
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

C. C. GERONO

Géométrie élémentaire. Théorèmes sur les polygones

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 16 (1825-1826), p. 61-63

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1825-1826__16__61_1

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1825-1826, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE.

Théorèmes sur les polygones ;

Par M. C. C. GERONO.

THÉORÈME. *Si , par un point quelconque de l'espace , on conduit des droites de longueur arbitraire , respectivement parallèles aux côtés d'un polygone rectiligne fermé quelconque , plan ou gauche ; ce point sera le centre de gravité d'un système de masses placées aux extrémités de ces droites , et respectivement proportionnelles aux rapports des longueurs des droites aux extrémités desquelles elles se trouvent situées aux longueurs des côtés du polygone auxquels ces droites sont parallèles.*

Démonstration. Soient représentés par P , P' , P'' , les poids dont il s'agit , et par r , r' , r'' , les longueurs des droites aux

extrémités desquelles ils se trouvent situés ; les longueurs des côtés du polygone respectivement parallèles , pourront évidemment être représentées par $\frac{P}{p} r$, $\frac{P'}{p} r'$, $\frac{P''}{p} r''$, ... , p étant un poids choisi d'une manière convenable. Si de plus on désigne par α , α' , α'' , ... les angles que forment les directions des côtés du polygone , et conséquemment les droites r , r' , r'' , avec une droite fixe arbitraire , on aura , comme M. Sturm l'a démontré (tom. XV pag. 310).

$$\frac{P}{p} r \cos. \alpha + \frac{P'}{p} r' \cos. \alpha' + \frac{P''}{p} r'' \cos. \alpha'' + \dots = 0 ,$$

ou simplement

$$Pr \cos. \alpha + P'r' \cos. \alpha' + P''r'' \cos. \alpha'' + \dots = 0 .$$

Or , si par le point de départ des droites r , r' , r'' , on conduit un plan perpendiculaire à la droite fixe , cette dernière équation exprimera que la somme des momens des masses P , P' , P'' , ... est nulle par rapport à ce plan. Mais , comme la direction de la droite fixe est arbitraire , celle du plan l'est aussi ; donc la somme des momens des masses P , P' , P'' , ... est nulle , par rapport à tout plan passant par le point de départ des droites r , r' , r'' ; ... donc enfin ce point est le centre de gravité de ces masses , comme l'annonce le théorème.

Pour que les masses P , P' , P'' , ... puissent être égales entre elles , il faut évidemment que les longueurs arbitraires r , r' , r'' , ... soient proportionnelles aux côtés correspondans du polygone , c'est-à-dire que ; *si par un point quelconque de l'espace , on conduit des droites parallèles proportionnelles aux côtés d'un polygone rectiligne fermé quelconque , plan ou gauche ; ce point sera le centre de gravité d'un système de masses égales placées aux extrémités de ces droites.* Ce théorème a été démontré par M. Sturm (tom. XV , pag. 313).

Si les droites arbitraires $r, r', r'', \dots$ sont d'une même longueur quelconque, les masses $P, P', P'', \dots$ devront être évidemment proportionnelles aux côtés correspondans du polygone; c'est-à-dire que, *si, par un point quelconque de l'espace, on conduit des droites égales, respectivement parallèles aux côtés d'un polygone rectiligne fermé quelconque, plan ou gauche; ce point sera le centre de gravité d'un système de masses proportionnelles aux longueurs des côtés du polygone, placées aux extrémités de ces droites.* Ce théorème a été démontré par M. Sturm (tom. XV. pag. 315).

Ainsi notre théorème renferme les deux théorèmes de M. Sturm, comme cas particuliers.

Si le polygone est plan, et que, d'un point pris dans son intérieur, on mène des droites qui fassent dans le même sens des angles égaux quelconques avec ses côtés; il est évident que, le point et les droites demeurant fixes, on pourra toujours faire tourner le polygone sur leur plan, de telle sorte que ses côtés deviennent respectivement parallèles à ces mêmes droites qui conséquemment pourront être prises pour celles dont il est question dans l'énoncé du théorème.

De là on peut conclure, en particulier, que, *un polygone plan étant circonscrit à un cercle, le centre du cercle sera le centre de gravité d'un système de masses proportionnelles aux longueurs des côtés du polygone et placées respectivement aux points de contact de ces côtés avec la circonférence.*

Du château des Tuileries, le 21 avril 1825.
