PEROTT

Sur la recherche des diviseurs des fonctions entières

Bulletin de la S. M. F., tome 10 (1882), p. 250-251
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1882__10__250_0>

Sur la recherche des diviseurs des fonctions entières;
par M. Perott.

(Séance du 21 juillet 1882.)

Soit

$$f(x) = a_0 \mathrm{X}^n + a_1 \mathrm{X}^{n-1} + \ldots + a_n$$

un polynôme quelconque à coefficients entiers; il est toujours possible de trouver une limite supérieure de la moyenne arithmétique des modules des racines de l'équation

$$f(x) = 0.$$

Désignons par δ cette limite, nous aurons pour toute valeur de k

$$(1) \qquad \left|\frac{a_k}{a_0}\right| < \frac{n!}{k!\,(n-k)!}\,\delta^k,$$

car on a toujours

$$\sqrt[r]{\frac{\Sigma\,|a_{\mu_1}|\;|a_{\mu_2}|\ldots|a_{\mu_r}|}{\dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}}} \geqq \sqrt[s]{\frac{\Xi\,|a_{\mu_1}|\;|a_{\mu_2}|\ldots|a_{\mu_s}|}{\dfrac{s!(s-n)!}{n!}}}$$

pour $r < s$, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ étant n quantités quelconques.

Les coefficients des diviseurs de $f(x)$ devront nécessairement vérifier l'inégalité (1) et, par conséquent, il suffit d'essayer la division par un nombre fini de polynômes pour obtenir la décomposition de $f(x)$ en ses facteurs premiers.

On pourra réduire le nombre des tentatives à faire par les considérations suivantes :

Soient

$$f_1(x) = b_0 x^m + b_1 x^m + \ldots,$$
$$f_2(x) = c_0 x^{n-m} + c_1 x^{n-m-1} + \ldots$$

deux polynômes dont le produit est égal à $f(x)$; nous savons d'abord que b_0 et c_0 doivent être deux diviseurs complémentaires de a_0. Le choix de ces deux diviseurs une fois fixé, on obtient les coefficients b_1 et c_1 par l'équation suivante :

$$b_0 c_1 + b_1 c_0 = a'_1.$$

Cette équation donnera les valeurs de b_1 et de c_1 en fonction d'un paramètre t, sauf le *cas d'impossibilité* qui montrerait que les coefficients b_0 et c_0 ont été mal choisis. Le paramètre t ne pouvant avoir qu'un nombre fini de valeurs, il en sera de même de b_1 et de c_1. Le choix de ces deux coefficients une fois fixé, on obtiendra les coefficients b_2 et c_2 à l'aide d'une nouvelle équation indéterminée, et ainsi de suite.