PILATTE

Deuxième solution

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 2 (1811-1812), p. 323-324
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1811-1812__2__323_1>

Deuxième solution ;

Par M. Pilatte, professeur de mathématiques spéciales au lycée d'Angers.

Par un calcul tout semblable à celui de M. Lhuilier, mais moins développé, attendu qu'il n'a pour objet que de faire connaître la forme des résultats qu'on doit en déduire ; et en prenant d'ailleurs la même inconnue ; M. Pilatte prouve que, quel que soit d'ailleurs le nombre des côtés des deux polygones, en désignant par c le contour du polygone à construire et par e l'excès de son aire sur celle du polygone donné, on aura, savoir : pour le premier problème

$$p\mathrm{Sin}.x+q\mathrm{Cos}.x=c\ , \qquad \text{(I)}$$

et pour le second

$$p\mathrm{Sin}.2x+q\mathrm{Cos}.2x+r=e\ , \qquad \text{(II)}$$

p, q, r étant des constantes, fonctions des données du problème, et qui peuvent être déterminées d'une multitude de manières différentes.

Pour les déterminer de la manière la plus simple, M. Pilatte suppose, pour le premier problème, que l'on a circonscrit au polygone donné deux polygones équiangles avec le polygone cherché ; mais dans lesquels on prend, savoir, pour le premier $x=0$ et pour le second $x=100°$; désignant par c' et c'' respectivement les contours de ces deux polygones, il obtient

$$q=c' \qquad p=c''$$

ce qui réduit l'équation (I) à celle-ci.

$$c''\mathrm{Sin}.x+c'\mathrm{Cos}.x=c. \qquad \text{(A)}$$

qui, combinée avec $\text{Sin.}^2x+\text{Cos.}^2x=1$, donnera les deux valeurs soit de $\text{Sin.}x$ soit de $\text{Cos.}x$.

Pour le second problème, M. Pilatte suppose que l'on a circonscrit au polygone donné trois polygones équiangles avec le polygone cherché (*) ; mais dans lesquels on prend successivement $x=0$, $x=50°$, $x=100°$; désignant respectivement par e', e'', e''', l'excès de l'aire de chacun de ces polygones sur l'aire du polygone donné, il obtient

$$q+r=e'\ ,\quad p+r=e''\ ,\quad r-q=e'''\ ,$$

d'où $\quad p=e''-\frac{1}{2}(e'+e''')\ ,\quad q=\frac{1}{2}(e'-e''')\ ,\quad r=\frac{1}{2}(e'+e''')$;

en conséquence, l'équation (II) devient

$$(2e''-e'-e''')\text{Sin.}2x+(e'-e''')\text{Cos.}2x=2e-e'-e'''. \qquad \text{(B)}$$

qui combinée avec $\text{Sin.}^2 2x+\text{Cos.}^2 2x=1$ donnera les deux valeurs soit de $\text{Sin.}2x$ soit de $\text{Cos.}2x$, d'où on conclura ensuite celles de x.

On peut consulter, au surplus, sur la résolution des équations (A) et (B), la page 85 de ce volume.

(*) Il est entendu qu'ici le mot *circonscrit* doit être pris dans le sens le plus général.