C. A. LAISANT

Sur une propriété des mouvements dus à une force centrale

Bulletin de la S. M. F., tome 31 (1903), p. 156

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1903__31__156_0>

SUR UNE PROPRIÉTÉ DES MOUVEMENTS DUS A UNE FORCE CENTRALE;

Par M. C.-A. Laisant.

Reprenant une question que j'avais traitée il y a fort longtemps, et ayant remarqué qu'elle se prêtait à une généralisation assez étendue, j'ai donné récemment, dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, une courte Note contenant une propriété des orbites fermées décrites sous l'action de forces centrales.

Depuis la publication de cette Note, j'ai remarqué que la propriété est applicable à un arc quelconque de la trajectoire (fermée ou non). Voici l'énoncé de la proposition ainsi généralisée :

Soit M_0M *un arc de la trajectoire d'un point matériel sollicité par une force centrale,* S *étant le centre des forces; considérons le centre de gravité* G *de l'arc de courbe* M_0M, *la densité en chaque point étant inversement proportionnelle à la vitesse; soit en outre* O *le centre de gravité du secteur* SM_0M; *on a* $SG = \frac{3}{2}SO$, *les trois points* S, O, G *étant en ligne droite.*

Quant à la démonstration, elle peut être présentée sous une forme qui la rend presque intuitive.

Si nous représentons en effet par M le vecteur variable SM, on peut exprimer SG par la formule

$$SG = \frac{\int M\,dt}{t},$$

l'intégration étant faite dans les limites convenables, et l'instant origine étant celui où le mobile se trouve en M_0.

De même, en appelant σ l'aire variable du secteur, son centre de gravité aura pour expression

$$SO = \frac{2}{3}\frac{\int M\,d\sigma}{\sigma}.$$

Mais, puisqu'il s'agit d'une force centrale, en vertu de la loi des aires, on a $\sigma = kt$, $d\sigma = k\,dt$, et par conséquent $SO = \frac{2}{3}SG$ ou $SG = \frac{3}{2}SO$.