
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

**Questions résolues. Solution du problème physico-mathématique
proposé à la page 320 du VI.e volume de ce recueil**

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 7 (1816-1817), p. 30-32

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1816-1817__7_30_1

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1816-1817, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS RÉSOLUES.

*Solution du problème physico-mathématique proposé
à la page 320 du VI.^e volume de ce recueil ;*

Par un ABONNÉ.

PROBLÈME. *A quelle distance du centre d'une sphère , dont la surface est uniformément lumineuse , un point en reçoit-il la plus grande lumière possible ?*

Solution. Soient C le centre de la sphère , r son rayon , P le point cherché , et faisons $CP=z$.

Si l'on fait de P le sommet d'un cône circonscrit , ce cône aura avec la sphère une ligne de contact dont le plan divisera sa surface en deux calottes , et celle qui sera tournée vers le point P lui enverra seule de la lumière. Le plan de la base de cette calotte sera perpendiculaire à CP , et sa distance au point P sera évidemment $\frac{z^2-r^2}{z}$.

RÉSOLUES.

31

Si l'on conçoit une zone infiniment mince dont les deux bases soient perpendiculaires à CP; en appelant x la distance de l'une de ces bases au point P, sa surface sera $2\pi r dx$. Tous les points de cette zone étant à une même distance $\sqrt{r^2 - z^2 + 2zx}$ du point P, lui enverront conséquemment une même quantité de lumière; de sorte que la lumière totale reçue par le point P, de tous les points de cette zone, sera proportionnelle à son étendue divisée par le carré de la distance commune de tous ses points à ce point P. Cette lumière sera donc

$$\frac{2\pi m r dx}{r^2 - z^2 + 2zx},$$

m étant une constante relative à l'intensité de la lumière qui s'échappe de chacun des points de la surface de la sphère.

On aura donc la lumière totale reçue par le point P en intégrant cette formule, entre $x = z - r$ et $x = \frac{z^2 - r^2}{z}$; z étant regardé comme constant. On obtient ainsi

$$\frac{\pi m r}{z} \text{Log.} \frac{z+r}{z-r}, \text{ ou } \pi m r \text{Log.} \sqrt{\frac{z+r}{z-r}}.$$

Si présentement, dans cette formule, on regarde z comme variable, on voit qu'elle devient nulle en faisant z infini, et qu'elle croît sans cesse, à mesure que z décroît, et devient enfin infinie, lorsqu'on a $z = r$.

Ainsi, le point P recevra la plus grande lumière possible, lorsqu'il sera sur la sphère même. Ce résultat, contraire à ce que l'énoncé de la question paraissait insinuer, pourrait d'abord sembler paradoxal; en ce que, lorsque le point P est sur la sphère même, il n'est plus éclairé que par une calotte infiniment petite. Mais on peut remarquer que l'aire de la calotte qui éclaire le point P est en général

$$2\pi r^2 \left(1 - \frac{r}{z}\right);$$

que le carré de la distance de son pôle au point P est

$$z^2 \left(1 - \frac{r}{z}\right)^2;$$

de sorte que, lorsqu'elle se réduit à ce pôle, c'est-à-dire, lorsqu'on a $z=r$ ou $\frac{r}{z}=1$, ou enfin $1 - \frac{r}{z}=0$, la lumière reçue devient

$$\frac{2\pi m r^2 \cdot 0}{r^2 \cdot 0^2} = \frac{2\pi m}{0} = \infty,$$

du moins si m n'est point infiniment petit.

Tout ce que nous venons de dire de la lumière doit s'appliquer sans restriction à la chaleur.
