ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

PILATTE

Analise. Méthode nouvelle et fort simple pour la résolution de l'équation générale du quatrième degré

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 2 (1811-1812), p. 152-154
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1811-1812__2__152_1>

ANALISE.

Méthode nouvelle et fort simple pour la résolution de l'équation générale du quatrième degré ;

Par M. PILATTE, professeur de mathématiques spéciales au lycée d'Angers.

SOIT l'équation du quatrième degré, sans second terme,

$$x^4+px^2+qx+r=0. \qquad (A)$$

Soit fait $x=y+t$; il viendra, en substituant et ordonnant par rapport à y,

$$\left.\begin{array}{l} y^4+4ty^3+6t^2 \\ \quad +\ 2p \end{array}\right| \begin{array}{l} y^2+4t^3 \\ \quad +2pt^2 \\ \quad +\ q \end{array} \left| \begin{array}{l} y+t^4 \\ \ +pt^2 \\ \ +qt \\ \ +\ r \end{array}\right| =0. \qquad \text{(B)}$$

Soit fait

$$4ty^3+(4t^3+2pt^2+q)y=0\ ; \qquad \text{(C)}$$

l'équation (B) deviendra

$$y^4+(6t^2+2p)y^2+(t^4+pt^2+qt+r)=0. \qquad \text{(D)}$$

Mais l'équation (C), délivrée du facteur y, donne

$$y^2=-t^2-\frac{p}{2}t-\frac{q}{4t}. \qquad \text{(E)}$$

En substituant cette valeur et son quarré dans l'équation (D), on obtient la réduite

$$t^6+\frac{p}{2}t^4+\left(\frac{p^2}{16}-\frac{r}{4}\right)t^2-\frac{q^2}{64}=0. \qquad \text{(F)}$$

Soient t', t'', t''', $-t'$, $-t''$, $-t'''$, les six racines de cette équation, on aura, par la théorie connue,

$$\frac{p}{2}=-t'^2-t''^2-t'''^2\ ; \qquad \frac{q^2}{64}=t'^2t''^2t'''^2 \quad \text{ou} \quad \frac{q}{4}=\pm 2t't''t'''.$$

Le signe supérieur répondant à la valeur $+t'$ et l'inférieur à la valeur $-t'$.

Substituant dans la valeur (E) de y^2 en y mettant pour t l'une des trois valeurs t', t'', t''', la première par exemple, on trouvera, à cause du double signe de la valeur de $\frac{q}{4}$,

$$y=\pm(t''-t''')\ , \qquad y=\pm(t''+t''')\ ;$$

mais on a, dans le premier cas, $x=y+t'$ et dans le second $x=y-t'$; il viendra donc

$$x=+t'+t''-t''' \;;$$
$$x=+t'-t''+t''' \;;$$
$$x=-t'+t''+t''' \;;$$
$$x=-t'-t''-t''' \;.$$