
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

L. C. BOUVIER

**Arithmétique. Démonstration élémentaire de la valeur infinie
de la somme des inverses des nombres naturels**

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 15 (1824-1825), p. 39-40

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1824-1825__15__39_0

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1824-1825, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ARITHMÉTIQUE.

Démonstration élémentaire de la valeur infinie de la somme des inverses des nombres naturels ;

Par M. L. C. BOUVIER , ex-officier du génie , ancien élève de l'école polytechnique.

~~~~~

SOIT posée

$$z = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \dots$$

$$x = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \dots$$

$$y = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{14} + \dots$$

nous aurons évidemment

$$x + y = z , \quad 2y = z ,$$

et par suite

$$x + y = 2y \quad \text{ou} \quad x = y .$$

Mais , d'un autre côté ,  $y$  n'étant autre chose que  $x$  , dans laquelle on a augmenté tous les dénominateurs d'une unité , si  $x$  ,  $y$  ,  $z$  avaient des valeurs finies , on devrait avoir

$$x > y .$$

Cette relation étant donc incompatible avec la précédente, il en faut conclure que  $x$  et  $y$  sont infinis, et que conséquemment leur somme  $z$  l'est aussi.

Il faudrait bien toutefois se garder de conclure de là que  $x=y$  et que conséquemment

$$0 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \dots$$

on n'a en effet  $x=y$  qu'autant que ces deux infinies ne diffèrent que d'une quantité finie qui s'évanouit devant eux; et c'est précisément ce qui arrive ici; car, comme l'on sait,

$$\text{Log.}2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \dots$$

de sorte qu'on a réellement

$$x - y = \text{Log.}2, \text{ et conséquemment } x > y,$$

comme nous l'avions trouvé.

---