

---

---

# ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

---

---

QUERRET

**Questions résolues. Solution du premier des deux problèmes de géométrie énoncés à la page 76 du présent volume**

*Annales de Mathématiques pures et appliquées*, tome 15 (1824-1825), p. 197-199

[http://www.numdam.org/item?id=AMPA\\_1824-1825\\_\\_15\\_\\_197\\_1](http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1824-1825__15__197_1)

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1824-1825, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

---

---

## QUESTIONS RÉSOLUES.

*Solution du premier des deux problèmes de géométrie énoncés à la page 76 du présent volume.*

~~~~~

**P**ROBLÈME. *A quelle courbe sont tangentes les cordes d'une section conique qui a un centre, hypoténuses d'une suite de triangles rectangles ayant constamment le sommet de l'angle droit au centre de la courbe ?*

*Solution de M. QUERRET.*

Supposons que la courbe soit une ellipse dont C soit le centre. Soit MN une des hypothénuses dont il s'agit. Du centre C à son

---

milieu  $O$  soit menée une droite rencontrant la courbe en un point  $T$  par lequel soit menée une tangente à cette courbe. Du centre  $C$  soit abaissée sur cette tangente la perpendiculaire  $CG$  coupant en  $H$  sa parallèle  $MN$ . Soit enfin  $PQ$  le diamètre parallèle à  $MN$ , conjugué de celui qui passe par  $T$ ; à cause de l'angle droit  $MCN$ , on aura  $CO=OM=ON$ .

Cela posé, à cause des parallèles, on aura

$$CT : CO :: CG : CH = \frac{CO \cdot CG}{CT} = \frac{MO \cdot CG}{CT}.$$

Mais, par la propriété de l'ellipse, on a

$$\overline{MO}^2 = \frac{\overline{CP}^2}{\overline{CT}^2} (\overline{CT}^2 - \overline{CO}^2) = \frac{\overline{CP}^2}{\overline{CT}^2} (\overline{CT}^2 - \overline{MO}^2);$$

d'où

$$MO = \frac{CP \cdot CT}{\sqrt{CP^2 + CT^2}}.$$

Mais, par une autre propriété de l'ellipse, si l'on représente par  $a$  et  $b$  ses deux demi-diamètres principaux, on aura

$$CP \cdot CG = ab, \quad \text{d'où} \quad CP \cdot CT = \frac{ab \cdot CT}{CG},$$

et

$$\overline{CP}^2 + \overline{CT}^2 = a^2 + b^2;$$

d'où

$$MO = \frac{CT}{CG} \cdot \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

En substituant donc cette valeur de  $MO$  dans celle de  $CH$ , elle deviendra simplement

$$CH = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

quantité constante, de sorte que la courbe cherchée est un cercle concentrique à l'ellipse dont il s'agit, et ayant pour rayon la perpendiculaire abaissée de son centre sur la corde qui joint deux sommets consécutifs quelconques (\*).

Pour passer de là à l'hyperbole sans faire de nouveaux calculs,  $a$  étant le demi-axe transverse, il suffit de changer  $b$  en  $b\sqrt{-1}$  ce qui donne, pour le rayon du cercle,

$$\frac{ab\sqrt{-1}}{\sqrt{a^2-b^2}} = \frac{ab}{\sqrt{b^2-a^2}} ;$$

ce qui prouve qu'alors le cercle n'est possible qu'autant que l'axe transverse est le plus petit des deux.

(\*) Quelqu'un nous a assuré que cette proposition se trouvait démontrée dans l'ouvrage de M. Poncelet; mais nous n'avons pu découvrir en quel endroit.