
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

**Correspondance. Lettre de M. Poncelet, capitaine du génie,
ancien élève de l'école polytechnique**

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 8 (1817-1818), p. 68-71

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1817-1818__8__68_0

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1817-1818, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

Lettre de M. PONCELET, capitaine du génie, ancien élève de
l'école polytechnique ,

Au Rédacteur des Annales ;



MONSIEUR ,

JE ne sais si ma lettre vous parviendra assez à temps pour rectifier une petite inadvertance qui m'est échappée, dans la rédaction d'un article que j'ai eu l'honneur de vous adresser, sur les lignes du second ordre, et que peut-être vous aurez déjà livré à l'impression (*). Voici de quoi il s'agit.

J'ai dit, vers la fin de cet article, qu'on pouvait prouver, *a priori*, que les côtés du polygone inscrit à la parabole de la figure 4, et qui correspondent à des angles vecteurs égaux, touchaient tous une seule et même *parabole*, différente de la première : c'est une erreur de mots, que j'ai aperçue presque aussitôt que ma lettre a été partie, et que j'aurais rectifié de suite, comme je le fais à présent, si j'en avais eu le loisir alors. La courbe en question est visiblement une *ellipse*, ayant toujours le point *f* pour foyer.

(*) C'est l'article qui commence le présent volume.

J. D. G.

J'ai

J'ai avancé aussi, dans les énoncés des deux dernières propositions de cet article, que les sections coniques, correspondant aux polygones inscrits et circonscrits à la parabole donnée, avaient pour un de leurs foyers précisément le foyer même de cette parabole. Comme je n'en ai point apporté de démonstration, il me semble qu'il vaudrait mieux supprimer, dans l'énoncé, ce qui est relatif aux foyers en question, et terminer l'article par ce qui suit.

Nous avons déduit ces deux dernières propositions de théorèmes déjà connus, afin d'être plus courts; mais nous aurions pu en donner une démonstration géométrique directe et très-simple, fondée sur des considérations particulières d'un autre genre que celles qui précèdent. Nous regrettons de ne pouvoir la rapporter ici.

En suivant toujours la marche géométrique, on démontrerait pareillement que

Les sections coniques, correspondant aux polygones inscrits et circonscrits à la parabole donnée, ont l'une et l'autre pour foyer commun le foyer même de cette parabole.

Si l'on joint, par des lignes droites, chacun des sommets du polygone circonscrit avec le foyer commun ci-dessus, ces droites renfermeront précisément les points de contact des côtés correspondans du polygone inscrit, avec la section conique que ce polygone enveloppe.

(Ici doit finir l'article).

Ces deux propositions complètent entièrement ce que nous avons à dire touchant l'analogie qui existe entre les propriétés de certains polygones inscrits et circonscrits au cercle et à la parabole.

Au reste, on pourrait étendre beaucoup les recherches qu précèdent. Nous nous bornerons à citer seulement quelques-unes des propositions auxquelles nous sommes parvenus, en faveur de la liaison intime qu'elles ont avec celles qui font le sujet de l'article dont il s'agit.

Si, autour d'un point, pris sur le périmètre d'une section conique, on fait mouvoir un angle constant, de grandeur arbitraire, dont le sommet est en ce point, et qu'on trace ensuite successivement toutes les cordes de la section qui soutendent cet angle; le système de ces cordes enveloppera une seule et même section conique, qui se réduira à un point, quand l'angle générateur sera droit ()*

Quand l'angle générateur est variable, suivant certaines lois, on trouve que la corde mobile peut tourner autour de pôles uniques, dans plusieurs cas très-remarquables. Nous renverrons, pour quelques-uns d'entre eux, au mémoire de M. Frégier (*Annales*, tom. VI, pag. 322).

Si, autour d'un point pris à volonté, dans le plan d'une section conique, on fait mouvoir un angle droit, dont le sommet soit en ce point, et qu'on trace ensuite successivement toutes les cordes de la section conique qui soutendent cet angle; le système de ces cordes enveloppera une seule et même section conique, qui se réduira à un point, quand le pôle fixe sera pris sur le périmètre même de la section conique donnée.

Cette proposition s'étend évidemment au cas où la section conique donnée serait remplacée par une circonférence de cercle; mais alors ce cas particulier est accompagné de plusieurs circonstances remarquables que voici;

La courbe sur laquelle roule la corde mobile a précisément pour foyers le pôle fixe et le centre du cercle donné.

Si, pour chaque position de la corde mobile, on mène, à ses deux extrémités, des tangentes au cercle donné; le point de concours de ces tangentes ne cessera pas de rester sur une autre circonférence de cercle, non concentrique à la première.

(*) Cette dernière remarque a déjà été faite par M. Frégier qui l'a démontrée par l'analyse (*Annales*, tom. VI, pag. 231).

Si un quadrilatère est , en même temps , inscrit à un cercle et circonscrit à un autre , les cordes qui joindront les points de contact des côtés opposés se couperont à angle droit , et précisément au point d'intersection des deux diagonales. Quand l'on viendra ensuite à déformer ce quadrilatère , il ne cessera pas de rester inscrit et circonscrit aux deux cercles dont il s'agit ; et le point où se coupent à la fois les deux diagonales et les cordes qui joignent les points de contact opposés demeurera invariable de position.

Je ne rapporte , ainsi que je l'ai déjà dit plus haut , l'énoncé de ces propositions qu'en faveur de leur analogie avec quelques-unes des premières ; si vous jugez , Monsieur , qu'elles puissent figurer à côté d'elles , quoique sans démonstration , il sera peut-être convenable d'en faire une note à part , afin de ne pas trop allonger l'article dont il s'agit (*).

Agréez , etc.

Metz , le 18 d'octobre 1817.

(*) Nous saisissons cette occasion pour demander pardon au lecteur de ce que , dans la figure 4 du mémoire cité , le tracé de la parabole a été oublié. L'erreur peut heureusement se réparer à la main avec beaucoup de facilité.

J. D. G.
