ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

Questions résolues. Réflexions sur le premier des problèmes proposés à la page 180 de ce volume

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 12 (1821-1822), p. 258-260
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1821-1822__12__258_0>

QUESTIONS RÉSOLUES.

Réflexions sur le premier des problèmes proposés à la page 180 *de ce volume;*

Par un Abonné.

Au Rédacteur des *Annales*;

Monsieur,

Dans votre numéro de novembre dernier, vous avez proposé de déterminer la surface enveloppe de tous les points de l'espace que peut occuper le centre de gravité d'une chaîne uniformément pesante, dans toutes les situations et figures qu'elle peut prendre autour de ses points de suspension.

Mon dessein ici n'est point de résoudre proprement ce problème, qui paraît offrir des difficultés d'analise assez sérieuses ; je veux seulement montrer à quel autre probléme il peut être réduit.

I. Il est d'abord évident que toutes les circonstances sont les mêmes autour de la droite indéfinie qui joint les points de suspension ; d'où il suit que la surface cherchée doit être une surface de révolution, ayant cette droite pour axe ; et, comme tout est aussi égal de part et d'autre du plan mené perpendiculairement à la droite qui joint les points de suspension, par le milieu de l'intervalle qui les sépare ; on voit de plus que cette surface de révolution a un centre situé en ce milieu.

II. Tout se réduit donc à trouver la ligne génératrice de la surface dont il s'agit, ou, ce qui revient au même, l'intersection de cette surface par un plan quelconque passant par les deux points de suspension. On peut donc, sans rien ôter à le généralité du problème, assujettir les mouvemens de la chaîne à n'avoir lieu que dans un tel plan, ce qui réduit la question à un problème de géometrie plane.

III. Concevons que la pesanteur agisse dans le sens de ce plan; et que la chaîne soit abandonnée à sa seule action; elle prendra une courbure déterminée qui sera celle de la *chaînette*. Si la direction de la pesanteur change sans cesse d'agir dans le même plan, la chaîne prendra une nouvelle courbure déterminée, différente de la première, mais qui sera toujours une chaînette; et si l'on fait ainsi varier d'une infinité de manières la direction de la pesanteur, dans le plan dont il s'agit, on obtiendra sur ce plan une infinité de chaînettes différentes, dont chacune aura son centre de gravité particulier; or, je dis que le lieu des centres de gravité de toutes ces courbes sera précisément la courbe demandée.

En effet, il est d'abord évident, par la nature du problème, qu'aucun des points de la courbe demandée ne saurait être intérieur à celle-là, puisqu'alors il se trouverait telle situation de la chaîne où le lieu de son centre de gravité ne se trouverait pas enveloppé par cette courbe; tout se réduit donc à prouver qu'aucun point de la courbe demandée ne peut être extérieur à la même courbe.

Or, soient A, B (fig. 2) les points de suspension de la chaîne et aGb le lieu des centres de gravité des chaînettes. Si l'un M des points de la courbe cherchée pouvait se trouver hors de aGb, on pourrait toujours assigner une direction de la pesanteur telle que le centre G de gravité de la chaînette répondant à cette direction et le point M se trouvassent dans une même verticale; il arriverait donc alors qu'il y aurait une figure à donner à la chaîne, par suite de laquelle son centre M de gravité se trouverait plus bas que le centre G de gravité de la chaînette correspondante, tandis qu'au contraire il est connu que le centre de gravité de cette dernière est le plus bas possible.

Ainsi, notre problème se trouve ramené à celui-ci: *Une chaîne uniformément pesante étant fixée par ses deux extrémités à deux* *points d'un plan mobile, mais assujetti dans son mouvement à être constamment vertical; déterminer sur ce plan le lieu du centre de gravité de cette chaîne, dans toutes les situatians du même plan.*

IV. Ce dernier problème se réduit à lui-même à *trouver le centre de gravité d'une chaînette uniformément pesante dont la longueur et les points de suspension sont donnés ?* Si, en effet, après avoir trouvé ce centre de gravité, on en rapporte la situation à la droite qui joint les points de suspension et à la perpendiculaire sur son milieu, prises pour axes; en éliminant entre ses deux coordonnées l'angle que fait la verticale avec la droite qui joint les points de suspension, l'équation résultante, en x et y, sera celle de la courbe cherchée.

Agréez, etc.