
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURÉS ET APPLIQUÉES.

GERGONNE

**Arithmétique. Sur le caractère de divisibilité des nombres
par certains diviseurs**

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 5 (1814-1815), p. 170-172

<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1814-1815__5__170_1>

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1814-1815, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>*

ARITHMÉTIQUE.

Sur le caractère de divisibilité des nombres par certains diviseurs ;

Par M. G E R G O N N E.



SOIT N un nombre entier quelconque, écrit dans le système de numération dont b est la base. Concevons qu'on ait partagé ce nombre, en allant de droite à gauche, en tranches de m chiffres chacune, sauf la dernière qui pourra en avoir moins; et soient, en allant aussi de droite à gauche, $A_0, A_1, A_2, A_3, \dots$ ces tranches, considérées comme autant de nombres isolés. On aura évidemment

$$N = A_0 + A_1 b^m + A_2 b^{2m} + A_3 b^{3m} + \dots$$

Cette équation pourra ensuite être mise sous les trois formes suivantes

$$N = b^m(A_1 + A_2 b^m + A_3 b^{2m} + \dots) + A_0. \quad (1)$$

$$\begin{aligned} N = & \{A_1(b^m - 1) + A_2(b^{2m} - 1) + A_3(b^{3m} - 1) + \dots\} \\ & + (A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + \dots) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} N = & \{A_1(b^m + 1) + A_2(b^{2m} - 1) + A_3(b^{3m} + 1) + \dots\} \\ & + (A_0 + A_1 + A_2 + \dots) - (A_1 + A_3 + A_5 + \dots). \end{aligned} \quad (3)$$

En observant que les premières parties de ces diverses expressions de N sont respectivement divisibles par b^m , $b^m - 1$, $b^m + 1$, et conséquemment par tous diviseurs de ces trois nombres, on pourra établir les propositions suivantes.

1.^o *Dans tout système de numération, le reste de la division d'un nombre quelconque par un diviseur quelconque de la m.^{me} puissance de la base du système, est le même que celui qu'on obtient en divisant sa première tranche de m chiffres à droite par ce diviseur.*

2.^o *Dans tout système de numération, le reste de la division d'un nombre quelconque par un diviseur quelconque du plus grand nombre de m chiffres est le même que celui qu'on obtient en divisant la somme de ses tranches de m chiffres par ce diviseur.*

3.^o *Dans tout système de numération le reste de la division d'un nombre quelconque par l'un quelconque des diviseurs de la m.^{me} puissance de la base augmentée d'une unité est le même que celui qu'on obtient en divisant par le même diviseur la somme des tranches de m chiffres de rangs impairs moins la somme des tranches de m chiffres de rangs pairs.*

Afin donc que la première division réussisse, dans chaque cas,

il sera nécessaire et suffisant que la seconde , plus simple , réussisse également. Voilà donc autant de caractères de divisibilité des nombres par certains diviseurs.

Ainsi , par exemple , dans notre système de numération , la divisibilité d'un nombre par 37 tiendra à la divisibilité par 37 de la somme de ses tranches de trois chiffres ; sa divisibilité par 7 dépendra de la divisibilité par 7 de la somme de ses tranches de trois chiffres de rangs impairs moins la somme de ses tranches de trois chiffres de rangs pairs.

Si l'on suppose $m=1$, on retombe sur les caractères connus de divisibilité par 2 , 3 , 5 , 9 et 11.
