Questions proposées. Problèmes de géométrie

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 1 (1810-1811), p. 126-128

<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1810-1811__1__126_1>

QUESTIONS PROPOSÉES.

Problèmes de Géométrie.

I.

ÉNONCÉ. Circonscrire à un cercle donné, un triangle qui ait les sommets de ses angles situés sur trois droites indéfinies, données de position par rapport à ce cercle ?

Remarque. Il est aisé de voir que toute la difficulté du problème consiste à trouver le point de contact du cercle donné, avec un seul des côtés du triangle cherché ; ce qu'on fera comme il suit :

Construction. Soit a, b, c, les trois côtés du triangle formé par les droites données; soit A, B, C, les sommets des angles opposés. Soit déterminé deux points α et β qui soient situés, par rapport aux droites a et b, comme il est dit à la note de la page 123; soit ensuite mené, par A et α une droite coupant a en m, et par B et β une autre droite coupant b en n; et soit enfin mené par m et n une droite coupant, en t et t', le cercle donné; si, par l'un ou l'autre de ces deux points, on mène au cercle une tangente terminée à a et b, cette tangente sera l'un des côtés du triangle cherché (1).

On propose de démontrer cette construction ?

II.

Un tétraèdre peut être coupé par un plan, qui ne passe par les sommets d'aucun de ses angles, de deux manières différentes.

1.° Trois des sommets peuvent être situés d'un même côté du plan coupant, et un seul de l'autre; ce plan coupe ainsi les trois arêtes d'un même angle trièdre, la section est triangulaire, et le tétraèdre se trouve divisé en deux nouveaux corps, dont l'un est encore un tétraèdre, tandis que l'autre est un tronc de tétraèdre, à bases parallèles ou non parallèles.

2.° Deux des sommets peuvent être situés d'un côté du plan coupant, et deux de l'autre; ce plan coupe alors deux couples d'arêtes opposées, la section est quadrangulaire, et le tétraèdre se trouve divisé en deux nouveaux corps qui sont l'un et l'autre des troncs de tétraèdres.

Si, dans l'un ou dans l'autre cas, on demande que le plan cou-

---

(1) Il résulte de l'analise du problème général, page 122, que la même construction peut être appliquée à la résolution directe de cet autre problème : *Inscrire à un cercle donné un triangle dont les côtés, ou leurs prolongemens, passent par des points donnés;* problème que M. *Lhuilier* ne résout, à l'endroit déjà cité, qu'en le ramenant à un autre qui n'est pas lui-même sans difficultés.

pant partage le tétraèdre en deux parties équivalentes, le problème sera évidemment indéterminé.

Mais, on en levera absolument l'indétermination, si l'on exige de plus que l'aire de la section soit un *minimum*.

Le problème, ainsi envisagé, n'ayant encore été résolu, jusqu'ici, que pour le seul cas de la section triangulaire (1), on propose de le résoudre pour celui où cette section doit être quadrilatère ?

III.

Deux points étant donnés, on propose de déterminer l'équation la plus générale des courbes planes qui, passant par ces deux points, sont telles que l'espace mixtiligne compris entre l'arc qui se termine à ces deux points et sa corde, soit équivalent à une surface donnée ?

(1) Voyez la *Correspondance sur l'École polytechnique*, tome 1, n.° 9, pages 346-353.