ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

BRET

Correspondance. Lettre de M. Bret, professeur à la faculté des sciences de l'académie de Grenoble, au rédacteur des Annales

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 3 (1812-1813), p. 31-34
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1812-1813__3__31_1>

CORRESPONDANCE.

Lettre de M. BRET, professeur à la faculté des sciences de l'académie de Grenoble,

Au Rédacteur des Annales.

MONSIEUR ET TRÈS-CHER CONFRÈRE,

J'AI l'honneur de vous soumettre quelques remarques qui concernent deux mémoires de votre dernière livraison des *Annales*, et qui me paraissent intéressantes.

§. 1. *Sur la construction des formules qui servent à déterminer la grandeur et la situation des diamètres principaux, dans les lignes du second ordre* (*)

L'équation

$$\text{Tang}.2\alpha=-\frac{b}{a-c},$$

ou, plus généralement

$$\text{Tang}.(2\alpha+k\varpi)=-\frac{b}{a-c},$$

donne l'angle $\alpha+\frac{1}{2}k\varpi$ que fait l'axe des x'' ou des y'' avec l'axe

(*) Voyez la page 332 du 2.^{e} volume des *Annales*.

des x ; on trouve les deux angles α et $\alpha+\frac{1}{2}\varpi$; en sorte que la même formule fait connaître les directions des axes des x'' et des y''. Si α désigne l'angle que fait l'axe des x'' avec l'axe des x, il faudra porter sur cet axe des x'', à partir du centre, la valeur

$$A=\sqrt{\frac{2[bde-ae^2-cd^2-(b^2-4ac)f]}{(b^2-4ac)[(a+c)-\sqrt{b^2+(a-c)^2}]}}\ ;$$

ce résultat est vrai, si b est négatif, et il est faux si b est positif.

Soit donnée pour exemple l'équation $y^2+3xy+5x=1$.

Rappelons les formules de mon mémoire (tom. II, p. 218) ;

$$ay^2+2bxy+cx^2=P\ ,\quad gy'^2+hx'^2=P\ ,$$

$$z^2-(a+c)z+(ac-b^2)=0\ ,$$

$$\text{Sin.}2\alpha=-\frac{2b}{g-h}\ ,\qquad \text{Tang.}2\alpha=-\frac{2b}{a-c}\ .$$

En substituant, on trouve

$$z^2-6z+\tfrac{11}{4}=0\ ,\quad \text{d'où}\ \ z=\tfrac{11}{2}\ \ \text{ou}\ \ \tfrac{1}{2}\ ,$$

$$\text{Sin.}2\alpha=\frac{3}{h-g}\ ,\quad \text{Tang.}2\alpha=\tfrac{3}{4}\ ;$$

or, comme Sin.2α doit être positif, il s'ensuit que $g=\frac{1}{2}$, $h=\frac{11}{2}$; donc

$$A^2=\tfrac{2}{11}\ ,\quad B^2=2.$$

En appliquant les formules de M. Rochat, on trouve au contraire

$$A^2=2\quad ,\qquad B^2=\tfrac{2}{11}.$$

Il est donc très-important de faire attention au double signe du radical, dans les valeurs de M et N, ou dans celles de g et h ; car, sans cette précaution, on déterminerait bien exactement l'ellipse et l'hyperbole, mais très-souvent ces courbes ne seraient point situées comme elles doivent l'être, relativement aux axes primitifs des coordonnées.

§. 2.

§. 2. *Observation sur la démonstration du principe qui sert de fondement à la théorie des équations.* (*)

L'équation $Ax^n+Bx^{n-1}+\ldots\ldots=y$ établit entre les variables x, y une relation telle qu'à chaque valeur de $x=\alpha$, α', α'',.... il correspond une valeur de $y=\beta$, β', β'',..... Réciproquement, pour $y=\beta$ on doit trouver $x=\alpha$, et par conséquent, il existe une série d'opérations à faire sur $y=\beta$ et les coefficiens A, B, C,.... de manière à obtenir $x=\alpha$ ou, ce qui revient au même, on a

$$\alpha=\varphi(A\,,\,B\,,\,C\,,\ldots\ldots\beta)\;;$$

et on aura pareillement

$$\alpha'=\varphi'(A\,,\,B\,,\,C\,,\ldots\ldots\beta')\;,$$

$$\alpha''=\varphi''(A\,,\,B\,,\,C\,,\ldots\ldots\beta'')\;,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.$$

Il s'agirait donc de démontrer que les fonctions φ, φ', φ'',... sont les mêmes ou, ce qui revient au même, qu'il faut constamment exécuter sur les différentes valeurs de y la même série d'opérations pour en conclure les valeurs correspondantes de x ; il faudrait prouver en outre qu'à chaque valeur de y, non comprise dans la série β, β', β'',... il doit nécessairement correspondre une valeur de x ; or, c'est ce qui ne me paraît pas établi par le raisonnement de M. du Bourguet.

J'ai ouï dire, au surplus, que M. Gauss était parvenu à démontrer que toute équation est décomposable en facteurs réels du second degré au plus, sans supposer la décomposition en facteurs du pre-

(*) Voyez la page 338 du 2.e volume de ce recueil.

mier degré. S'il en est ainsi, le principe que M. du Bourguet a eu en vue de démontrer, se trouve être une conséquence toute naturelle de celui-là.

Agréez, etc.

Grenoble, le 7 mai 1812.