

MÉMOIRES DE LA S. M. F.

GÉRARD RAUZY

Fonctions entières et répartition modulo 1

Mémoires de la S. M. F., tome 37 (1974), p. 137-138

http://www.numdam.org/item?id=MSMF_1974__37__137_0

© Mémoires de la S. M. F., 1974, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mémoires de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Memoires/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

FONCTIONS ENTIÈRES ET REPARTITION MODULO 1

par

G. RAUZY

--:--:--

Le contenu de cet exposé doit paraître dans le bulletin de la Société Mathématique de France sous le titre "fonctions entières et répartition modulo 1 (suite)" ; aussi, n'en donnons nous ici qu'un résumé des résultats.

Désignons par E_α l'algèbre des fonctions entières f , prenant des valeurs réelles sur l'axe réel et telles que :

$$\overline{\lim}_{r \rightarrow \infty} \frac{\text{Log Log } M(r)}{\text{Log Log } r} < \frac{\alpha}{\alpha-1}$$

où

$$M(r) = \sup_{|z|=r} |f(z)|, \quad \alpha > 1.$$

Le résultat principal est alors :

Si une fonction entière f appartient à E_5 et n'est pas un polynôme, la suite $(f(n))_{n \in \mathbb{N}}$ est équirépartie modulo 1.

Ce résultat est à comparer avec le contre-exemple suivant :

Si $\alpha < 2$, il existe une fonction entière f appartenant à E_α qui n'est pas un polynôme et telle que $(f(n))_{n \in \mathbb{N}}$ n'est pas équirépartie modulo 1.

Utilisant la stabilité de E_5 par les opérations $P \circ f$ et $f \circ P$ où P est un polynôme, on déduit du résultat principal les corollaires suivants :

COROLLAIRE 1. - (Mendès France) Si $f \in E_5$ et si f n'est pas un polynôme, alors pour toute suite $(m_n)_{n \in \mathbb{N}}$ à caractère presque-périodique, la suite $(f(m_n))_{n \in \mathbb{N}}$ est équirépartie modulo 1.

COROLLAIRE 2. - Si $f \in E_5$ et si f n'est pas un polynôme, alors pour tout λ réel non nul et tout entier $s \geq 0$, la suite $(\lambda(f(n), \dots, f(n+s)))_{n \in \mathbb{N}}$ de \mathbb{R}^{s+1} est équirépartie modulo \mathbb{Z}^{s+1} .

--:--:--

U.E.R. MARSEILLE LUMINY
70, route Léon Lachamp
13009 MARSEILLE