

# ANNALES DE L'INSTITUT FOURIER

HENRI CARTAN

## **Allocution de Monsieur Henri Cartan**

*Annales de l'institut Fourier*, tome 37, n° 4 (1987), p. 1-4

[http://www.numdam.org/item?id=AIF\\_1987\\_\\_37\\_4\\_1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AIF_1987__37_4_1_0)

© Annales de l'institut Fourier, 1987, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'institut Fourier » (<http://annalif.ujf-grenoble.fr/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## ALLOCUTION DE MONSIEUR HENRI CARTAN

---

Je n'ai nullement l'intention de faire un « discours », contrairement à ce qu'annonçait le programme de ces journées. Je voudrais simplement évoquer ici brièvement quelques souvenirs qui, avec les années qui passent inexorablement, tendent malheureusement à s'estomper.

Ces souvenirs commencent, il est vrai, avant la naissance de Koszul. En effet, ma mère, dans sa jeunesse, avait été une amie intime de celle qui devait devenir la mère de Jean-Louis Koszul. Il arriva que ces deux amies se marièrent ; l'une épousa un mathématicien connu, l'autre un angliciste non moins connu. Malgré l'éloignement consécutif à leurs mariages, des liens d'amitié subsistèrent, qui expliquent pourquoi, lorsque beaucoup plus tard, au printemps de 1929, j'arrivai à Strasbourg comme jeune chargé de cours à la Faculté des Sciences, je fus reçu dans la famille du professeur Koszul de la Faculté des Lettres. J'ai oublié le menu du repas familial, mais je vois toujours un jeune garçonnet de 8 ans, nommé Jean-Louis, qui évoluait dans l'appartement au milieu de ses grandes sœurs. L'aînée d'entre elles était mariée à un agrégatif de mathématiques que j'avais comme élève à la Faculté. Je ne restai à Strasbourg que quelques mois et perdis donc de vue le jeune Jean-Louis.

Puisque j'ai évoqué le souvenir de ses parents, permettez-moi de nommer aussi le grand-père paternel de Jean-Louis. Je ne l'ai pas connu, certes ; mais comme directeur du Conservatoire de musique de Roubaix-Tourcoing, il joua un rôle historique, car c'est lui qui donna au jeune Albert Roussel, qui venait d'abandonner la carrière navale, les conseils décisifs qui lui permirent de devenir l'un des plus grands compositeurs de musique du début du siècle. On aura l'occasion d'en parler cette année, puisqu'on va célébrer le cinquantenaire de la mort d'Albert Roussel.

Jean-Louis Koszul avait 19 ans lorsque nos destins se rencontrèrent à nouveau. En novembre 1940, à une époque bien sombre pour la France, je venais d'être nommé à Paris, avec la mission de me consacrer aux élèves mathématiciens de l'École Normale de la rue d'Ulm. Koszul appartenait à la promotion de « conscrits » qui entrait alors à l'École. Cette promotion comprenait d'autres mathématiciens, comme Belgodère ou Godement, et aussi des physiciens et quelques chimistes, comme Marc Julia (qui suivait mes conférences) et Raimond Castaing (qui ne les suivait pas). Si l'on devait juger les élèves uniquement sur la qualité des devoirs qu'ils me remettaient (Koszul a rédigé 9 séries de problèmes), le meilleur de la promotion était sans conteste Belgodère.

Koszul fit sagement ses trois années d'École jusqu'à l'agrégation. Je ne sais si j'ose vous livrer le jugement que je portais alors sur l'agrégatif Koszul : « Esprit distingué ; réussit bien ses problèmes. Devrait se garder, à l'oral, de tendances trop systématiques : un peu moins de vues générales et abstraites, hors de saison, un peu moins de complications subtiles, d'idées baroques, un peu plus de bon sens et d'équilibre seraient souhaitables ». Il faut croire que les leçons d'agrégation du jeune Koszul s'écartaient un peu du moule habituel ; sans doute y manifestait-il déjà son tempérament d'algébriste qui analyse impitoyablement une situation.

Son goût pour l'abstraction le prédestinait-il déjà à entrer plus tard dans le groupe Bourbaki ? A ce propos, quitte à anticiper un peu sur la chronologie, je ne puis m'empêcher d'évoquer un épisode devenu légendaire chez Bourbaki. A la fin d'un de ses congrès dont j'ai oublié la date, Bourbaki décida de pressentir Koszul en vue de son entrée dans le groupe, et c'est moi qui fus chargé de cette mission ; bien sûr, on devait laisser à Koszul le temps de la réflexion. Je m'acquittai si bien de ma mission qu'aucune réponse de Koszul ne parvint. Intrigué par ce silence, Bourbaki chargea un autre de ses membres de s'enquérir de la réponse ; il apparut alors que j'avais été si peu clair que Koszul n'avait pas compris l'offre qu'on lui avait faite. Le mal fut heureusement vite réparé. Dans les discussions souvent véhémentes au sein de Bourbaki, Koszul n'était pas de ceux qui parlaient fort ; mais on apprit à l'écouter car on savait que s'il ouvrait la bouche il avait quelque chose à dire.

Mais revenons en arrière. Lorsqu'à la fin de la guerre Koszul se mit en devoir de préparer une thèse, il avait déjà choisi son sujet. Pour quelle raison est-ce à moi qu'il s'adressa pour le « guider » (soi-disant) ? Est-ce parce qu'il trouvait une inspiration dans les travaux d'Élie Cartan

sur la topologie des groupes de Lie ? Peut-être fut-il surpris de constater que le savoir mathématique ne se transmet pas nécessairement par filiation. En tout cas c'est lui qui m'incita à mieux connaître ce que mon père avait apporté à la théorie. Mais c'est en algébriste que Koszul voulait aborder les problèmes ; on sait qu'il y a parfaitement réussi. Il a aussi réussi à faire travailler son patron de thèse ; et je peux dire qu'il ne fut pas le seul dans ce cas.

Puisque je parle d'algébrisation, je voudrais rappeler que c'est Koszul qui, le premier, sut donner une formulation algébrique précise de la situation étudiée par Leray dans sa publication de 1946, et qui est devenue la théorie de la suite spectrale. Il fallait une bonne dose de perspicacité pour débrouiller ce qui se cachait derrière l'étude de Leray. A cet égard, la Note de Koszul dans les Comptes Rendus de juillet 1947 a une importance historique.

C'est à André Haefliger qu'il va revenir de parler de l'œuvre mathématique de Koszul. Qu'il me pardonne d'avoir un peu défloré son sujet, et me permette de mentionner encore à quel point les idées de Koszul ont eu une influence sur mes propres recherches dans les années qui ont suivi 1947. Je vous renvoie au texte si riche de sa conférence au Colloque de Topologie qui se tint à Bruxelles en juin 1950. Il est regrettable que la convergence, à cette époque, des recherches menées par Weil, Chevalley, Koszul et moi-même n'ait pas abouti à la rédaction d'un article donnant une exposition d'ensemble de ces recherches.

Oserai-je encore signaler que c'est dans sa conférence au Colloque de Bruxelles que Koszul introduisit la notion d'« homologie d'un S-module » ? Voici de quoi il s'agit : S désigne l'algèbre symétrique d'un espace vectoriel sur un corps K ; si M est un S-module, Koszul construit un complexe (devenu célèbre sous le nom de « complexe de Koszul ») dont les espaces d'homologie  $H_n^S(M)$  ne sont autres que les  $\text{Tor}_n^S(K, M)$  ; mais le foncteur Tor n'avait pas encore été introduit à cette époque ! Rien d'étonnant si Koszul retrouve ainsi le théorème des syzygies de Hilbert.

Je pense que d'autres que moi évoqueront le rôle d'animateur joué par Koszul dans les Universités où il a enseigné : Strasbourg et Grenoble. Il a su toujours résister à la tentation de venir à Paris, dans la maison qui s'appelait autrefois la Sorbonne ; ce ne sont pourtant pas les offres qui lui ont manqué. Il a ainsi donné un exemple qui depuis fut

heureusement suivi par d'autres. Aussi avons-nous aujourd'hui la satisfaction de constater l'existence de centres de recherche bien vivants dans plusieurs universités de province. Koszul a su attirer à Strasbourg, puis à Grenoble, d'éminents mathématiciens venant de l'étranger. Je voudrais en particulier mentionner les liens qu'il a su établir avec des représentants de l'École japonaise de Géométrie différentielle.

Pour terminer, permettez-moi de dire à Koszul que je n'oublie pas l'hommage qu'il a rendu à l'œuvre d'Élie Cartan en Géométrie différentielle lors de la célébration, à Bucarest, en 1969, du centenaire de sa naissance. Ce n'est sans doute pas un hasard si ce centenaire a aussi été célébré à Grenoble la même année. Comme toujours, Koszul s'exprima avec la discrétion et le tact que nous lui connaissons, et que nous aimons tant chez lui. C'est de tout cœur que je lui souhaite de poursuivre encore longtemps son activité, toujours pareil à lui-même.

Henri CARTAN,  
95, boulevard Jourdan  
75014 Paris (France)