioè ha per equazione

$$y=x+9$$

I punti corrispondenti alle esperienze 23 e 24 non sono contenuti nella figura, ma appartengono anch'essi sensibilmente alla retta medesima, la quale prolungata oltre i limiti della figura, rappresenta tutto il resto della graduazione.

L'ultima esperienza è fatta con una coppia Daniell aperta, ed ha per oggetto di stabilire un termine noto di confronto pei potenziali a cui sono proporzionali le cariche rappresentate dalle ordinate della curva. Alla deviazione 3.47 in essa ottenuta appartiene l'ordinata 11, cioè sicchè l'unità di lunghezza sulla figura, che per le ascisse è il grado della scala, corrisponde per le ordinate al potenziale $\frac{1}{11} D$, indicando con D la forza elettromotrice di un elemento Daniell. Tal numero, che dipende essenzialmente dalla capacità del condensatore A , è rimasto prossimamente lo stesso in tutto il corso di questo studio; e del

resto fatta che sia una volta la graduazione, si può come si vede determinarlo di nuovo direttamente ogni volta che si vuole. Questa determinazione sarebbe però necessaria solo nel caso che si avesse a fare il confronto numerico di esperienze fatte in epoche diverse, in cui vi fosse da temere che la capacità del condensatore avesse subito qualche cambiamento; il che non è mai occorso nel seguito di questo studio. Onde io mi son servito sempre del valor precedente nelle riduzioni che ho fatto, le quali hanno avuto per oggetto solamente di dare un'idea approssimata della grandezza effettiva delle forze elettromotrici che son venute misurando.

18 Il seguente prospetto contiene i risultati di un'altra serie di esperienze fatte, ad eccezione dell'ultima, coi due condensatori riuniti. Si aveva una sola coppia Bunsen.

PROSPETTO II

Graduazione dell'apparecchio: — due condens. riuniti.

	N.º d'ordine	I intervallo <i>l</i>	II El. +	III El. —	IV Media <i>x</i>
Cond. A+A'	1	3 ^m	1. 10 — 1. 60	1. 10 — 1. 55	0. 47
»	2	5	1. 20 — 2. 90	1. 20 — 2. 70	1. 60
»	3	7	1. 10 — 4. 60	1. 10 — 4. 40	3. 40
»	4	10	1. 10 — 8. 20	1. 10 — 7. 80	6. 90
»	5	13	1. 00 — 12. 50	1. 00 — 12. 20	11. 35
»	6	17	1. 20 — 18. 80	1. 20 — 18. 40	17. 40
»	7	20	1. 00 — 23. 05	1. 05 — 22. 75	21. 87
»	8	22	1. 00 — 26. 30	1. 00 — 25. 90	25. 10
»	9	25	1. 00 — 31. 00	1. 10 — 30. 60	29. 80
Cond. A	1	26	1. 00 — 4. 50	1. 00 — 4. 30	3. 40

Per poter confrontare i numeri di questa serie con quelli della precedente, si osservi che le deviazioni x dipendono propriamente dalle cariche raccolte in fine di ogni esperienza sul piatto A che è collegato coll'elettrometro. I numeri l della colonna I che rappresentano le lunghezze prese sul filo di derivazione, sono in tutte e due le serie proporzionali a quelle cariche, ma con rapporto diverso dall'una all'altra. Perciocchè in primo luogo per la mutata intensità della corrente è variata in un certo rapporto P la ragione degl'intervalli presi sul filo di derivazione ai potenziali che loro corrispondono. Questo numero P può calcolarsi coi dati dell'ultima esperienza cercando il rapporto $\frac{1}{P}$ dell'intervallo con cui questa è fatta a quello cui nella prima serie corrisponde un egual deviazione, e si trova $P = \frac{10,95}{26} = 0,42$.

In secondo luogo la ragione delle cariche ai potenziali che le producono è naturalmente diversa sperimentando con un solo condensatore e con due. Indicando con R il rapporto fra le cariche che si hanno nell'uno e nell'altro caso per un medesimo potenziale, o, ciò che è lo stesso, il rapporto inverso dei potenziali che producono la medesima carica, il numero R che chiamerò coefficiente di riduzione, servirà a ridurre le esperienze fatte coi due modi ad una stessa misura. Questo coefficiente, finchè non si mutino le condizioni dell'apparecchio, deve rimaner costante; ed è dato qui senz'altro dal rapporto $\frac{26}{7} = 3,714$ degl'intervalli della 3.^a esperienza e dell'ultima, nelle quali coi due modi di sperimentare si è avuta una stessa deviazione.

Il prodotto $P R$ esprime il rapporto costante che deve esistere fra gl'intervalli che nell'una e nell'altra serie corrispondono alla medesima deviazione. Di modo

che per confrontare le due serie di esperienze si hanno da calcolare per le singole deviazioni i valori di questo rapporto, e vedere se sono effettivamente costanti ed uguali a P R.

I risultati del confronto sono esposti nel quadro seguente. Nella colonna I si trovano le deviazioni α del prospetto II, nella II gl'intervalli a cui sono dovute, nella III gl'intervalli che corrispondono alle stesse deviazioni nella prima serie, i quali si rilevano dalla curva I, nella IV i rapporti dei numeri della III a quelli della II. Per maggiore evidenza si sono scritti in una quinta colonna le differenze dei numeri della II moltiplicati per il valor medio c di quei rapporti, ai numeri della III con cui dovrebbero coincidere.

N.º d'ordine	I α	II l	III y	IV y/l	V $cl-y$
1	0. 47	3. ^m	4. 65	1. 550	0. 01
2	1. 60	5	7. 80	1. 560	— 0. 03
3	3. 40	7	10. 90	1. 557	— 0. 02
4	6. 90	10	15. 58	1. 558	— 0. 04
5	11. 35	13	20. 35	1. 565	— 0. 15
6	17. 40	17	26. 40	1. 553	0. 02
7	21. 87	20	30. 87	1. 544	0. 21
8	25. 10	22	34. 10	1. 550	0. 09
9	29. 80	25	38. 80	1. 552	0. 05
				13. 989	

$$c = \frac{13.989}{9} = 1,554 ; \text{ PR } = 0.42 \times 3.71 = 1,558$$

Le indicazioni del quadro dimostrano sufficientemente la concordanza delle due serie d'esperienze, la

la quale è prova a un tempo dell'esattezza della graduazione, e dell'eguaglianza dei risultati che si hanno sperimentando con uno o con due condensatori. La medesima graduazione e curva vale adunque egualmente nei due casi. Solamente i valori effettivi dei potenziali che nell'uno e nell'altro caso corrispondono ad una medesima deviazione, che è quanto dire ad una medesima carica, differiscono per un fattore costante, che è il coefficiente R di riduzione, il quale serve a ridurre ad una stessa misura le esperienze fatte coi due modi.

Questo coefficiente il cui valore è qui 3,71, variò di poi per aver cambiato le punte di ebanite nel condensatore A' , e divenne uguale a 4., valore che ha poi conservato prossimamente in tutto il corso di questo lavoro. Del resto io l'ho determinato di nuovo direttamente, quante volte ho dovuto fare il confronto numerico dei risultati ottenuti coi due modi. Fuori di questo caso ho ritenuto il valore 4, il quale mi ha servito per la riduzione approssimata delle misure in unità della forza elettromotrice D di una coppia Daniell, come è detto nel numero precedente. La forza elettromotrice corrispondente all'unità di carica (unità di misura delle y sulla curva I), che col condensatore A è uguale prossimamente a $\frac{D}{11} = 0,0909 D$, con due condensatori è $\frac{D}{11 \cdot R}$, ossia così $\frac{D}{44} = 0,0227 D$. Ponendo $D=100$, si passerà dalle ordinate y alle forze elettromotrici espresse in centesimi di D moltiplicando le y per il numero $\frac{100}{11}=9,09$ nelle esperienze fatte col condensatore A , e per il numero $\frac{100}{44} = 2,27$ in quelle fatte con ambedue i condensatori.

L'estensione delle misure, vale a dire il rapporto dei potenziali che con uno stesso modo di sperimentare corrispondono alla deviazione massima ($x=35,0$) e minima

($x=0,5$), che comporta l'uso dell'elettrometro, è prossimamente uguale a 9, come si vede dalla graduazione, ed usando i due modi insieme essa viene accresciuta nella proporzione di 1 a 4. La deviazione massima è qui determinata dalla lunghezza della scala, e la minima è fissata a mezzo grado, perchè con deviazioni più piccole le misure divengono troppo incerte.

Il potenziale che produce con due condensatori la deviazione di mezzo grado, alla quale appartiene sulla curva l'ordinata 4,8, è in centesimi di $D \times 4,8 \times 2,27 = 10,9$. Di modo che l'apparecchio può misurare potenziali la cui piccolezza arriva fin presso a $\frac{1}{10} D$, e il campo delle misure si estende prossimamente da $\frac{1}{10} D$ a 3,6 D.

19. Come si vede l'apparecchio è già così discretamente sensibile, ma si può, senza mutar nulla in esso, estendere le misure fino a potenziali più piccoli col metodo che ora esporrò.

Questo si fonda sulla considerazione della proprietà speciale già notata della funzione o curva che rappresenta la graduazione dell'elettrometro, che cioè le ordinate crescono da principio molto più rapidamente che in seguito.

Il coefficiente differenziale $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, che per $x=10$ ha un valore costante ed uguale ad 1, cresce col diminuire di x , e tanto più rapidamente quanto più x è piccolo. Questa proprietà fa sì che una carica dovuta ad un piccolo potenziale, la quale di per sè non dà che una deviazione insensibile o piccolissima, può aggiunta o tolta ad un'altra carica più grande produrre una differenza apprezzabile di deviazione, la quale serva a valutarla.

Sia p. es. la carica rappresentata dall'ordinata 1, cui risponderebbe direttamente una deviazione affatto insensibile; e si abbia sul piatto A una carica comunque

ottenuta, rappresentata dall'ordinata 20, la quale produrrebbe da sè una deviazione di 11 gradi: alla somma 21 delle due cariche corrisponde una deviazione di 12 gradi, con una differenza di 1 grado rispetto alla precedente.

Dirò ora in qual modo ho potuto valermi praticamente di questa proprietà. Io metteva il piatto inferiore B del condensatore più piccolo in comunicazione col polo di una pila di due elementi di Daniell, di cui l'altro polo comunicava colla terra. Facendo dopo ciò con uno o con due condensatori le solite operazioni delle precedenti esperienze, se non vi è alcuna forza elettromotrice nel sistema dei conduttori che collegano i piatti collettori colla terra, si ottiene in fine sul piatto A una carica costante, che è dovuta all'influenza dell'elettricità raccolta sul piatto inferiore B, e che sollevando al solito il piatto A dà una determinata deviazione X. Se poi vi è una forza elettromotrice, la carica che essa produrrebbe, ove il piatto B fosse come d'ordinario in comunicazione colla terra, si aggiunge in più o in meno secondo il segno all'anzidetta carica d'induzione, e si ha così una deviazione maggiore o minore della precedente $x_1 > X$, o $x_2 < X$. Indicando con y_1, y_2, Y rispettivamente le ordinate corrispondenti prese sulla curva, le quantità

$$y_1 - Y, Y - y_2, \frac{y_1 - y_2}{2}$$

che debbono essere uguali fra loro, e che indicherò con Δy , rappresentano la carica che è dovuta a quella data forza elettromotrice e che ne dà la misura. Per deviazioni x maggiori di 10 gradi le y corrispondenti si hanno dalla relazione $y = x + 19$, onde le Δy sono in questo caso uguali alle differenze $\Delta x \left(x_1 - X, X - x_2, \frac{x_1 - x_2}{2} \right)$ date dall'osservazione; ma in ogni caso si deducono da queste per mezzo della curva.

I risultati dell'esperienza hanno pienamente corrisposto a queste previsioni. Mi limito ad indicare una delle varie serie di misure fatte a questo proposito.

Si aveva il solito filo di derivazione percorso dalla corrente di una coppia Bunsen e si operava coi due condensatori riuniti. Una prima esperienza fu fatta col modo ordinario, cioè tenendo il piatto B in comunicazione colla terra, allo scopo di determinare così direttamente la ragione con cui variava il potenziale nel filo di derivazione misurando il rapporto $\frac{y}{l}=k$ dell'ordinata corrispondente sulla curva alla deviazione ottenuta, con l'intervallo l di filo col quale si ebbe quella deviazione.

Si ebbero così i seguenti numeri. Scriverò per brevità qui e in seguito semplicemente le deviazioni effettive, cioè le differenze dei numeri letti in ciascuna osservazione con quelli che indicano la rispettiva posizione di riposo.

	I intervallo l	II El. +	III El. —	IV Media x	V Ordinata corrisp. y
1	25	28. 90	28. 30	28. 60	37. 60
2	»	28. 80	28. 30	28. 53	37. 55

valore medio di y 37,57; $k = \frac{37,57}{25} = 1,503$

Si pose quindi il piatto B in comunicazione col polo negativo della anzidetta pila di due coppie Daniell, e così si procedette alle solite operazioni. Il seguente prospetto contiene l'indicazione ed il confronto numerico dei risultati. La deviazione X osservata quando il potenziale sui piatti collettori era uguale allo zero, il che si otteneva

tenendo aperto il circuito di cui faceva parte il filo di derivazione, si trovò sempre costante ed uguale a 13 gradi.

PROSPETTO III

Graduaz. dell'app. — due cond. riuniti, misura differenziale

$$X=13.00 ; Y=22.00 ; k=1.50$$

N.º d'ordine	I Interv. l	II x_1	III x_2	IV y_1	V y_2	VI $y_1 - Y$	VII $Y - y_2$	VIII $\frac{y_1 - y_2}{2}$	IX $k l$
1	$\frac{1}{3}^m$	13.50	12.50	22.50	21.50	0.50	0.50	0.50	0.50
2	$\frac{2}{3}$	14.05	12.10	23.05	21.10	1.05	0.90	0.97	1.00
3	1	14.45	11.50	23.45	20.50	1.45	1.50	1.47	1.50
4	2	16.00	10.05	25.00	19.05	3.00	2.95	2.97	3.00
5	3	17.55	8.60	26.55	17.50	4.55	4.50	4.52	4.50

I numeri delle colonne VI, VII, VIII, che sono prossimamente uguali fra loro, crescono proporzionalmente agl' intervalli l corrispondenti, e il rapporto non differisce dal numero k precedentemente determinato, come apparisce dal confronto coi numeri dell'ultima colonna. Ciò dimostra l'applicabilità di questo metodo, col quale si hanno misure esatte al pari di quelle ottenute col modo ordinario e con quelle direttamente comparabili.

Indicherò d'ora innanzi per brevità questo metodo di misura col nome di *differenziale* per distinguerlo dall'altro modo ordinario o *diretto*.

L'aumento di sensibilità che per esso si ottiene è considerevole. Le variazioni Δx sulla curva I essendo per $x > 10$ uguali alle corrispondenti Δy , ove si fissi anche qui per limite inferiore di Δx il mezzo grado, si arriva nelle misure fino alle cariche corrispondenti a

$$\Delta y = \frac{1}{2}, \text{ che sono quasi 10 volte più piccole della carica}$$

($y=4,8$) che corrisponde alla deviazione di mezzo grado col modo ordinario. Di guisa che con due condensatori si va cost fin quasi al centesimo della forza elettromotrice di una coppia Daniell.

Vi ha di più che per la lentezza del movimento dell'ago dell'elettrometro, il quale impiega circa 15 secondi o fare una deviazione, si apprezzano più facilmente le piccole differenze di due deviazioni un po' grandi, che non le piccole deviazioni, nelle quali l'ago par quasi immobile; cosicchè si possono apprezzare anche le Δx inferiori al mezzo grado senza grande incertezza. La sensibilità viene inoltre raddoppiata sperimentando, quando si può, due volte di seguito col medesimo potenziale cambiato di segno, ed osservando la differenza $x_1 - x_2$ delle due deviazioni, la quale è doppia della differenza Δx che corrisponde a quel potenziale.

Il metodo differenziale ha anche il vantaggio di far conoscere il segno dei potenziali che si misurano, che nel modo ordinario non è indicato direttamente dal mio apparecchio, ed ha poi il pregio più importante di essere esente dall'influenza di alcune cause di errore che potessero esservi nel condensatore, bastando per esso che la capacità ne sia invariabile, e che funzioni allo stesso modo nelle due esperienze che occorrono per ogni misura. Infatti le cause permanenti, come l'elettrizzazione permanente dei coibenti, la diversità delle superficie metalliche opposte, l'esistenza di qualche forza elettromotrice estranea, influendo egualmente sulle due deviazioni, non hanno effetto sulla loro differenza.

Ciò fa sì che col metodo differenziale si possano avere buone misure anche adoperando condensatori che altrimenti darebbero risultati inesatti. Così p. es. io sono riuscito ad ottenere numeri discretamente esatti con un condensatore a piatti d'ottone verniciati messo al posto del condensatore A', del quale aveva anche le dimensioni.

Per la grande capacità di un tal condensatore la sensibilità dell'apparecchio era allora estrema, ed il coefficiente R di riduzione era prossimamente uguale a 18. In tal modo io son giunto a misurare le differenze di potenziali in due punti del mio filo di derivazione che chiudeva una coppia Bunsen, fino alla distanza di 5 cm. Però nelle applicazioni a cui si riferisce il presente lavoro non mi sono servito d'altri condensatori che di quelli che ho prima descritti.

20. Quello che ho detto a proposito del metodo differenziale rende ragione di un fatto che ho già riferito in principio, e che allora poteva sembrare non ben chiaro, voglio dire di questo che mentre col mio apparecchio sperimentando senza forza elettromotrice non si ha mai alcun segno di deviazione, pure accade di osservare differenze apprezzabili nelle deviazioni che si hanno per una medesima forza elettromotrice secondo il segno con cui è presa.

La spiegazione si ha subito in ciò che una piccola carica, dovuta ad una causa risiedente nell'apparecchio, sebbene incapace di dare per sè alcuna deviazione sensibile, può, come si è visto, aggiunta in più o in meno ad altra carica, produrre un effetto notevole.

Si vede altresì come si possa valutare quella carica che chiamerò *carica interna*, e correggere l'errore che porta nelle misure, anche senza essere obbligati di ripetere ciascuna misura due volte, come io ho fatto nelle esperienze precedenti e in molte di quelle che seguono. Essa deve infatti rimanere costante finchè non si mutano le condizioni dei condensatori, come risulta effettivamente dai numeri già dati; e deve essere uguale alla metà della differenza delle cariche date da una medesima forza elettromotrice presa con un segno e coll'altro. Indicando con x_1, x_2 le deviazioni così ottenute, con y_1, y_2 le ordinate corrispondenti della curva I, la carica interna sarà rappresentata da $\delta = \frac{y_1 - y_2}{2}$; e per correggere l'errore che ne

deriva nelle misure, basterà che alle y corrispondenti alle deviazioni osservate si aggiunga o tolga secondo il segno la quantità δ . La determinazione di questa va fatta di nuovo per ogni serie di esperienze in cui se ne voglia far uso, ed è utile ripeterla più volte nel corso di una stessa serie per accertarsi della costanza. Nelle esperienze precedenti δ è prossimamente uguale a 0,15 con un solo condensatore e a 0,20 con ambedue; e questi valori non son variati che di poco nel corso del mio lavoro.

21. Per non ingombrare troppo di numeri queste pagine, io non ho riferite che poche delle numerose esperienze che ho fatte studiando e graduando l'apparecchio. Credo tuttavia che le indicazioni di questo capitolo bastino a darne un'idea sufficiente al lettore. Le riassumerò ora in poche parole.

La curva I rappresenta la relazione fra le cariche raccolte in fine di ogni esperienza sul piatto A (ordinate y) e le deviazioni che producono nell'elettrometro (ascisse x).

Per valori di y minori di 4,8 le x sono così piccole (minori di mezzo grado) che non possono esser date con sicurezza dall'osservazione. Di poi le x crescono più rapidamente con le y , e gli aumenti delle une e delle altre s'accostano a poco a poco alla proporzionalità (e con le unità di misura con cui è costrutta la curva all'eguaglianza), e la raggiungono sensibilmente verso il punto ($x=10$, $y=19$), oltre il quale la curva è una linea retta.

Per misurare cariche minori di 4,8 si usa il metodo differenziale, che consiste nell'osservare l'aumento e la diminuzione Δx che quelle cariche, aggiunte in più o in meno ad una carica fissa, producono nella deviazione X che a questa corrisponde. Le differenze $\pm \Delta y$ fra le ordinate appartenenti alle ascisse $X \pm \Delta x$ ed X (differenze che per ascisse maggiori di 10 sono uguali alle Δx),

rappresentano quelle date cariche. Così si arriva colle misure fino alle cariche uguali ad $\frac{1}{2}$ ed anche più piccole.

L'unità di carica, ossia l'unità di misura per le ordinate y , corrisponde prossimamente con un condensatore ad $\frac{1}{11}$ della forza elettromotrice di un elemento Daniell, e coi due condensatori ad $\frac{1}{44}$.

IV

Verificazione delle leggi dell'induzione per moto relativo di una spirale rispetto ad un circuito voltaico o ad una calamita.

22 La prima applicazione ch'io ho fatto dell'apparecchio e del modo di misura precedentemente descritti (senza contare le determinazioni della forza elettromotrice di alcune coppie elettriche ⁽¹⁾), le quali furono fatte così per prova e senza quelle cure nella preparazione delle coppie che sono indispensabili perchè tali misure abbiano qualche valore, e non meritano perciò di essere riferite); è stata la verificazione di alcune fra le note leggi dell'induzione per moto relativo di un circuito in presenza di una calamita o di un altro circuito percorso da corrente.

⁽¹⁾ Per es. dai numeri che ho riferiti risulta già la misura della forza elettromotrice B di una coppia Bunsen in confronto di quella di una Daniell ($D=100$). Si è visto infatti come con una coppia Bunsen e col condensatore A si ebbe una deviazione media $x = 11,6$ (pag. 25) a cui corrisponde sulla curva I l'ordinata 20,6, e quindi una differenza di potenziale $B = 20,6 \cdot \frac{100}{11} = 187$.

Secondo l'odierna teoria dell'induzione, quale risulta dai lavori di Lenz, Neumann, Felici ed altri, indicando con P il potenziale elettromagnetico o elettrodinamico della calamita o del circuito chiuso inducente sopra il circuito chiuso indotto supposto percorso dall'unità di corrente ⁽¹⁾, la forza elettromotrice e indotta in quest'ultimo in un dato istante t è

$$E = \epsilon \frac{dP}{dt}$$

essendo ϵ la costante d'induzione, il cui valore dipende dalle unità di misura, e che si può supporre uguale ad 1.

Tale forza elettromotrice, supposta permanente, produrrebbe a circuito interrotto, dopo un brevissimo periodo variabile una differenza $\Delta = E$ di potenziale elettrostatico ai capi del filo che potrebbe misurarsi coll'elettrometro; ed a circuito non interrotto, similmente dopo un periodo variabile, una corrente d'intensità $I = \frac{E}{R}$ (essendo R la resistenza del circuito) da misurarsi con un galvanometro. Però le forze elettromotrici d'induzione sono sempre variabili col tempo. Nei casi d'induzione per apertura o chiusura del circuito inducente, il potenziale elettrodinamico passa quasi istantaneamente dal valore determinato P_0 , che ha a corrente chiusa al valore zero e viceversa; ed è allora impossibile tener dietro coll'esperienza alle variazioni della forza elettromotrice E , astrazion fatta da quei casi in cui delle cause ritardatrici, come l'extracorrente che succede alla chiusura del circuito inducente, intervengano a prolungare la

⁽¹⁾ Quando si tratti di circuiti chiusi l'esistenza ed il significato fisico di P sono, come è noto, ben chiari e al di fuori delle difficoltà e controversie che si agitano intorno al potenziale elettrodinamico elementare.

durata del fenomeno. Solo si può misurare col galvanometro la corrente totale che percorre il circuito indotto, la quale si trova essere uguale a $\frac{P_0}{R}$, onde si deduce che la somma delle forze elettromotrici indotte è uguale a P_0 . Nell'induzione per moto relativo invece le variazioni di P e di E sono comparativamente assai lente, e si può studiarne sperimentalmente l'andamento. Trascurando, come qui può farsi generalmente, il piccolo tempo che l'elettricità mette a stabilirsi in equilibrio statico o dinamico corrispondentemente alle forze che sono in azione, la differenza Δ di potenziale elettrostatico che si manifesta ai capi del circuito indotto aperto, o l'intensità I della corrente a circuito chiuso, misurate in un dato istante darebbero la misura del valore che ha in quel medesimo istante la forza elettromotrice E d'induzione.

Il galvanometro di sua natura non misura che la quantità Q di elettricità

$$Q = \int_{t_0}^{t_1} I dt = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} E dt$$

che passa in un dato tempo attraverso il filo, onde non dà direttamente il valore istantaneo dell'intensità variabile I e della corrispondente forza elettromotrice E , a meno che non si prenda un tempo $(t_1 - t_0)$ tale che durante il medesimo si possa riguardare I come costante, il che non è sempre possibile in pratica. In generale pertanto col galvanometro, cioè a circuito indotto chiuso, non si studiano le forze elettromotrici direttamente; ma se ne studia la funzione integrale

$$\int_{t_0}^{t_1} E dt.$$

La quale poi teoria ed esperienza insieme han dimostrato essere uguale alla differenza

$$P_1 - P_0$$

dei valori del potenziale P nei due stati corrispondenti ai tempi t_0 e t_1 .

A circuito aperto invece si può coll'elettrometro misurare in ogni istante il valore della forza variabile E , per mezzo della differenza Δ anzidetta. Per questo si tengono i due capi del filo riuniti ai due piatti di un condensatore; e interrompendo le comunicazioni nell'istante che si vuole, si misura la carica raccolta nel piatto collettore; la quale, supponendo trascurabile come ho detto il tempo che l'elettricità impiega a mettersi in equilibrio, è proporzionale il valor di Δ e di E al momento dell'interruzione.

Quest'ultimo è il metodo ch'io ho seguito. Il caso che ho trattato è quello di una spirale fatta di n giri di filo riuniti in un anello circolare, il quale si muove in presenza del sistema inducente, in modo che la sua posizione in ogni istante possa esprimersi in funzione della lunghezza s del cammino percorso da uno dei suoi punti, p. es. dal centro. I giri di cui è composto l'anello sono così ravvicinati che si possono riguardare come uguali di grandezza e di posizione.

Indicando con p il potenziale del sistema inducente sopra un giro del filo suddetto, si ha

$$P = np; \quad \frac{dP}{dt} = n \frac{dp}{dt} = n \frac{dp}{dt} \frac{ds}{dt},$$

essendo $\frac{ds}{dt}$ la velocità con cui si muove il centro dell'anello, che indicherò con v ; onde

$$E = \frac{dP}{dt} = nv \frac{dp}{ds}$$

Nel caso d'induzione elettrodinamica p è proporzionale all'intensità i della corrente inducente, e si ha

$$p = ip'$$

indicando con p' il potenziale relativo all'unità di corrente inducente; onde:

$$E = nvi \frac{dp'}{ds}.$$

Da queste formole sono espresse le tre leggi note che io ho preso a verificare con misure elettrostatiche, cioè che la forza elettromotrice indotta, a parità delle altre circostanze è proporzionale:

- 1) al numero n di giri della spirale indotta,
- 2) alla velocità v del moto a cui l'induzione è dovuta,
- 3) all'intensità della corrente inducente, ove si tratti d'induzione elettrodinamica.

23. L'apparecchio di cui mi son servito per queste esperienze, oltre l'elettrometro ed i condensatori già descritti, è rappresentato nelle sue parti principali dalla fig. III, Tav. I. Esso consiste in un pendolo il quale cadendo porta seco nel suo moto la spirale indotta, ed è unito fissamente ad un interruttore destinato a togliere in un dato istante la comunicazione della spirale indotta col condensatore, e nello stesso tempo a determinare per mezzo di una disposizione speciale la velocità del movimento.

L'interruttore fu divisato e fatto costruire dal Prof. Felici, che me ne concesse gentilmente l'uso; ed è quel medesimo di cui egli ha pubblicato testè un'accurata descrizione illustrata coll'esempio di alcune serie di esperienze fatte con quello ⁽¹⁾. La quale pertanto mi dispensa dal

(¹) Nuovo Cimento Vol. XII, p. 115; Settembre 1874.

doverlo descrivere io minutamente; onde mi limito ad un semplice cenno.

Una sbarra di ottone zz' a guisa di giogo o bilanciare è imperniata nell'occhio di due forti staffe metalliche che stanno solidamente impiantate sopra una base di ferro fuso. Essa porta in ciascun braccio un corsoio da fissarsi con vite di pressione dove si vuole, il quale con un risalto urta e solleva al girare del bilancio zz' una piccola leva x col cui mezzo si produce l'interruzione. Questa leva, che è di ebanite, porta un bottone metallico foggato inferiormente a callotta che, quando la leva è abbassata, si appoggia premuto da una molla sulla superficie piana di un altro bottone metallico impiantato in un braccio sottoposto di ebanite. I due bottoni sono muniti di serrafili. Questi pezzi sono portati da una specie di carretto che può muoversi su e giù lungo una colonna metallica verticale guidato per mezzo di una fenditura, e che si fissa all'altezza voluta con vite a pressione. Per ciascun braccio del bilanciare zz' si ha uno di questi sistemi, e se ne possono avere anche due con due colonne disposte di fronte da una parte e dall'altra del braccio. Così regolando la posizione dei corsoi e l'altezza delle leve, si possono produrre al girare della sbarra zz' fino a quattro interruzioni in dati punti e con dati intervalli. Nella figura non si veggono che due colonne, poichè non mi sono servito che di queste in tutte le esperienze che ho da riferire, e per quelle poi di cui ora sto trattando non ne occorre che una sola.

La velocità con cui si fa girare il bilanciare zz' e l'intervallo di tempo che corre fra le varie interruzioni che si producono, si osservano direttamente nel modo che ora dirò. Una ruota o cilindro C di ottone di 14 Cent. di diametro e 3 Cent. di altezza è fissata solidamente allo stesso asse su cui è imperniato il bilanciare zz' . Accanto al cilindro sta da una parte una sirena di Froment (che

non è disegnata sulla figura) la cui ancora oscillante porta in cima una linguetta di ottone sottile ed appuntata. La sirena è disposta in modo che si può sollevare od abbassare, con che l'ancora oscillante si allontana dalla superficie del cilindro, o le si avvicina fino a sfiorarla con la punta della linguetta, la quale allora all'oscillare dell'ancora scorre innanzi e indietro sopra di essa secondo una sua generatrice. Quando si fa girare il bilanciante insieme col cilindro, la punta vibrante traccia sulla superficie una curva sinuosa, che si rende visibile affumicando quella leggermente.

La disposizione della sirena permette ancora di spostare questa parallelamente all'asse del cilindro, col qual movimento, se la sirena è abbassata, la punta in riposo traccia sulla superficie annerita una generatrice. Tali linee così tracciate forniscono un mezzo comodo per determinare la posizione del cilindro e del bilanciante. Oltre a ciò il detto movimento serve a portare la punta che traccia le curve sulla superficie del cilindro, sopra parti sempre nuove di quella superficie, in modo da avere più curve di seguito descritte l'una accanto all'altra.

Per determinare con questo sistema l'intervallo di tempo che in una data esperienza corre fra due interruzioni, si tracciano nel modo testè indicato, prima o dopo l'esperienza, le generatrici corrispondenti all'una e all'altra interruzione, cioè alle posizioni in cui il bilanciante zz' incontra l'una e l'altra leva, e poi si conta il numero l di oscillazioni che sulla curva tracciata dalla punta della sirena sono contenute nel tratto compreso fra quelle due generatrici. Se n è il numero delle vibrazioni che fa al secondo l'ancora della sirena, il quale si desume dalla nota che essa rende, l'intervallo cercato sarà di $\frac{l}{n}$ secondi. Con

ugual facilità si determina la velocità del movimento del cilindro e del bilanciante, la quale è proporzionale alla lunghezza che occupano le vibrazioni sulla curva.

In tutte le mie esperienze la sirena era messa in azione da una pila di 3 elementi Bunsen, e rendeva una nota sensibilmente costante che era il do_3 di 512 vibrazioni semplici. Una vaschetta di mercurio inserita nel circuito serviva a farla suonare o tacere a volontà immergendo o sollevando semplicemente un filo. Nel contare le vibrazioni sulla curva, si valutavano le frazioni ad occhio o con l'aiuto di una lente e di un piccolo regolo graduato. Così io poteva apprezzare fino ai decimi di oscillazione.

Il limite della piccolezza degli intervalli di tempo che col descritto strumento si possono avere fra le interruzioni e valutare senza troppa incertezza, dipende in molta parte dell'abilità e dalla pratica dello sperimentatore; ma credo che possa stabilirsi prossimamente fra $\frac{2}{10}$ e $\frac{3}{10}$ di vibrazione, cioè verso $\frac{1}{2000}$ di secondo.

24. Al descritto interruttore io aggiunsi un pendolo nel modo che è indicato dalla figura. L'asta è fatta con una striscia di lamina d'ottone, alla quale sono saldate ad angolo retto lungo la linea di mezzo di una faccia, al di sopra e al di sotto del centro di sospensione due striscie più corte che servono di rinforzo, ed impediscono le oscillazioni trasversali dell'asta. L'asse di sospensione del pendolo coincide con l'asse del bilanciante zz' e del cilindro C a cui è fissato solidamente; di guisa che asta, bilanciante e cilindro formano un solo sistema rigido che oscilla tutto insieme intorno allo stesso asse.

L'asta ha nella sua parte inferiore tre fori E_1, E_2, E_3 , due dei quali si succedono secondo la sua lunghezza verticale alla distanza di m. 0,40 e m. 0,50 dall'asse di sospensione, ed il terzo è posto m. 0,07 più in basso in una ripiegatura orizzontale di 3 cm. di lunghezza con cui essa termina inferiormente. I due fori E_2, E_3 , servono a fissare all'asta con viti di pressione il rocchetto della spirale indotta in posizione verticale od orizzontale, e l'altro E_1 serve

all'occorrenza a fissarvi dei pesi per modificare e regolare la velocità del moto oscillatorio del sistema. Al medesimo ufficio è destinata la fenditura verticale che si vede nella parte superiore dell'asta, lungo la quale si può disporre un peso o corsoio a diverse altezze. Il movimento del sistema può essere abbandonato a sè lasciando cadere il pendolo da una data altezza, oppure si può regolarlo a mano infilando le dita fra i raggi della ruota C.

25. Ecco ora il piano delle esperienze. La spirale indotta ha uno de suoi capi in comunicazione col suolo, e l'altro capo comunica per mezzo di un filo isolato col pezzo metallico sottoposto al bottone della leva x , il quale mediante un filo pure isolato è riunito al condensatore. Portata dall'asta la spirale si muove in presenza del sistema inducente opportunamente disposto in vicinanza del pendolo, e la forza elettromotrice d'induzione che ne deriva dà luogo, finchè la leva x è abbassata, ad una carica nel condensatore con cui la spirale allora comunica. Questa carica varia di conserva con la forza elettromotrice, e ne rappresenta in ogni istante il valore. A un dato punto del movimento il bilanciere battendo contro l'estremità della leva x , la solleva ed interrompe la comunicazione della spirale col condensatore: nel quale resta così presa una carica che corrisponde al valore della forza elettromotrice nel momento dell'interruzione, e che viene poi misurata coll'elettrometro nel modo che sappiamo.

Il punto dell'interruzione si regola per mezzo dell'altezza a cui vien fissata la leva x , e si determina come ho detto con una linea tracciata sulla superficie del cilindro. Durante il movimento del pendolo si fa suonare la sirena tenendola abbassata, cosicchè la punta vibrante descrive sul cilindro una curva, e dalla lunghezza delle sue sinuosità si deduce la velocità del movimento.

Se ora tenendo sempre invariata la posizione del sistema inducente e del punto d'interruzione si fanno così delle serie di esperienze:

1) cambiando da un'esperienza all'altra soltanto il numero n dei giri della spirale indotta;

2) variando solo la velocità v del movimento;

3) facendo variare solo l'intensità della corrente inducete, ove si tratti d'induzione elettrodinamica;

si possono verificare le tre leggi sopraccennate ad una ad una, e anche se ne può verificare il complesso facendo variare insieme più d'una delle dette circostanze.

26. Per poter intraprendere delle misure secondo il piano divisato, era d'uopo che io mi accertassi prima sperimentalmente se così sarebbe soddisfatta sufficientemente la condizione supposta che la carica del condensatore corrisponda in ogni istante al valore attuale della forza elettromotrice indotta, il che richiede che il tempo necessario allo stabilirsi dell'equilibrio elettrostatico nel filo e nei piatti (4) sia piccolo di fronte ai tempi in cui nel corso del-

(4) Per effetto della forza elettromotrice vi è un movimento di elettricità dalla spirale verso il condensatore, tendente a stabilire sui due piatti una differenza di potenziale elettrostatico corrispondente a quella forza. L'equazione che rappresenta approssimativamente questo movimento si determina facilmente. — Se E è il valore della forza elettromotrice in un dato istante t , R la resistenza del filo, Q la quantità di elettricità che ha già ricevuto il condensatore al tempo t ; trascurando la carica del filo ed applicando la legge di Ohm, si ha per l'intensità della corrente

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{R} \left(E - \frac{Q}{C} \right).$$

Per E costante l'integrale di questa equazione è

$$Q = EC - (EC - Q_0) e^{-\frac{t}{RC}}$$

dove Q_0 rappresenta la carica esistente sul piatto al tempo $t = 0$. Supponendo $Q_0 = 0$, si ha

$$Q = EC \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right);$$

e il tempo τ che occorre per avere una carica il cui rapporto alla carica finale EC non differisca dall'unità che di una data quantità, ϵ è

$$\tau = -RC \log. \epsilon$$

l'esperienza si manifestano variazioni sensibili della forza elettromotrice stessa. Io feci a quest'oggetto varie esperienze, da cui risultò l'accennata condizione essere verificata, e che riferirò brevemente.

Con la medesima disposizione che mi ha servito nelle esperienze del capitolo precedente, io prendeva sul filo di derivazione percorso dalla corrente di una coppia Bunsen, due punti, di cui l'uno veniva messo in comunicazione colla terra, e l'altro coi piatti A ed A' dei due condensatori riuniti. Quest'ultima comunicazione era stabilita coll'intermezzo dell'interruttore e di una spirale nel modo seguente. Il filo proveniente da quel punto andava al serrafili della leva della parte sinistra dell'interruttore, dove il pezzo metallico opposto era tenuto stabilmente in comunicazione coi piatti B e B' e al tempo stesso colla terra. Una spirale fatta con 70 m. di filo di rame di 0,4 mm. di diametro e di maggior resistenza di tutte le spirali indotte da me impiegate in seguito, era riunita per un capo alla detta leva di sinistra e per l'altro alla leva x di destra. Finalmente il pezzo sottoposto a questa era collegato ai piatti A ed A'. Con tale disposizione, fintantochè ambedue le parti dell'interruttore son chiuse, i piatti superiori ed inferiori comunicano fra di loro e colla terra, e non può esservi alcuna carica: all'aprire della parte sinistra i piatti A, A' rimangono isolati dagli altri piatti e dalla terra, e comunicano con l'intermezzo della spirale col punto di derivazione; la quale comunicazione viene poi interrotta al sollevare della leva x di destra.

Tolto il pendolo, di cui io qui non mi serviva, si regolava la posizione delle leve in modo che al girare del bilanciere avvenisse prima l'interruzione di sinistra, e poi dopo un certo intervallo tenesse dietro quella di destra. Nel tempo t che correva fra le due interruzioni l'elettricità affluiva ai piatti A, A'; e la carica così ottenuta in essi, che dopo la seconda interruzione vi rima-

neva racchiusa, si misurava al modo solito. Il tempo t , che si faceva variare a piacere regolando l'altezza delle due leve e la velocità del bilanciere, che veniva girato a mano, era misurato per mezzo della sirena nel modo indicato dianzi.

La tavola seguente contiene i risultati di una serie di queste esperienze. L'intervallo preso sul filo di derivazione è lo stesso per tutte e di 2 metri. Nella colonna I sono indicati gl'intervalli t di tempo durante i quali nelle varie esperienze il condensatore è esposto all'azione della forza elettromotrice, espressi per il numero delle vibrazioni della sirena comprese fra le due interruzioni, cioè in 512.mⁱ di secondo. Le esperienze notate con $t = \infty$ son fatte tenendo la prima interruzione sempre aperta, con che il condensatore è costantemente in comunicazione colla sorgente elettrica fino all'istante del sollevamento della seconda leva α , e servono a far conoscere la carica finale o di equilibrio corrispondente alla forza elettromotrice attuale.

PROSPETTO IV

Tempo occorrente per caricare il condensatore.
Due cond. riuniti.

N.º d'ordine	I	II
	Vibrazioni t	Deviazioni x
1	∞	29. 90
2	1. 2	27. 65
3	1. 6	29. 40
4	2. 2	28. 20
5	∞	29. 90
6	0. 8	29. 75
7	1. 3	29. 80
8	2. »	29. 80
9	∞	29. 80
10	1. »	29. 70
11	0. 5	29. 60
12	0. 3	29. 00

I numeri delle prime 4 esperienze presentano delle irregolarità. Mi avvidi che ciò era dovuto alla poca bontà dei contatti nei punti d'interruzione, dove, a non porci cura, può essere offerta al passaggio dell'elettricità una resistenza molto maggiore di quella di tutto il rimanente circuito metallico. D'allora in poi ho atteso sempre con cura ad avere buoni contatti, mantenendo ben pulite le superficie opposte ed assicurandomi ad ogni volta che esse fossero ben premute l'una contro l'altra.

Per tutte le altre esperienze le deviazioni dell'elettrometro sono quasi costanti, fuori dell'ultima che

corrisponde a $\frac{1}{10}$ di vibrazione, tempo assai piccolo e prossimo al limite a cui può arrivare l'interruttore. Ad ogni modo risulta certamente dai numeri ottenuti che il caricarsi del condensatore fino ad una differenza dalla carica finale che non oltrepassi il centesimo di questa, richiede nelle presenti condizioni un tempo non superiore alla durata di mezza oscillazione, ossia prossimamente ad $\frac{1}{1000}$ di secondo.

Questo tempo, il quale cresce proporzionalmente alla capacità del condensatore ed alla resistenza del cammino che l'elettricità deve percorrere, non poteva che essere minore in tutte le esperienze sull'induzione di cui si tratta in questo capitolo, nelle quali la capacità del condensatore è uguale o minore (quando si fa uso del solo condensatore A), e le spirali adoperate hanno tutte una resistenza minore della presente. Ora nella disposizione con cui si sperimentava le variazioni della forza elettromotrice d'induzione negl'istanti precedenti immediatamente all'interrompersi della comunicazione fra la spirale ed il condensatore erano tali da non averne alcun cambiamento sensibile in $\frac{1}{1000}$ di secondo. Onde la supposta condizione era realmente soddisfatta.

27 Il sistema inducente era costituito secondo i casi da una calamita temporaria, o da una calamita permanente, o da un circuito elettrodinamico. Per la prima mi sono servito del noto apparecchio di Ruhmkorff relativo alla rotazione magnetica del piano di polarizzazione, che era messo in azione da una pila di 3 elementi Bunsen; la seconda era una calamita d'acciaio a ferro di cavallo appartenente ad una macchina magneto elettrica di Clarke e capace di portare un peso di Kil. 2,5; ed il circuito elettrodinamico infine consisteva in una spirale anulare a sezione rettangolare, alta 3 cm. con un diametro esterno di 14 cm. ed un interno di 6 cm. fatta con un grosso filo di rame a rivestitura di seta avvolto sopra un disco di legno scavato sul contorno.

Il rocchetto indotto consisteva in un disco di ebanite dell'altezza di mm. 8, munito sul contorno di una scanalatura rettangolare larga mm. 4 e profonda mm. 5, sulla quale si avvolgeva del filo di rame molto sottile, rivestito di uno strato di collodio anch'esso sottilissimo, e tuttavia sufficientemente isolante (diametro del filo nudo mm. 0,35, e colla rivestitura mm. 0,5); di modo che fino a 100 giri potevano essere contenuti nella gola del rocchetto. La quale era stata fatta così piccola perchè i giri potessero senza errore sensibile essere considerati come tutti uguali di grandezza e di posizione rispetto al sistema inducente. Ho fatto uso talvolta anche di un altro rocchetto eguale in tutto al precedente, salvo che la gola era più grande, in modo da poter contenere fino a 200 giri del medesimo filo.

Le due estremità del filo erano fissate a due piccoli serrafilii impiantati l'un presso all'altro sul contorno del rocchetto, e dai quali poi partivano due altri fili destinati a stabilire le comunicazioni, come ora dirò. Così si poteva senza toccar questi fare i cambiamenti che si volevano nella spirale. Mediante una vite di pressione il rocchetto, che era traforato al centro, si fissava all'asta del pendolo, o nel piano verticale d'oscillazione, corrispondentemente al foro E_2 , o in un piano orizzontale per mezzo del foro E_3 al di sotto della ripiegatura. Di là i due fili suddetti provenienti dalle estremità della spirale erano condotti, tenendoli tesi e distaccati dall'asta, all'asse di sospensione coperto di rivestitura isolante, al quale erano fissati, e d'onde proseguendo ravvolti per un certo tratto ad elica elastica andavano a terminare ai serrafilii delle due leve d'interruzione. La leva x di destra comunicava per mezzo del pezzo sottoposto e di un filo isolato condotto da questo col condensatore, finchè rimaneva abbassata; e quella di sinistra era tenuta costantemente in comunicazione colla terra, e restava inattiva in tutte

queste esperienze, in cui non si faceva uso propriamente che della parte destra dell'interruttore, servendo solo come un mezzo comodo per tener fisso e in comunicazione colla terra un capo del filo. Così la spirale indotta aveva un'estremità collegata costantemente colla terra, e l'altra estremità comunicava col condensatore fino al momento dell'interruzione, essendo del resto completamente isolata e rimanendo pienamente libero il movimento del pendolo.*

L'apparecchio di Ruhmkorff e la calamita d'acciaio si disponevano sotto all'asse di sospensione del pendolo colla linea dei poli perpendicolare al piano di oscillazione, il primo orizzontalmente, e la seconda colle branche verticali e volte in alto: di modo che all'oscillare del pendolo il rocchetto indotto, posto in questo caso verticalmente, veniva, portato dall'asta, a passare nel punto più basso della sua traiettoria attraverso lo spazio vuoto esistente fra i due poli. La distanza delle branche della calamita di acciaio è di 58 mm., e pressapoco ad ugual distanza si tenevano i poli dell'apparecchio di Ruhmkorff; e si nell'una che nell'altro la spirale indotta era fatta passare giusto nel mezzo, senza che a ciò facesse ostacolo la ripiegatura inferiore dell'asta larga solo 3 centimetri.

La spirale elettrodinamica si collocava in piano sotto all'asse di sospensione, in modo che nella posizione di riposo del pendolo il rocchetto indotto, fissato qui orizzontalmente al di sotto della ripiegatura dell'asta, le fosse sopra parallelo e concentrico.

Il pendolo era in tutte le esperienze sollevato ad una medesima altezza, a cui era mantenuto fermo con un semplice congegno che non mi trattengo a descrivere, e d'onde poi lo si lasciava cadere abbandonandolo a sè stesso. A un certo punto della caduta il bilanciere zz' , che si moveva insieme col pendolo, sollevava la leva,

la quale era disposta in modo che una volta sollevata era impedita di ricadere e non era più toccata nel movimento di ritorno del pendolo, il quale poteva dopo oscillare innanzi e indietro senza produrre alcun effetto.

L'istante dell'interruzione si determinava, regolando la posizione del sistema inducente e l'altezza della leva α , dietro una serie di tentativi ed esperienze preliminari, in modo che corrispondesse prossimamente al massimo della forza elettromotrice indotta durante il movimento, il che avveniva un poco prima che il centro della spirale indotta arrivasse al mezzo dello spazio compreso fra i due poli delle calamite o al di sopra del centro della spirale inducente.

28 Riferirò ora le varie serie di esperienze fatte effettivamente per la verificaione delle tre leggi suddette (num. 22), incominciando dalla proporzionalità della forza elettromotrice al numero dei giri della spirale indotta.

Dalle indicazioni date nei numeri precedenti risulta già come le esperienze erano condotte. Tuttavia per più chiarezza ridirò per ordine la successione delle operazioni relative a ciascuna.

S'incominciava col regolare come ho detto la posizione del sistema inducente, stabilmente e per tutta la serie di esperienze da paragonarsi fra loro. Il punto d'interruzione veniva contrassegnato con una linea tracciata sulla superficie annerita del cilindro, e si riscontrava poi nel corso delle esperienze di tempo in tempo per riconoscere se per avventura non avesse subito qualche spostamento per effetto dei ripetuti colpi del bilanciere sulla leva α , nel qual caso si riconduceva alla posizione di prima.

Dopo di che si procedeva per ogni esperienza alle seguenti operazioni.

1) Si adattava sull'asta del pendolo la spirale

indotta col voluto numero di giri. Questo richiedeva molta attenzione per non alterare da esperienza a esperienza la posizione relativa dei sistemi inducente e indotto.

2) Si sollevava il pendolo all'altezza fissata, si abbassava la leva x badando al buon contatto dei pezzi metallici opposti, e si aggiustava la sirena; e poi si andava ad osservare nel cannocchiale la posizione di riposo dell'elettrometro.

3) Si lasciava cadere il pendolo nello stesso tempo che si faceva suonare la sirena, badando a farne cessare il suono o sollevarla appena avvenuta l'interruzione e prima che il pendolo ricadesse, altrimenti nel moto di ritorno la punta vibrante avrebbe guastata la curva già tracciata.

4) Si misurava nel modo che sappiamo la carica del condensatore.

5) Si misurava la velocità del movimento del pendolo all'istante dell'interruzione, misurando la lunghezza che occupava una vibrazione sulla curva tracciata dalla sirena nella parte che precede immediatamente il punto d'interruzione; o, ciò che è lo stesso e che d'ordinario ho preferito perchè più comodo, contando il numero di vibrazioni contenute in un dato tratto di quella parte di curva, abbastanza piccolo perchè le vibrazioni abbiano in esso sensibilmente la stessa lunghezza, e prendendo l'inversa di quel numero. D'onde poi tenendo conto del raggio del cilindro, della distanza del rocchetto dall'asse di sospensione e della nota della sirena, si rilevava la velocità effettiva del centro del rocchetto. Nelle esperienze di cui si parla presentemente essa doveva rimaner costante per tutta una serie: ed è solo per accertarsi di ciò che veniva misurata direttamente ogni volta. Siccome il pendolo era fatto cadere sempre da una medesima altezza, e da esperienza a esperienza non

vi era altro di variato che il numero di giri della spirale indotta, la sola causa che potesse alterare la velocità era la variazione di peso della spirale. Per togliere anche questa, si cominciava col maggior numero di giri, e poi i tratti di filo staccati via via dalla spirale venivano ravvolti sopra un piccolo rocchetto fissato al centro del rocchetto d'induzione.

Le dette operazioni ch'io poteva fare comodamente da me solo, si compivano in 3 o 4 minuti. Ogni esperienza veniva poi ripetuta una seconda volta dopo aver barattati fra loro i fili che andavano alla parte destra e sinistra dell'interruttore, con che si cambiava il segno della forza elettromotrice; e si prendeva poi la media dei due valori così ottenuti.

Darò i risultati di due serie di queste esperienze, l'una fatta con la calamita d'acciaio e l'altra coll'apparecchio di Ruhmkorff, incominciando dalla prima.

In questa il numero dei giri fu fatto variare da 100 a 5. La velocità del centro della spirale indotta nell'istante dell'interruzione era di m. 4,2 al secondo. Si sperimentava coi due condensatori riuniti; nelle due prime esperienze, corrispondenti a 100 e 75 giri, in modo diretto, e nelle altre col metodo differenziale (*v. n. 19*) tenendo il piatto B in comunicazione col polo negativo di una pila di due elementi Daniell. La deviazione X che si aveva in quest'ultimo modo senza forza elettromotrice, era sensibilmente costante ed uguale a 12,9. Nel seguente prospetto la colonna I indica per ciascuna esperienza il numero n dei giri; le colonne II e III indicano le deviazioni x_1 e x_2 ottenute tenendo rispettivamente l'estremità positiva e la negativa della spirale indotta in comunicazione col condensatore, le due colonne seguenti danno le cariche y_1, y_2 (ordinate dalla curva I. Tav. II.) corrispondenti alle deviazioni x_1, x_2 . I numeri della colonna VI (i quali sono ottenuti pren-

dendo la semisomma delle y_1, y_2 per le due prime esperienze e la semidifferenza per le altre), rappresentano le cariche dovute alla forza elettromotrice d'induzione, della quale danno perciò la misura. Moltiplicandoli per il fattore costante 2,27 se ne deduce l'espressione. E della forza elettromotrice stessa in centesimi della forza elettromotrice D di un elemento Daniell, quale è notata nella colonna VII. Finalmente l'ultima colonna contiene il rapporto $\frac{E}{n}$ della forza elettromotrice così misurata al corrispondente numero di giri della spirale indotta, il qual rapporto per la legge da verificarsi dovrebbe esser costante per tutte le esperienze.

Per miglior esattezza ogni determinazione veniva ripetuta due volte, e si prendeva la media delle due osservazioni, come si vede dalle colonne II e III, dove ho registrato separatamente l'una e l'altra.

Come ho già detto altra volta, nella lettura delle deviazioni non si può rispondere dell'esattezza della seconda cifra decimale, che risulta da una valutazione approssimativa ad occhio.

PROSPETTO V.

Proporzionalità della forza elettrom. indotta al num. n dei giri. —
Calamita d'acciaio. — Velocità v costante e uguale a 4, 2. —

		I n	II x_1	III x_2	IV y_1	V y_2	VI $\frac{y_1+y_2}{2}$	VII $\frac{E}{(D=100)}$	VIII $\frac{E}{n}$
Misura diretta	1	100	1. 45 } 1. 40 } 1. 42	1. 30 } 1. 30 } 1. 30	7. 40	7. 15	7. 27	16. 50	0. 165
»	2	75	0. 70 } 0. 70 } 0. 70	0. 60 } 0. 65 } 0. 62	5. 55	5. 25	5. 40	12. 26	0. 163
Mis. differ. ^e (X=12. 9)	3	50	16. 55 } 16. 65 } 16. 60	9. 20 } 9. 20 } 9. 20	25. 60	18. 15	3. 72	8. 44	0. 168
»	4	35	15. 70 } 15. 60 } 15. 65	10. 40 } 10. 40 } 10. 40	24. 65	19. 40	2. 62	5. 95	0. 170
»	5	25	14. 60 } 14. 70 } 14. 65	11. 10 } 11. 05 } 11. 07	23. 65	20. 07	1. 79	4. 06	0. 162
»	6	20	14. 30 } 14. 25 } 14. 27	11. 35 } 11. 40 } 11. 37	23. 27	20. 37	1. 45	3. 29	0. 164
»	7	15	13. 80 } 13. 95 } 13. 87	11. 60 } 11. 65 } 11. 62	22. 87	20. 62	1. 12	2. 54	0. 169
»	8	10	13. 45 } 13. 45 } 13. 45	12. 05 } 11. 95 } 12. 00	22. 45	21. 00	0. 72	1. 64	0. 164
»	9	5	13. 20 } 13. 20 } 13. 20	12. 50 } 12. 45 } 12. 47	22. 20	21. 47	0. 36	0. 82	0. 164

I rapporti dell'ultima colonna differiscono come si vede, ben poco l'uno dall'altro; e la proporzionalità delle forze elettromotrici al numero dei giri apparisce manifestamente.

Una seconda serie fu fatta coll'apparecchio di Ruhmkorff magnetizzato dalla corrente di una pila di 3 elementi Bunsen. La distanza dei due poli fra cui passava la spirale indotta era di 6 centim. Non presi alcuna disposizione per riparare al graduale indebolimento della

corrente, e solo ebbi cura di non tener chiusa la pila che per il tempo strettamente necessario alle esperienze. Il numero dei giri variò da 100 a 1. Ogni determinazione fu fatta solo una volta. Quanto al resto tutto procedeva come nelle esperienze precedenti. I risultati sono contenuti nel seguente prospetto, che ha la stessa disposizione di quel di sopra.

PROSPETTO V. (bis)

Proporzionalità della forza elettromotrice indotta al num. n dei giri — Apparecchio di Ruhmkorff magnetizzato da 3 Bunsen — Velocità v costante e uguale a 4, 2.

		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
		$\overbrace{n}$	$\overbrace{x_1}$	$\overbrace{x_2}$	$\overbrace{y_1}$	$\overbrace{y_2}$	$\overbrace{\frac{y_1+y_2}{2}}$	$\overbrace{\frac{E}{(D=100)}}$	$\overbrace{\frac{E}{n}}$
Misura diretta	1	100	31, 20	30, 80	40, 20	39, 80	40, 00	90, 80	0, 908
»	2	90	27, 00	26, 55	36, 00	35, 55	35, 77	81, 20	0, 902
»	3	80	22, 65	22, 20	31, 65	31, 20	31, 42	71, 32	0, 891
»	4	70	18, 70	18, 45	27, 70	27, 45	27, 57	62, 58	0, 894
»	5	60	14, 65	14, 30	23, 65	23, 30	23, 47	53, 28	0, 888
»	6	50	10, 55	10, 10	19, 55	19, 10	19, 32	43, 86	0, 877
»	7	40	6, 85	6, 60	15, 50	15, 22	15, 36	34, 87	0, 871
»	8	30	3, 70	3, 50	11, 33	11, 04	11, 18	25, 38	0, 846
Mis. differenz.	9	20	20, 30	6, 00	29, 30	14, 47	7, 41	16, 82	0, 841
($\bar{X}=12, 9$)	10	15	18, 45	7, 50	27, 45	16, 30	5, 57	12, 64	0, 843
»	11	10	16, 45	9, 35	25, 45	18, 30	3, 57	8, 10	0, 810
»	12	8	15, 80	9, 95	24, 80	18, 94	2, 93	6, 65	0, 831
»	13	6	15, 20	10, 55	24, 20	19, 55	2, 32	5, 26	0, 877
»	14	4	14, 55	11, 25	23, 55	20, 25	1, 65	3, 75	0, 837
»	15	3	14, 10	11, 85	23, 10	20, 85	1, 12	2, 54	0, 947
»	16	2	13, 70	12, 15	22, 70	21, 15	0, 77	1, 75	0, 875
»	17	1	13, 30	12, 55	22, 30	21, 55	0, 37	0, 84	0, 840

Anche qui i rapporti dell'ultima colonna sono sufficientemente costanti. La leggera e graduale diminuzione che si osserva procedendo dai primi agli ultimi è dovuta certamente all'indebolimento della corrente.

29 Le esperienze relative alla proporzionalità della forza elettromotrice indotta alla velocità del mo-
S. N. Lib. IV.

vimento erano condotte nello stesso modo delle precedenti: solo che qui la spirale indotta era sempre uguale e di 200 giri, e si faceva variare invece da volta a volta la velocità. A ciò servivano due dischi di piombo forati al centro, l'uno del peso di kil. 0,3 e l'altro di kil. 0,7, che, come ho già detto, potevano venire fissati all'asta del pendolo il primo corrispondentemente al foro E_1 , ed il secondo a diversa altezza lungo la fenditura nella parte superiore dell'asta. Così si poteva passare per tutti i gradi intermedi da un movimento lentissimo ad una velocità di circa 5 metri al secondo pel centro del rocchetto nel punto più basso della sua traiettoria.

Darò qui i prospetti dei risultati di due serie di tali esperienze, l'una relativa alla calamita d'acciaio e l'altra all'apparecchio di Ruhmkorff. Nella prima colonna sono registrati i numeri s di vibrazioni o sinuosità contate sulla curva in un tratto di 10 mm.; nella colonna seguente (I bis.) sono indicate in unità di metro e secondo le corrispondenti velocità v del centro del rocchetto calcolate colla formola

$$v = \frac{0,01 \frac{50}{8}}{\frac{s}{512}} = \frac{32}{s},$$

essendo $\frac{50}{8}$ il rapporto del raggio dell'arco descritto dal centro del rocchetto al raggio del cilindro, e 512 il numero di vibrazioni al secondo della sirena. Nell'ultima colonna son contenuti i rapporti $\frac{E}{v}$ delle forze elettromotrici alle velocità, i quali dovrebbero essere costanti. In tutto il resto i prospetti sono uguali ai precedenti. Le esperienze furono fatte con due condensatori e tutte con misura diretta delle cariche. Ogni determinazione fu ripetuta due volte.

PROSPETTO VI.

Proporzionalità della forza elettrom. alla velocità v — Numero n di giri costante e uguale a 200. — Calamita d'acciaio.

		I		I ^{bis}	II		III		IV	V	VI	VII	VIII
		s		v	x_1		x_2		y_1	y_2	$\frac{y_1+y_2}{2}$	$\frac{E}{(D=100)}$	$\frac{E}{v}$
Misura diretta	1	7, 0	4, 57	12,80 12,90	12,85	12,40 12,40	12,40	21, 85	21, 40	21, 62	49, 08	10, 74	
»	2	9, 3	3, 44	7,50 7,60	7, 55	7,30 7,30	7,30	16, 35	16, 07	16, 21	36, 80	10, 70	
»	3	10, 8	2, 96	5,75 5,70	5,72	5,55 5,45	5,50	14, 13	13, 86	14, 00	31, 78	10, 73	
»	4	12, 3	2, 60	4,45 4,45	4, 45	4,20 4,20	4, 20	12, 44	12, 10	12, 27	27, 85	10, 71	

PROSPETTO VI.^{bis}

Proporzioni della forza elettrom. alla vel. v . — n cost. = 200. —
App. di Ruhmkorff con 3 Bunsen.

		I		I bis		II		III		IV		V		VI		VII		VIII	
		s		v		x ₁		x ₂		y ₁		y ₂		$\frac{y_1+y_2}{2}$		$\frac{E}{(D=100)}$		$\frac{E}{v}$	
Misura diretta	1	8, 2	3, 90	28,80 28,10	28,05	27,45 27,45	27,45	37, 05	36, 45	36, 75	83, 42	21, 39							
»	2	9, 6	3, 33	22,50 22,60	22,55	22,20 22,10	22,15	31, 55	31, 15	31, 35	71, 16	21, 37							
»	3	10, 9	2, 93	18,80 18,80	18,80	18,40 18,60	18,50	27, 80	27, 50	27, 65	62, 76	21, 42							
»	4	12, 1	2, 64	15,90 15,90	15,90	15,55 15,45	15,50	24, 90	24, 50	24, 70	56, 07	21, 24							
»	5	16, 8	1, 90	9,10 9,00	9,05	8,70 8,50	8,60	17, 98	17, 52	17, 75	40, 29	21, 20							
»	6	21, 6	1, 48	5,65 5,70	5,67	5,35 5,25	5,30	14, 07	13, 60	13, 83	31, 39	21, 21							

Anche qui è notevole la costanza dei rapporti delle ultime colonne, onde vien messa in evidenza la proporzionalità della forza elettromotrice indotta alla velocità del movimento.

30. Dirò infine delle esperienze fatte per verificare la proporzionalità della forza elettromotrice indotta all'intensità della corrente inducente nel caso dell'induzione elettrodinamica.

Ho già indicato qual era la spirale inducente, e come essa e la spirale indotta venivano disposte. Da esperienza a esperienza non vi era nulla di mutato fuori che l'intensità della corrente inducente, la quale si faceva variare e si misurava nel modo che son per dire.

Due serrafile a più fori, ai quali facevano capo da un lato i fili provenienti dai poli di una pila di 2 elementi Bunsen, e dall'altro gli estremi della spirale inducente, erano riuniti fra loro per mezzo di un ponte o filo trasversale di lunghezza variabile, per modo che la spirale non era percorsa dall'intera corrente della pila, ma solo da una parte derivata, la cui grandezza si poteva far variare inserendo maggiore o minore lunghezza del filo trasversale fra i due serrafile. Per misurarla serviva una bussola a specchio di Weber, dove in luogo del suo circuito ordinario, con cui non avrebbe potuto usarsi qui per troppa sensibilità, si adoperava un solo giro di filo avvolto sopra il castello, ed inserito poi nel circuito della spirale inducente. La scala graduata ed il cannocchiale erano collocati dinnanzi alla bussola alla distanza di 2 m. dallo specchio. Si sapeva già per esperienze fatte altre volte che in questo modo, e con deviazioni minori di 15 gradi come quelle che si avevano qui, i numeri letti nella scala erano proporzionali all'intensità della corrente. La lettura dava direttamente i decimi di grado (millimetri della scala), e si potevano valutare ad occhio i mezzi decimi con sufficiente sicurezza.

La distanza fra le facce opposte, parallele ed orizzontali, delle spirali inducente ed indotta nella posizione di riposo del pendolo, in cui esse si trovavano concentricamente l'una sopra dell'altra, cioè la distanza minima, era di 9 mm.

Ecco senz'altro i risultati di una serie di tali esperienze. Essa è fatta con due condensatori e con misura differenziale delle cariche. La spirale indotta era di 100 giri, e la velocità del suo centro nel momento dell'interruzione 4,8. Le esperienze erano condotte come quelle dei numeri precedenti. Ogni determinazione fu fatta una sola volta. La colonna I indica l'intensità della corrente inducente misurata come ho detto, cioè il numero i letto sulla scala della bussola; l'ultima indica il rapporto $\frac{E}{i}$

del valore ottenuto dall'esperienza per la forza elettromotrice a quell'intensità. Per il resto il prospetto è uguale agli altri.

PROSPETTO VII

Proporzionalità della forza elettromotrice indotta all'intens. i
della corr. inducente. — n cost. = 100; v cost. = 4,8

		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
		i	x_1	x_2	y_1	y_2	$\frac{y_1 - y_2}{2}$	$\frac{E}{(D=100)}$	$\frac{E}{i}$
Misur. differenz.	1	6. 00	17. 60	8. 40	26. 60	17. 30	4. 65	10. 55	1. 76
(X=12. 95)	2	4. 45	16. 40	9. 50	25. 40	18. 46	3. 47	7. 88	1. 77
»	3	3. 60	15. 80	10. 10	24. 80	19. 10	2. 85	6. 47	1. 80
»	4	2. 45	14. 80	11. 10	23. 80	20. 10	1. 85	4. 20	1. 71
»	5	1. 30	13. 90	11. 95	22. 90	20. 95	0. 97	2. 20	1. 69
»	6	0. 65	13. 50	12. 50	22. 50	21. 50	0. 50	1. 13	1. 74

I numeri dell'ultima colonna sono abbastanza costanti, di modo che anche la proporzionalità della forza elettromotrice E all'intensità della corrente inducente è sufficientemente dimostrata.

Riguardando poi l'insieme delle misure relative alle tre leggi, si vede che l'accordo è in tutte eccellente. Di modo che questa verifica fatta così studiando direttamente la forza elettromotrice con misure elettrostatiche, è paragonabile per precisione di risultati alle migliori misure eseguite finora nel campo dell'induzione col mezzo del galvanometro, e perciò non è priva d'interesse, sebbene si tratti di leggi notissime.

Altre esperienze si sarebbero potute fare con la medesima disposizione variando le altre condizioni da cui dipende la forza elettromotrice indotta, come per es. la grandezza e la forma dei giri della spirale indotta, la sua posizione rispetto al sistema inducente, ec.; ed alcune io ne ho fatte realmente. Ma io credo che bastino le già riferite pel mio scopo presente, che era quello di dare sopra un soggetto noto un saggio di applicazione dell'apparecchio descritto.

V

Esperienze sulla variazione del magnetismo in una massa di ferro dolce.

31. Nell'induzione elettrodinamica le forze elettromotrici indotte per apertura o chiusura del circuito primario si svolgono con grande rapidità, tanto che è generalmente difficile di potere tener dietro colle misure alle loro variazioni. Non è più così però, allorchè la spirale inducente ha un nocciolo di ferro dolce. Allora il magnetismo della massa di ferro non si stabilisce o cessa istantaneamente o, per parlare con maggiore precisione, in quel periodo minimo

di tempo che occorre allo stabilirsi o al cessare della corrente per sè stessa, ma richiede un tempo più grande, durante il quale cresce o decresce con continuità fino al valore finale. Alle variazioni del magnetismo corrisponde in tutto quel tempo un proporzionale svolgimento di forza elettromotrice nella spirale indotta, abbastanza lento in generale perchè si possa seguirne il progresso coll'esperienza. Onde si ha poi un mezzo acconcio, misurando la forza elettromotrice indotta, di studiare la legge di quelle variazioni medesime. A ciò si riferiscono le esperienze che mi restano ad esporre.

Lo studio della legge con cui varia col tempo il magnetismo di una massa di ferro dolce e delle circostanze che vi hanno influenza ha già dato luogo a varie ricerche di Fisici, ed è ancor lungi dall'essere esaurito. Non è però mio proposito ora di entrare a trattare ordinatamente di questo argomento, e non farò che descrivere semplicemente le esperienze fatte, come saggio dell'uso che può farsi dell'apparecchio per lo studio di tale soggetto.

Queste esperienze, tolto ciò che riguarda la misura delle forze elettromotrici, sono fatte allo stesso modo di quelle pubblicate dal Prof. Felici nel citato lavoro. Io mi son servito oltre che del suo interruttore anche della stessa elettrocalamita e della spirale indotta da lui adoperata, dappoichè egli gentilmente me l'ha concesso. Ciò mi dispensa dal trattenermi sui particolari già esposti accuratamente dal Felici stesso: onde, dopo quello che ho già detto fin qui, non mi occorrono che poche parole di descrizione.

La spirale in lotta fatta di 160 giri di filo rivestito di guttaperka avvolti in 4 strati sopra l'elettrocalamita, aveva uno de' suoi capi in comunicazione colla terra, e l'altro andava alla parte destra dell'interruttore, d'onde per mezzo di un filo isolato comunicava col condensatore.

Per elettrocalamita serviva uno dei due rocchetti di un'ordinaria calamita di Pouillet, nel cui vuoto interno

era un cilindro massiccio di ferro dolce. Le estremità del filo del rocchetto erano messe in comunicazione coi poli di una coppia di Bunsen, coll'intermezzo dell'altra parte dell'interruttore, in guisa che battendo col bilanciere *zz'* contro la leva, si poteva nel modo che ora dirò produrre a piacere la circolazione o la cessazione della corrente nell'elettrocalamita, secondo la maniera con cui erano disposte le comunicazioni.

Per produrre così la cessazione della corrente, si metteva una delle estremità del rocchetto stabilmente in comunicazione con un polo della pila, e l'altra estremità e l'altro polo in comunicazione rispettivamente col serrafili della leva e con quello del pezzo opposto. Per produrre poi nello stesso modo la circolazione della corrente nel filo dell'elettrocalamita, si tenevano tanto i due capi di questo filo che i due poli della pila in comunicazione l'uno colla leva, e l'altro col pezzo opposto. Così a interruzione chiusa l'elettrocalamita è esclusa dal circuito della corrente, che va da un polo della pila all'altro direttamente attraverso i pezzi a contatto dell'interruttore, salvo una piccola derivazione che circola nella calamita, e che può rendersi insensibile ponendo cura alla bontà del contatto fra i detti pezzi, come si verifica con un galvanometro. Quando poi si apre l'interruzione, la corrente cui è interrotta la via attraverso questa, invade l'elettrocalamita e vi circola tutta intera.

Si regolava la posizione delle due leve in guisa che la prima ad essere colpita era quella pel cui mezzo veniva così stabilita o soppressa la corrente nella spirale dell'elettrocalamita, e poi dopo un certo intervallo convenientemente scelto e variabile da esperienza a esperienza, veniva colpita l'altra leva, con che s'interrompeva la comunicazione della spirale indotta col condensatore. Alla prima interruzione tien dietro lo stabilirsi o il cessare del magnetismo del nocciolo di ferro, non ad un tratto ma con

variazione continua', accompagnata da sviluppo di forza elettromotrice nella spirale indotta e carica corrispondente del condensatore con cui la spirale comunica. A un certo punto e prima che sia compiuto il periodo di quelle variazioni avviene il distacco della seconda leva, e interrotta con ciò la comunicazione col condensatore, resta in questo la carica che vi era all'istante dell'interruzione. La quale misurata nell'elettrometro serve a far conoscere il valore della forza elettromotrice, e corrispondentemente la variazione del magnetismo in quell'istante.

L'interruttore da cui si era levato via il pendolo si moveva a mano, il che era più comodo; e si determinava poi nel modo già indicato, per mezzo del cilindro annerito e della sirena, la posizione delle due interruzioni e l'intervallo di tempo che nelle singole esperienze correva fra l'una e l'altra. Siccome era impossibile operando a mano di poter avere sempre due volte di seguito la stessa velocità, ogni misura veniva eseguita una sola volta, e si faceva poi, occorrendo, sui risultati la correzione dell'errore dovuto alla carica interna del condensatore (n. 20). Credo inutile di aggiungere altri ragguagli intorno al modo con cui le esperienze erano condotte, poichè per ciò che riguarda la misura delle forze elettromotrici ne ho già discorso abbastanza per l'addietro; e quanto al resto, ripeto, non avrei che a riportare descrizioni ed osservazioni già svolte particolarmente e con grande accuratezza nel citato lavoro del Prof. Felici.

32. Facendo delle serie di esperienze nelle stesse condizioni e con diversi intervalli di tempo, si avranno dall'elettrometro delle serie di numeri, dalle quali si potrà rilevare la legge con cui varia il magnetismo della massa di ferro, poste le ipotesi seguenti:

1) che la carica del condensatore corrisponda in ogni istante al valore attuale della forza elettromotrice;

2) che all'istante della seconda interruzione sia nulla

o trascurabile l'induzione elettrodinamica dovuta alla spirale magnetizzante.

Per la prima ipotesi si ha il criterio dei dati sperimentali già riportati (num. 26) sul tempo che impiega il condensatore a caricarsi. La seconda può fino a un certo punto riscontrarsi sperimentando in egual condizione senza il nocciolo di ferro, nel qual modo io la trovai sensibilmente verificata nelle mie esperienze per intervalli di tempo non minori di una mezza vibrazione della sirena, cioè prossimamente di un millesimo di secondo; e si può anche nel caso che non sia verificata, determinare nello stesso modo la correzione da farsi per il suo effetto sui risultati. Però solo fino a un certo punto, perchè vi sarebbe da tener conto anche della reazione che, specialmente nel caso della chiusura, esercita il magnetismo del ferro sulla corrente primaria prolungandone il periodo variabile.

Convien osservare inoltre che la forza elettromotrice indotta nella spirale secondaria corrisponde propriamente alle variazioni del potenziale elettromagnetico del magnetismo del ferro sopra la spirale; e per indurne le variazioni del magnetismo stesso o, per parlar con più precisione, della funzione potenziale del magnetismo, converrebbe aver riguardo alla distribuzione di questo, cioè alla posizione delle masse magnetiche relativamente alla spirale indotta, e tener conto anche di un fatto poco studiato finora e che qui può avere influenza; voglio dire del movimento di propagazione del magnetismo attraverso la massa del ferro.

Ma di queste cose mi basta aver fatto cenno, poichè, come ho già avvertito, io non intendo entrare ora come suol dirsi nel merito del soggetto.

33 Le esperienze vanno distinte naturalmente in due classi secondo che si tratta della chiusura o dell'apertura della spirale magnetizzante. Per ciascuna classe io ne ho fatte varie serie, fra le quali mi limi-

terò a riferirne una, raccogliendo al solito i risultati in un prospetto. Incomincerò dalle esperienze di chiusura.

In queste le variazioni del magnetismo e lo sviluppo di forza elettromotrice indotta procedono con lentezza, tanto che la prima ipotesi del num. precedente si può ritenere prossimamente verificata. Le forze elettromotrici in tutto il corso del fenomeno erano alquanto deboli; onde si usò sempre la misura differenziale, avendo un elemento Bunsen col polo negativo unito al piatto B e il positivo alla terra. La deviazione X, corrispondente così alla forza elettromotrice nulla, la quale si osservava sperimentando nello stesso modo delle altre volte, salvo che era aperta la pila che forniva la corrente all'elettrocalamita, era sensibilmente costante ed uguale a 10, 5. La sirena rendeva la sua nota ordinaria di 512 vibrazioni semplici al secondo. La corrente magnetizzante era fornita da una coppia Bunsen, che si teneva chiusa solo il tempo necessario per le esperienze.

La colonna I del prospetto seguente contiene i numeri delle vibrazioni comprese fra le due interruzioni. In questi non si può garantire l'esattezza della seconda cifra decimale. Le altre colonne contengono come nei precedenti prospetti le deviazioni dell'elettrometro e la loro traduzione in misure di forza elettromotrice.

PROSPETTO VIII

Forza elettrom. indotta per la magnetizzazione del ferro.

		I	II	III	IV	V
		vibrazioni	x_1	y_1	$Y-y_1$	$\frac{E}{(D=100)}$
Misura differenziale						
($X=10,5 : Y=19,5$)	1	0,40	33,40	42,40	22,90	52,00
»	2	0,60	33,60	42,60	23,10	52,43
»	3	0,75	32,30	41,30	21,80	49,48
»	4	1,20	31,30	40,30	20,80	47,21
»	5	2,95	26,35	35,35	15,85	35,98
»	6	2,15	28,10	37,10	17,60	39,95
»	7	1,90	29,15	38,15	18,65	42,34
»	8	3,10	26,70	35,70	16,20	36,77
»	9	4,20	23,90	32,90	13,40	30,42
»	10	2,80	26,55	35,55	16,05	36,43
»	11	4,70	22,90	31,90	12,40	28,15
»	12	7,00	19,90	28,90	9,40	21,34
»	13	5,90	21,50	30,50	11,00	24,97
»	14	3,50	25,45	34,45	14,95	33,94
»	15	6,50	20,50	29,50	10,00	22,70
»	16	6,00	21,25	30,25	10,75	24,40
»	17	7,30	19,30	28,30	8,80	19,98
»	18	8,80	18,10	27,10	7,60	17,25
»	19	9,20	17,45	26,45	6,95	15,78
»	20	8,20	18,50	27,50	8,00	18,16
»	21	9,50	16,95	25,95	6,45	14,54
»	22	11,50	15,95	24,95	5,45	12,37
»	23	12,50	15,40	24,40	4,90	11,12
»	24	18,30	12,95	21,95	2,45	5,55
»	25	14,70	14,30	23,30	3,80	8,62
»	26	14,00	14,40	23,40	3,90	8,85
»	27	21,00	12,25	21,25	1,75	3,97
»	28	22,80	11,95	20,95	1,45	3,29
»	29	16,00	13,65	22,65	3,15	7,15
»	30	20,00	12,60	21,60	2,10	4,76
»	31	23,20	11,90	20,90	1,40	3,18
»	32	22,40	12,15	21,15	1,65	3,75
»	33	24,50	11,75	20,75	1,25	2,83

Osservando l'andamento dei numeri E dell'ultima colonna, si vede che essi procedono prossimamente secondo una funzione esponenziale dei tempi (intervalli fra le due interruzioni rappresentati dai numeri della colonna I) della forma $K\alpha^{-ct}$. Prendendo in questa $K=55$,

$\alpha = 10$, $C = 0,06$; e ponendovi successivamente per t i numeri della colonna I, i numeri così calcolati non differiscono molto da quelli dell'ultima colonna.

Assai meglio però che con una sola esponenziale l'andamento dei numeri E può essere rappresentato per la somma di due esponenziali della forma $K\alpha^{-\alpha} + K_1\alpha^{-\alpha_1}$; dove scegliendo convenientemente i valori delle costanti si trova piena corrispondenza, come si può vedere dalla rappresentazione grafica che ne ho data nella Tav. II. Quivi si è disegnata la curva II coll'equazione

$$(1) \quad y = 37 \cdot 10^{-0,037 \cdot x} + 18 \cdot 10^{-0,018 \cdot x},$$

mentre che per mezzo di punti vi sono indicati i risultati del prospetto, portando sulle ascisse x i numeri della colonna I e sulle ordinate quelli della V; avvertendo che (per comodo del disegno e per agevolare il confronto colle esperienze di apertura che riferirò in appresso) i numeri della ascisse vi appaiono moltiplicati per 2, con che l'unità di misura viene a corrispondere prossimamente al millesimo di secondo, e quelli delle ordinate divisi per 4; e poichè la lunghezza delle ascisse superava così i limiti della tavola, si è ripiegata la figura all'indietro.

Si vede che nei limiti delle irregolarità dovute agli errori dell'esperienza la posizione dei punti corrisponde benissimo colla curva. Le irregolarità sono qui assai sensibili, e ben più gravi che nelle precedenti misure sull'induzione per moto relativo. Ma qui si hanno altresì maggiori cause di errore. Un leggero spostamento non avvertito della posizione delle interruzioni, che aveva in quelle poca influenza, altera qui subito i risultati: vi è inoltre l'effetto della scintilla che, lasciando anche l'incertezza cui dà luogo intorno al valore vero dei tempi, altera le superficie metalliche al punto d'interruzione, onde viene diminuita la bontà del contatto, che non è facile di ristabilire sempre

allo stesso modo, ed accresciuta la corrente derivata che a interruzione chiusa percorre l'elettrocalamita. Veramente si sarebbe potuto, mettendoci più cura e più tempo, diminuire tali errori; ma ricordi il lettore che questo ch'io presento non è che un saggio di applicazione dell'apparecchio elettrometrico. Del resto anche così gli errori non sono molto maggiori di quello che lo sieno ordinariamente in simili ricerche, nè tali che l'andamento del fenomeno non apparisca chiaramente.

34. Nel caso dell'apertura della corrente primaria ossia della smagnetizzazione, il fenomeno procede con assai più rapidità, e la forza elettromotrice indotta varia celere-mente entro limiti molto estesi. A cagione di questa rapidità di variazione vi è incertezza sull'applicabilità della 1.^a ipotesi del num. 32, stando ai dati riferiti sul tempo che impiega il condensatore a caricarsi. Ad ogni modo darò senz'altro il prospetto dei risultati.

Per misurare la forza elettromotrice nelle sue varie fasi dovette far uso sì del modo diretto che differenziale, con un solo condensatore e con ambedue, e servirmi perciò del coefficiente R di riduzione (num. 18) il quale determinato qui di nuovo direttamente, si trovò uguale a 4,05. Parimente fu determinata la correzione δ per la carica interna (num. 20) da farsi ai numeri ottenuti con misure dirette, e si trovò $\delta = 0,20$ per il condensatore A, e $\delta = 0,25$ per i due condensatori riuniti. La corrente primaria era data da una coppia Bunsen, e si teneva chiusa solo quanto era necessario per le esperienze. La nota della sirena era sempre di 512 vibrazioni al secondo.

Il prospetto ha la stessa disposizione del precedente, salvo che qui le indicazioni per le deviazioni dell'elettrometro e la loro traduzione in misure di forza elettromotrice si riferiscono a più modi di misura. Ad intenderle più facilmente gioveranno le osservazioni seguenti.

In tutte le esperienze l'estremità della spirale in-

dotta che comunica col condensatore è la positiva. La 1.^a esperienza è fatta col solo condensatore A e con misura differenziale, ma con questa differenza dalle esperienze anteriori che qui la carica fissa Y è negativa, e si aggiunge in meno nel piatto A alla carica da misurarsi, la quale senza ciò sarebbe troppo forte e produrrebbe una deviazione superiore ai limiti della scala. A tal oggetto il piatto B era riunito al polo positivo di una coppia Bunsen, invece che al negativo come d'ordinario, e si aveva così senz'altro una deviazione $X = 10,2$, cioè una carica fissa $Y = -19,20$. Onde alla carica che con questo modo di esperienza corrisponde alla deviazione osservata, si deve aggiungere il numero $19,2$ per avere la vera carica corrispondente alla forza elettromotrice con cui si sperimenta.

Le esperienze dalla 2.^a fino alla 22.^a sono fatte col condensatore A e con misura diretta. In queste la carica corrispondente alla deviazione osservata va diminuita della quantità $\delta = 0,20$ per la correzione della carica interna.

Le esperienze dalla 23.^a fino alla 36.^a sono fatte allo stesso modo ma con ambedue i condensatori, e le cariche vanno diminuite di $0,25$.

Finalmente le ultime quattro esperienze sono con due condensatori e con misura differenziale secondo il modo ordinario. Il piatto B era riunito al polo negativo di un elemento Bunsen, e si aveva senz'altro la deviazione $X = 10,50$, ossia una carica fissa $Y = +19,50$.

Nelle esperienze fatte con un solo condensatore, per riportarle alla stessa misura di quelle con due, le cariche debbono essere moltiplicate pel coefficiente di riduzione, che qui era $4,05$: onde i numeri E dell'ultima colonna, che per le esperienze dalla 23.^a in giù sono dedotti da quelli della colonna precedente moltiplicando per

il fattore 2,27, per le prime 22 invece sono dedotte moltiplicando per $2,27 \times 4,05 = 9,19$.

PROSPETTO IX.

Forza elettromotrice indotta per la smagnetizzazione del ferro.

		I vibra- zioni	II x_1	III y_1	IV	V E (D=100)
Cond. A. Mis. differenziale (X = 10.2; Y = -19.2)	1	0.30	21.75	30.75	$y_1 + 19.20$ 49.95	459.04
Cond. A. Misura diretta	2	0.35	31.05	40.05	$y_1 - 0.20$ 39.85	366.22
»	3	0.40	27.65	36.65	36.45	334.96
»	4	0.55	17.00	26.00	25.80	237.10
»	5	0.45	24.65	33.65	33.45	307.40
»	6	0.65	11.20	20.20	20.00	183.80
»	7	0.45	25.50	34.50	34.30	315.21
»	8	0.90	4.25	12.15	11.95	109.82
»	9	0.80	6.95	15.65	15.45	142.08
»	10	0.80	6.30	14.85	14.65	134.63
»	11	0.55	17.60	26.60	26.40	242.61
»	12	0.60	15.75	24.75	24.55	225.61
»	13	0.50	21.00	30.00	29.80	273.86
»	14	0.60	15.35	24.35	24.15	221.93
»	15	0.50	22.05	31.05	30.85	283.51
»	16	0.60	14.05	23.05	22.85	209.99
»	17	0.85	6.70	15.35	15.15	139.23
»	18	0.65	11.55	20.55	20.35	187.01
»	19	0.80	7.55	16.35	16.15	148.41
»	20	0.75	9.15	18.10	17.90	164.50
»	21	0.90	5.10	13.35	13.15	120.84
»	22	1.00	3.75	11.40	11.20	102.92
Cond. A+A'. Mis. diretta	23	1.30	22.30	31.30	$y_1 - 0.25$ 31.00	70.48
»	24	1.10	27.35	36.30	36.10	81.94
»	25	1.35	15.75	24.70	24.50	00.61
»	26	2.00	4.20	12.00	11.80	26.78
»	27	1.55	11.05	20.00	19.80	44.94
»	28	1.75	8.35	17.25	17.00	38.59
»	29	2.40	2.15	8.80	8.00	19.41
»	30	2.35	2.30	9.10	8.80	20.09
»	31	2.30	2.60	9.60	9.30	21.22
»	32	1.60	10.95	19.90	19.70	44.72
»	33	2.00	4.55	12.60	12.30	28.03
»	34	2.20	3.00	11.10	10.90	24.74
»	35	1.50	12.00	21.00	21.30	48.35
»	36	1.95	5.30	13.60	13.30	30.30
Cond. A+A'. Mis. differenz.	37	3.00	15.75	24.70	$y_1 - Y$ 5.25	11.92
(X = 10.5; Y = +19.5)	38	2.50	17.70	26.70	7.25	16.46
»	39	3.85	13.10	22.10	2.65	6.06
»	40	3.50	14.10	23.10	3.60	8.17

Confrontando i numeri di questo prospetto con quelli del precedente, si trova una grandissima diversità di andamento. Ivi le forze elettromotrici, piccole già dal primo, van digradando lentamente, mentre qui da un valore relativamente grandissimo che hanno in principio, scendono rapidamente fino a diventare in breve piccolissime.

Quanto poi alla legge di queste variazioni, si vede che non può essere più rappresentata da una sola esponenziale nemmeno alla lontana; ma lo può essere ancora dalla somma di due esponenziali, con coefficienti però ben diversi da quelli che valevano pel caso della chiusura. La curva III sulla tavola II è stata disegnata secondo l'equazione

$$(2) \quad y = 885.10^{-1.38} + 141.10^{-0.36}$$

e come precedentemente si sono indicati per via di punti i risultati dell'ultimo prospetto: i numeri delle ascisse appaiono sulla figura raddoppiati, e quelli delle ordinate divisi per 20. Così l'unità di misura per le ascisse, ossia pei tempi, è la stessa per le due curve, e corrisponde pressapoco al millesimo di secondo; e per le ordinate o forze elettromotrici è diversa (si è dovuto far così non per esagerare le proporzioni delle curve), e le ordinate della curva III per essere confrontabili con quelle della curva II van moltiplicate per 5.

Si vede che la posizione dei punti corrisponde colla curva dentro i limiti delle irregolarità che i risultati presentano. Le quali sebbene sieno gravi, pure non possono dirsi tali avuto riguardo alla natura delle esperienze. La figura dimostra infatti che la massima parte di esse è inferiore all'errore che porterebbe lo sbaglio di un mezzo decimo di vibrazione ossia di $\frac{1}{10000}$ di secondo nei tempi.

Ora tralasciando anche l'effetto della scintilla e le altre
S. N. Lib. IV.

cause di errore, vi è sempre questo, che per quanta cura io vi mettessi, non posso esser certo dell'esattezza nella valutazione delle frazioni di vibrazione al di là del decimo.

Nei limiti prescritti dall'applicabilità delle ipotesi del n. 32 e dalle incertezze sperimentali le equazioni (1) e (2) esprimono la legge della magnetizzazione e della smagnetizzazione del nucleo di ferro; e ad ogni modo, anche se debbano riguardarsi come approssimative, servono a rappresentare con evidenza l'andamento generale del fenomeno, ed a mettere in rilievo la grande differenza che vi è nei due casi.

Del resto io non entro ora in alcuna discussione di questi risultati, nè di ciò che sarebbe a farsi volendo venire a determinazioni più precise, avendo inteso solamente con queste e con le altre esperienze che ho riferito di dare un esempio dell'uso che può farsi del mio apparecchio elettrometrico.

Pisa 30 Novembre 1874.