

---

# ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

---

CH. STURM

**Addition à l'article inséré à la page 286 du présent volume**

*Annales de Mathématiques pures et appliquées*, tome 14 (1823-1824), p. 390-391

[http://www.numdam.org/item?id=AMPA\\_1823-1824\\_\\_14\\_\\_390\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1823-1824__14__390_0)

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1823-1824, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

---

*Addition à l'article inséré à la page 286 du présent volume ;*

Par M. CH. STURM.

---

EN démontrant , à la page 286 du présent volume , le théorème de géométrie élémentaire énoncé à la page 28 (\*), j'ai négligé de faire remarquer qu'on pouvait facilement passer de là à la démonstration d'un théorème connu (\*\*), sur lequel M. Durrande est revenu de nouveau à la page 54 de ce volume , et qu'il a heureusement étendu au triangle sphérique et au tétraèdre. Voici de quoi il s'agit :

On a vu , à l'endroit cité, qu'en représentant par  $\alpha, \beta, \gamma$  les trois angles d'un triangle , par  $r$  le rayon du cercle circonscrit , par  $D$  la distance d'un point quelconque P au centre de ce cercle , et enfin par  $k^2$  l'aire du triangle qui a ses sommets aux pieds des perpendiculaires abaissées de ce point P sur les directions des côtés du triangle proposé, on avait ( pag. 289 )

$$D^2 = r^2 - \frac{2k^2}{\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma} .$$


---

(\*) Ce théorème appartient à M. Sturm.

(\*\*) Voyez *Annales*, tom. I, pag. 64 et 149, tom. III, pag. 346.  
J. D. G.

Supposons que l'on prenne pour ce point P le centre du cercle inscrit à notre triangle ; alors les trois perpendiculaires  $a$ ,  $b$ ,  $c$  seront égales entre elles et au rayon de ce cercle ; en représentant donc ce rayon par  $r'$ , les équations (1) et (2), pag. 287, deviendront

$$r'(\sin.\alpha + \sin.\beta + \sin.\gamma) = 2r \sin.\alpha \sin.\beta \sin.\gamma,$$

$$r'^2(\sin.\alpha + \sin.\beta + \sin.\gamma) = 2k^2;$$

d'où, en divisant membre à membre,

$$\frac{2k^2}{\sin.\alpha \sin.\beta \sin.\gamma} = 2rr';$$

en substituant donc cette valeur dans celle de  $D^2$ , elle deviendra

$$D^2 = r^2 - 2rr' = r(r - 2r'),$$

c'est-à-dire, *la distance entre les centres des cercles inscrit et circonscrit à un même triangle est moyenne proportionnelle entre le rayon du circonscrit et l'excès de ce rayon sur le diamètre de l'inscrit.* C'est le théorème auquel nous nous étions proposé de parvenir.

Paris, le 20 mars 1824.

---