
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

PENJON

Deuxième solution

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 2 (1811-1812), p. 280-281

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1811-1812__2__280_0

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1811-1812, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Deuxième solution ;

Par M. PENJON , professeur de mathématiques au lycée d'Angers.

J'observerai d'abord que , pour que le problème proposé n'ait qu'une solution unique , il est nécessaire d'indiquer à laquelle des droites données de position chaque coté du polygone cherché doit être parallèle ; car autrement , m désignant le nombre des cotés du polygone donné , et conséquemment aussi le nombre des droites données de position , le nombre des solutions du problème serait $1.2.3....m$.

Soient S_1S_2 et S_2S_3 deux cotés consécutifs du polygone donné (fig. 11), et soit X_1X_2 le coté du polygone cherché qui répond à l'angle S_2 . Par S_1 soit menée S_1K_2 parallèle à celle des droites données de position à laquelle X_1X_2 doit être lui-même parallèle. Soient $S_2S_1=a_1$, $S_2K_2=b_2$ $S_2X_1=x_1$, $S_2X_2=y_2$; nous aurons

$$\frac{a_1}{x_1} = \frac{b_2}{y_2} \text{ ou } a_1y_2 = b_2x_1 ,$$

et il est clair que , si m est le nombre des cotés du polygone proposé , nous aurons m équations semblables entre les $2m$ inconnues

$$x_1 , \quad x_2 , \quad x_3 , \dots x_m ;$$

$$y_1 , \quad y_2 , \quad y_3 , \dots y_m .$$

Nous aurons de plus , entre les mêmes inconnues , m autres équations de la forme $x_1+y_1=a_1$, $x_2+y_2=a_2$, ce qui sera suffisant pour les déterminer ; et , comme ces équations sont toutes du premier degré , le problème , lorsqu'il sera possible et déterminé , n'admettra jamais plus d'une solution.

Premier exemple. Pour le triangle , les équations seront

$$a_1y_2 = b_2x_1 , \quad x_1+y_1=a_1 ,$$

$$a_2y_3 = b_3x_2 , \quad x_2+y_2=a_2 ,$$

$$a_3y_1 = b_1x_3 , \quad x_3+y_3=a_3 ,$$

d'où

d'où on tirera

$$x_1 = a_1 \frac{a_1 a_2 a_3 - b_1 a_2 a_3 + b_1 a_2 b_3}{a_1 a_2 a_3 + b_1 b_2 b_3}.$$

Deuxième exemple. Pour le quadrilatère, les équations seront

$$a_1 \gamma_2 = b_2 x_1, \quad x_1 + y_1 = a_1,$$

$$a_2 \gamma_3 = b_3 x_2, \quad x_2 + y_2 = a_2,$$

$$a_3 \gamma_4 = b_4 x_3, \quad x_3 + y_3 = a_3,$$

$$a_4 \gamma_1 = b_1 x_4, \quad x_4 + y_4 = a_4,$$

d'où on tirera

$$x_1 = a_1 \cdot \frac{a_1 a_2 a_3 a_4 - b_1 a_2 a_3 a_4 + b_1 a_2 a_3 b_4 - b_1 a_2 b_3 b_4}{a_1 a_2 a_3 a_4 - b_1 b_2 b_3 b_4}.$$

Ces résultats, dont la loi est manifeste, se construiront par des quatrièmes proportionnelles.