

BULLETIN DE LA S. M. F.

BÉLA DE SZ. NAGY

**Sur un problème pour les polyèdres convexes
dans l'espace (n) -dimensionnel**

Bulletin de la S. M. F., tome 69 (1941), p. 3-4 (supplément)

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1941__69__s3_0>

© Bulletin de la S. M. F., 1941, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

COMMUNICATION

FAITE AU COURS DE LA SÉANCE DU 10 MAI 1939.

SUR UN PROBLÈME POUR LES POLYÈDRES CONVEXES DANS L'ESPACE n -DIMENSIONNEL;

PAR M. BÉLA DE SZ. NAGY
(Szeged, Hongrie).

Soit P un polyèdre convexe dans l'espace n -dimensionnel E_n ; on appelle une diagonale de P un segment joignant les deux sommets de P et qui n'est pas une arête.

Les simplexes S_n n -dimensionnels n'ont aucune diagonale. On peut voir sans peine que dans le cas $n \leq 3$ ce sont les seuls polyèdres convexes sans diagonales.

C'est un fait remarquable que dans les espaces dont la dimension est supérieure à 3 il y a encore d'autres types de polyèdres convexes sans diagonales.

Soit, en effet, $n = n_1 + n_2 + \dots + n_r$ une décomposition quelconque du nombre n en une somme de r nombres entiers supérieurs à l'unité. Pour $n \geq 4$ il y a évidemment toujours de telles décompositions avec $r \geq 2$. Soit O un point fixe de l'espace E_n et soient L_1, L_2, \dots, L_r des sous-espaces linéaires de E_n tels que L_i ait la dimension n_i et que tout couple L_i, L_k n'ait que le seul point O en commun. (On a alors $E_n = L_1 + L_2 + \dots + L_r$.) Choisissons dans chaque sous-espace L_i un simplexe de dimension n_i , contenant O dans son intérieur. Les sommets des r simplexes ainsi choisis déterminent un polyèdre P n -dimensionnel ayant

$$(n_1 + 1) + (n_2 + 1) + \dots + (n_r + 1) = n + r \text{ sommets.}$$

Comme $r \geq 2$, P n'est pas un simplexe. Cependant, on peut démontrer qu'il n'a aucune diagonale.

Si l'on prend en particulier la décomposition

$$n = 2 + 2 + \dots + 2$$

(lorsque n est pair), la décomposition

$$n = 3 + 2 + 2 + \dots + 2$$

(lorsque n est impair), on obtient ainsi des polyèdres convexes P

avec $n + \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$ sommets.

Est-ce qu'on peut obtenir tous les polyèdres convexes sans diagonales par le procédé indiqué? C'est un problème intéressant qui se trouve encore ouvert.
