

MARCEL BRILLOUIN

Questions d'hydrodynamique

Annales de la faculté des sciences de Toulouse 1^{re} série, tome 1, n° 2 (1887), p. 33-40

http://www.numdam.org/item?id=AFST_1887_1_1_2_33_0

© Université Paul Sabatier, 1887, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de la faculté des sciences de Toulouse » (<http://picard.ups-tlse.fr/~annales/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ment. C'est probablement quand toute rotation s'est éteinte par le frottement interne considérable que se produit cette réflexion apparente.

Dans un liquide en repos complet, deux gouttes qui se suivent prennent des formes très différentes (*fig. 9*); la première s'est enroulée en spirale, la seconde s'allonge en un tube mince, l'extrémité supérieure se rétrécit, se précipite à l'intérieur de l'anneau, l'ouvre, le traverse pour s'enrouler à son tour en spirale assez serrée. Quant au premier anneau, sa spirale ne tarde pas à devenir dissymétrique, et souvent on le voit s'allonger à son tour à l'intérieur de son devancier. Le spectacle est plus curieux encore quand les anneaux se rencontrent un peu obliquement; les déformations et les enroulements se propagent alors le long de chaque anneau, au lieu de se produire simultanément. La plupart de ces phénomènes ont été très bien décrits par M. Oberbeck (1877).

Dès 1858, Helmholtz a fait remarquer qu'il se produit des anneaux-tourbillons demi-circulaires ayant leur axe dans la surface libre, lorsqu'on déplace brusquement une pelle, ou une rame peu enfoncée dans l'eau, une cuiller dans une tasse de thé. Ces demi-anneaux, dont on voit la section par la surface libre, se propagent comme les anneaux complets dans un liquide indéfini.

Dans aucun cas à ma connaissance, on n'a produit ni même observé des anneaux noués. Je ne vois pas bien comment on pourrait en produire à coup sûr.

Atomes-tourbillons.

19. Les propriétés des anneaux-tourbillons dans un liquide infini animé de vitesses continues, qui n'est soumis à aucune force extérieure, ont conduit Sir W. Thomson à l'hypothèse célèbre des atomes-tourbillons (1867). Quelle condition la notion expérimentale de l'équivalence et la loi des proportions simples imposent-elles presque invinciblement à toute hypothèse mécanique sur la constitution de la matière? L'existence d'unités de matière très petites, différentes suivant la nature chimique du corps simple, mais identiques pour un même corps, et indestructibles par tous les moyens physiques; les atomes. Les anneaux-tourbillons n'ont-ils pas toutes ces propriétés? C'est dans un milieu indéfini qu'ils sont formés, et ce milieu unique peut donner naissance à des atomes différents par la masse, par l'intensité, par le nombre des nœuds. Indestructibles, ils sont néanmoins élastiques; isolés, ils parcourraient une ligne droite; mais, quand deux anneaux passent à quelque distance l'un de l'autre, leurs routes s'infléchissent, et ils échangent une partie de leur énergie. Ces actions mutuelles fournissent les éléments d'une théorie cinétique des gaz, quand les atomes sont très écartés les uns des autres; elles se compliquent quand les distances restent petites et peuvent très bien alors rendre compte de l'état liquide ou solide. Les dimensions de l'anneau ne sont pas inva-

riables : elles croissent quand on lui communique de l'énergie ; il en est de même des vitesses qu'il produit autour de lui. Ne peut-on trouver là l'explication de la dilatation par la chaleur ? Chaque anneau peut effectuer une infinité de vibrations de deux types distincts, déformation de la section droite, flexions du tube-tourbillon ; les périodes en nombre infini sont liées aux qualités indestructibles de l'anneau et à ses dimensions actuelles : elles dépendent de la nature chimique de l'anneau et de son état, comme l'exige l'analyse spectrale. Éloignés les uns des autres, dans l'état gazeux, les anneaux ont des dimensions presque identiques ; ils vibrent librement pendant la plus grande partie de leur course : les périodes vibratoires sont donc des valeurs déterminées par les dimensions moyennes des anneaux, elles ne forment pas une série continue ; au contraire, les vibrations les plus lentes sont entièrement distinctes ; quant aux vibrations d'ordre élevé, leurs périodes sont très peu différentes et peuvent former une suite continue si les anneaux ne sont pas tous rigoureusement égaux. Si les anneaux sont plus rapprochés, les dimensions sont plus inégales, les périodes vibratoires moins distinctes, aux spectres de raies auront succédé les spectres de bandes. Enfin, dans les solides, l'entassement irrégulier des anneaux produira une répartition plus uniforme de toutes les dimensions autour de la moyenne, toutes les périodes vibratoires seront représentées, avec un ou plusieurs maxima correspondant aux périodes de la dimension moyenne. Le spectre sera continu, mais la répartition de l'éclat, non uniforme, variera avec les dimensions moyennes, c'est-à-dire avec la température.

Deux ou plusieurs anneaux qui se rapprochent suffisamment peuvent se lier l'un à l'autre et se mouvoir comme un système unique ; suivant qu'ils sont identiques ou différents par leur masse, leur intensité ou le nombre de leurs nœuds, c'est une simple transformation allotropique ou une véritable combinaison chimique qui s'est produite. La réunion est durable ou temporaire, suivant que certaines relations entre les propriétés des anneaux sont ou non satisfaites. Dans le premier cas, la combinaison est permanente et totale ; dans le second, la transformation est incomplète, limitée par les circonstances extérieures ; c'est la dissociation.

Le milieu lui-même, la matière unique, ne peut-il pas servir à la propagation de toutes les actions physiques ?

20. Dans ses traits généraux, l'hypothèse est assez séduisante pour mériter un examen approfondi, autant du moins que l'état actuel de la théorie des tourbillons peut le permettre.

Les difficultés ne manquent pas, et il importe de les signaler avec impartialité : ce sont autant de points délicats de la théorie des fluides, qui méritent d'exercer la sagacité des analystes. La première est relative à la notion de *masse* d'un petit volume du milieu contenant un assez grand nombre d'atomes-tourbillons pour que

ses propriétés dépendent seulement de l'état moyen. Deux définitions expérimentales différentes de la masse ont cours dans la Science et sont traitées comme rigoureusement équivalentes : une définition mécanique, une astronomique (1). La masse mécanique d'un groupe d'atomes est évidemment définie par la nature même de l'hypothèse; mais il n'en est pas de même de la masse astronomique. Avec les seuls atomes-tourbillons, dans un milieu liquide, les premiers termes de l'action mutuelle apparente sont en raison inverse de la quatrième puissance de la distance et dépendent en outre de tout ce qui définit les deux anneaux et leur orientation relative. Pour rendre compte de l'attraction newtonienne, Sir W. Thomson (1873) a rappelé l'hypothèse de Lesage (1782-1818) qui semble faite pour les atomes-tourbillons. Lesage se représente les particules matérielles non comme des solides pleins, mais comme de fines charpentes creuses. L'espace est supposé rempli de projectiles, extraordinairement petits par rapport aux atomes matériels, marchant en tous sens avec des vitesses prodigieuses; parmi tous ceux qui passent dans le domaine de l'atome, un nombre excessivement petit le rencontrent; ceux-là sont déviés de leur route, avec une petite diminution de leur quantité de mouvement. L'ensemble des corpuscules qui se dirigent vers l'atome possède une quantité de mouvement plus grande que ceux qui en émanent. Un autre atome exposé à leurs chocs sera donc poussé vers le premier par une force inversement proportionnelle au carré de la distance; quant à la loi des masses, elle dérivera des hypothèses faites sur la loi de perte de mouvement par le choc. Si la diminution relative de la quantité de mouvement des corpuscules par un atome est suffisamment petite, l'attraction sera proportionnelle aux masses, même pour des corps aussi gros que les astres. Imaginons maintenant que ces corpuscules soient de petits volumes très allongés, animés de mouvement tourbillonnaire, et que, dans leur rencontre avec les atomes infiniment plus grands, la perte de quantité de mouvement (n° 11) ait toujours lieu aux dépens du corpuscule : l'hypothèse de Lesage s'appliquera intégralement à la théorie tourbillonnaire.

La propagation de la lumière dans ce milieu incompressible semble d'une explication assez difficile. Pourtant, en 1878, M. Forbes a proposé d'en charger les corpuscules de Lesage, mis en vibration par les atomes-tourbillons qu'ils rencon-

(1) On cite, pour preuve de l'identité des deux définitions, l'expérience de Galilée sur les pendules simples de diverses matières, l'expérience de Newton sur la chute des corps dans le vide. Il est indispensable d'y ajouter pour les corps gazeux l'égalité de la valeur expérimentale de la vitesse du son dans l'air et de la valeur calculée au moyen de la loi de compressibilité du gaz (relation entre le volume et la pression mesurée en poids par unité de surface) et du poids spécifique employé dans les équations du mouvement comme équivalent à la densité *mécanique*. La conservation de la masse *astronomique* dans toutes les transformations connues de la matière est démontrée par les innombrables mesures faites avec la balance; je ne connais pas une expérience *directe* établissant avec *quelque rigueur* la conservation de la masse *mécanique*, d'un kilogramme d'eau par exemple, passant à l'état de vapeur. La démonstration indirecte repose sur le principe de l'identité des deux définitions de la masse regardé comme établi par les trois expériences citées plus haut et par l'accord des conséquences du principe avec l'expérience.

trent; si cette hypothèse se prête facilement à l'explication des phénomènes d'absorption, d'interférences, de polarisation, elle semble plus difficile à adapter à la réflexion et à la réfraction. La vitesse de transport de l'énergie lumineuse, égale à la vitesse de translation des corpuscules, est sensiblement indépendante du milieu, à cause de l'uniformité de l'attraction universelle, et n'a d'ailleurs aucun lien nécessaire avec le quotient de la longueur d'onde par la durée de vibration, car la vibration doit se mouvoir constamment le long du corpuscule.

D'autre part, J.-C. Maxwell a publié (*Ph. Mag.*, 1861-1862) une explication rigoureuse et complète des phénomènes électriques et magnétiques au moyen d'un milieu liquide animé de mouvements rotatoires convenables et de petits corps plongés dans ce liquide. L'hypothèse est loin d'être simple : elle semble assez difficile à relier à celle des atomes-tourbillons; mais elle fournit les lois numériques des phénomènes électriques et magnétiques et, par conséquent, celle des principaux phénomènes lumineux. On peut donc espérer, même avec un fluide incompressible unique, rendre compte un jour de toutes les actions physiques.

Quant à moi, j'aimerais mieux renoncer à l'hypothèse d'un liquide et chercher, parmi les milieux fluides et compressibles à actions élastiques tangentielles (n° 7) dans lesquels un anneau-tourbillon conserve son intensité totale, s'il n'en est pas qui, sans aucun corpuscule de Lesage, puisse rendre compte et de l'attraction newtonienne et des phénomènes physiques (1).

21. Autre difficulté dans l'hypothèse tourbillonnaire : pourquoi n'y a-t-il qu'un nombre restreint de matières distinctes, ayant des poids atomiques nettement définis ? Y a-t-il des conditions de stabilité de forme qui dépendent de la masse de l'atome ? Cela ne semble guère probable si l'on n'y ajoute quelque autre restriction, par exemple celle qu'indique J.-J. Thomson (*Motion of vortex rings*, p. 118; 1883) : l'intensité doit être la même pour tous les corps simples, afin qu'ils puissent former des combinaisons chimiques permanentes. Lorsque deux anneaux à axe circulaire s'accompagnent, tous deux oscillent autour d'une même circonférence moyenne, de rayon a , en se maintenant à une distance minimum d l'un de l'autre. L'identité des vitesses de translation fournit, entre ces quantités, les intensités I et I' et les volumes ϖ , ϖ' , une relation

$$\log(2\pi^2 d^3 a) = \frac{I \log \varpi - I' \log \varpi'}{I - I'} = \text{const.},$$

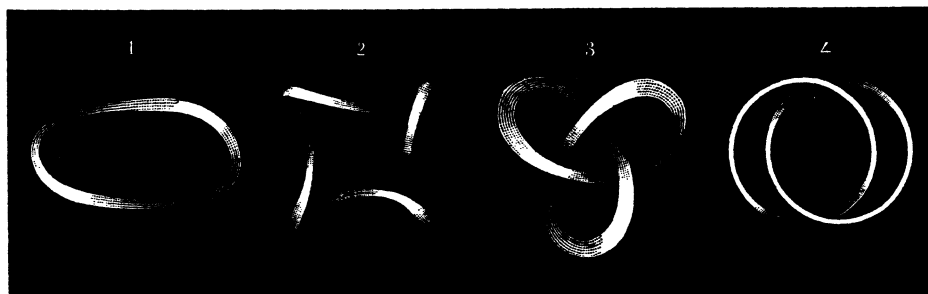
qui détermine la distance d en fonction de la circonférence, sauf dans le cas où I et I' sont égales, ainsi que ϖ et ϖ' . C'est dans ce dernier cas seulement que d et a peuvent varier arbitrairement, et que les actions même violentes ne séparent pas

(1) M. Hicks a publié, dans les *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, un essai d'explication de la gravitation des atomes-tourbillons que je n'ai pu me procurer.

les deux anneaux. Par extension pour un nombre quelconque d'atomes, J.-J. Thomson admet que la stabilité exige que l'intensité soit la même pour chacun d'eux⁽¹⁾. Mais, si les intensités sont égales, les volumes le sont aussi, et les atomes à axe circulaire, en quoi diffèrent-ils désormais ? Peut-être peut-on le découvrir dans une certaine torsion de l'anneau, qui donne à celui-ci la forme d'une sorte d'hélice à un ou plusieurs tours, enroulée sur un tore, et le rend analogue plutôt à un solénoïde fermé qu'à un courant circulaire.

Sir W. Thomson a démontré (1880) que ces formes (*fig. 10*) sont permanentes,

Fig. 10.



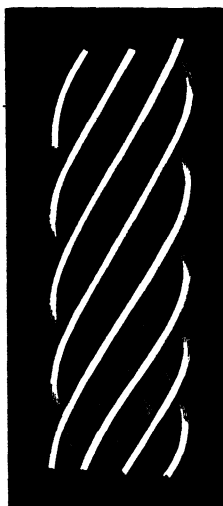
pourvu que l'anneau ait un mouvement de translation hélicoïde; mais sont-elles stables même pour les déformations qui les rapprochent de la forme circulaire? C'est une question que les travaux de J.-J. Thomson laissent pendante, et que je serais tenté de résoudre par l'affirmative. Dans l'anneau ramené à la forme circulaire, la rotation peut être oblique à la section méridienne, comme l'a remarqué M. Boltzmann (1873); c'est seulement pour le cas où la rotation est normale à la section méridienne que J.-J. Thomson a établi la stabilité de la forme circulaire; pour la rotation oblique, il est probable que la stabilité est reportée à une forme qui révèle au dehors la direction de la rotation en chaque point. Dès lors la condition pour que deux anneaux s'accompagnent devient plus compliquée; il y entre, outre les intensités, les volumes et les dimensions, deux constantes de plus, les nombres de spires. Si l'identité des intensités est encore nécessaire, la conséquence doit être qu'il existe une certaine relation entre les volumes et les nombres de spires. Les équivalents des différents corps seraient des fonctions de nombres entiers, fonctions différentes suivant le nombre des nœuds, susceptibles d'un classement périodique en séries grossièrement parallèles, comme celui de Mendelejef,

(¹) Cette conclusion me semble excessive. Les deux anneaux sont si près l'un de l'autre que les actions extérieures qu'ils subissent sont évidemment peu différentes, et, après une période de trouble, ils auront pris par les actions extérieures et leurs réactions mutuelles les dimensions liées par la constance du produit ad^2 , nécessaires pour qu'ils continuent à cheminer ensemble, surtout si l'on remarque que dans la vitesse de chacun d'eux le terme qui provient de d n'est qu'une petite fraction de la vitesse totale.

si toutefois les volumes des termes successifs de la série étaient assez différents pour correspondre aux équivalents.

22. Quoi qu'il en soit, admettons avec J.-J. Thomson que l'intensité est la même pour tous les corps, et que la seule disposition stable est celle où les sections des anneaux par un plan méridien occupent les sommets d'un polygone régulier (n° 10). Il n'y a pas d'atomes noués présentant plus de six branches parallèles (*fig. 11*). Un

Fig. 11.



atome à n branches parallèles ne peut pas s'unir à moins de n atomes simples formant un groupe unique. Les composés successifs comprennent un, deux, trois, quatre ou cinq groupes de n atomes simples (ou l'équivalent), mais pas davantage ⁽¹⁾. Si le composé est plus complexe, sa molécule est la réunion de moins de sept groupes tous équivalents. On voit en quoi cette notion diffère de la notion ordinaire d'atomicité ; elle fixe l'échelle suivant laquelle un atome multiple peut se combiner avec des atomes simples, et une capacité de saturation pour la formation d'une molécule simple. Mais la combinaison avec moins de six groupes ne laisse pas de vide à combler dans la molécule ; une molécule saturée peut entrer tout aussi bien qu'une autre comme groupe simple dans une molécule plus complexe ; il n'est point nécessaire qu'un des atomes de chaque groupe ait une *atomicité* disponible pour que les deux groupes puissent former un composé stable. Cette notion, qui joue un si grand rôle dans les représentations graphiques de la constitution moléculaire des corps par l'École atomiste, ne trouve toujours pas de représentation mécanique acceptable.

(¹) Dans cet ordre d'idées, J.-J. Thomson conclut de l'existence des composés PhH^3 , PhH^4 et CO , CO^2 , que le phosphore doit être monoatomique, comme l'hydrogène, et le carbone seulement diatomique (1883, p. 122).

23. *Théorie cinétique des gaz.* — Nous avons vu qu'en présence d'un plan indéfini un anneau n'éprouve pas de réflexion; il grandit indéfiniment. Il n'en est pas de même dans un vase fermé. Dans un cylindre à bases planes par exemple, un anneau perpendiculaire à l'axe s'approche d'une des bases en s'élargissant; son diamètre devient presque égal à celui du cylindre. Dès lors les parois latérales ajoutent leur action retardatrice à celle du fond; l'anneau s'arrête, grandit encore et remonte le long des parois à peu près comme un tourbillon rectiligne le long d'un plan; en approchant de la seconde base, il se rétrécit, se ralentit et repart suivant l'axe. Si le volume est occupé par un grand nombre de tourbillons, le mouvement de chacun d'eux est de même approximativement limité par les tourbillons voisins. Chaque tourbillon qui vient se réfléchir sur la paroi exerce sur celle-ci une impulsion totale, égale à la variation d'une quantité analogue à une quantité de mouvement: le produit $2\rho ISV$, où S désigne l'aire plane maximum limitée par l'axe fermé du tourbillon (Ch. II) et V sa vitesse de translation. Par leur grand nombre les chocs des anneaux produisent une pression uniforme et constante dont l'expression, analogue à celle de la théorie cinétique ordinaire, est $\frac{2}{3}\Sigma 2\rho ISV$ (Sir W. THOMSON, *Nature*, XXIV). Ce raisonnement n'a pas d'ailleurs la même portée que dans la théorie cinétique ordinaire, puisque la notion de pression se trouve au début de notre hypothèse. D'après J.-J. Thomson (1883), le produit de cette pression par le volume du vase est égal à un tiers de l'énergie cinétique T , diminué d'une quantité positive $\frac{1}{6}\rho\iint q_0^2 K dS$; ρ est la densité du fluide, matière unique de l'univers, K la distance de l'origine des coordonnées au plan tangent à la surface du vase le long de l'élément dS , q_0^2 la moyenne des carrés de la vitesse du fluide au même point. On obtient donc la loi de Mariotte-Gay-Lussac, avec un terme soustractif probablement petit, si la vitesse est petite sur la surface. Ce terme témoigne en faveur de la théorie actuelle; la théorie cinétique simple ne pouvait expliquer aucun écart de la loi de Mariotte; corrigée par Maxwell, pour la viscosité, par l'addition d'une répulsion en raison inverse de la cinquième puissance de la distance, elle donnait un terme additif, contraire aux résultats de Regnault (1).

24. J'ajouterai que le terme complémentaire peut être mis sous une forme très simple. D'après la nature même de la question, q_0^2 est sensiblement uniforme et constant sur la surface, et $\frac{1}{3}\iint K dS$ n'est autre chose que le volume total. On arrive donc à

$$pv = \frac{1}{3}T - \frac{1}{2}\rho q_0^2 v,$$

où T est proportionnel à la température absolue. L'intérêt d'une théorie complète

(1) Lire aussi un Mémoire récent de J.-J. Thomson: *The vortex-ring theory of gases: On the law of the distribution of energy among the molecules* (*Proc. R. S. London*, XXIX, 1885).

