

BULLETIN DE LA S. M. F.

P. SERGESCU

Les mathématiques à Paris au moyen-âge

Bulletin de la S. M. F., tome 67 (1939), p. 27-42 (supplément)

[<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1939__67__S27_0>](http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1939__67__S27_0)

© Bulletin de la S. M. F., 1939, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Journée du 7 juillet 1937.

Réun. intern. Math. (1937, Paris)

Bull. Soc. math. France,

Suppl. 1939, p. 27 à 42.

LES MATHÉMATIQUES A PARIS

AU MOYEN AGE

Par M. P. SERGESCU.

L'antiquité hellénique a établi les bases méthaphysiques de la Science (Pythagore, Platon, Aristote), les méthodes du raisonnement *déductif* en géométrie et astronomie (Euclide, Apollonius, Ptolémée), on a introduit des méthodes *inductives* et l'on pressentait le concept d'infiniment petit en géométrie et mécanique (Eudoxe, Archimède). Mais les mathématiciens grecs dédaignaient l'arithmétique proprement dite, la mathématique calculante. Ces différents chapitres ne se sont pas développés au même endroit, ni dans des époques contemporaines, ce qui a eu des conséquences sur le développement ultérieur des mathématiques, par le truchement des Romains et des Arabes.

Deux grandes écoles partageaient les savants grecs dans leurs attitudes devant les principes des sciences; les deux écoles ont eu leur apogée en Attique au IV^e siècle avant J.-C., Platon (429-347 avant J.-C.) demande à l'astronomie de « sauver les apparences »; la Science selon Platon ne pouvait prétendre à expliquer la nature même des choses. Mais Aristote (384-322 avant J.-C.) voulait que la science cosmologique soit établie sur des principes aprioriques, dont les conséquences soient des lois inébranlables et nécessaires de l'univers. Par ailleurs, Platon et Aristote tenaient compte de la métaphysique de la pensée scientifique hellénique : ils croyaient à une hiérarchie des formes géométriques et des mouvements. D'après eux, les astres, corps parfaits, ne pouvaient emprunter que des trajectoires parfaites, donc circulaires, en effectuant des mouvements parfaits, donc uniformes. Ce préjugé métaphysique a pesé sur l'astronomie durant des

siècles, à travers le moyen âge, à travers N. Copernic (1473-1543), jusqu'à Kepler (1571-1630). C'est ce préjugé qui a engendré les deux explications célèbres du système du monde : d'une part les sphères homocentriques d'Eudoxe de Cnide (409-356 avant J.-C.) et d'Aristote, d'autre part les épicycles et les déférents d'Hipparque (11^e siècle avant J.-C.) et de Claude Ptolémée (11^e siècle après J.-C.). Aristote établit une différence essentielle entre les astres, incorruptibles, mus par leur propre âme, et les corps sublunaires, corruptibles, soumis aux lois de la mécanique terrestre. Chaque grandeur devant être représentable matériellement par des longueurs, il s'ensuivait que l'infiniment grand n'existait pas pour Aristote. En revanche, le Stagyrite admettait la divisibilité à l'infini, d'où il tirait des arguments contre les atomes de Démocrite et de Léucippe.

La géométrie et l'astronomie se sont codifiées surtout à Alexandrie, grâce à Euclide (environ 323-283 avant J.-C.), Apollonius (environ 200 avant J.-C.), Hipparque, Ptolémée.

Archimède (287-212 avant J.-C.) vécut en Grande Grèce, c'est-à-dire en Italie, à Syracuse. Nous lui devons : la considération de méthodes infinitésimales dans le problème de la quadrature; l'expression de la longueur de la circonférence et de l'aire de la sphère, les principes de l'hydrostatique. Il représente le point de vue expérimental, inductif, tout à fait distinct des méthodes déductives d'Aristote.

Les travaux de Diophante d'Alexandrie (iv^e siècle après J.-C.) sur la théorie des nombres et l'algèbre ont été oubliés durant tout le moyen âge et nous n'aurons pas à nous en occuper ici.

Les Romains, et après eux les Arabes, se sont trouvés devant trois attitudes différentes de la mathématique grecque : 1^o les principes et les systèmes du monde des écoles d'Attique; 2^o les méthodes déductives de l'école d'Alexandrie; 3^o les faits et les résultats de l'école de Syracuse. Une synthèse de ces points de vue, méthodes et faits, le rejet des préjugés métaphysiques, auraient pu apporter des progrès immédiats de la science mathématique. Les circonstances décidèrent autrement.

L'esprit romain n'était pas favorable à la mathématique spéculative et abstraite. Hommes d'actions et de lois, grands réalisateurs et organisateurs, les Romains se sont tournés surtout vers les *applications* des mathématiques, dans l'architecture, la géodésie, etc. Ils ont dédaigné les raisonnements mathématiques, pour se servir unique-

ment des énoncés. Les auteurs latins se sont contentés d'écrire des géométries, d'après Euclide, en conservant seulement les faits, etc. Un auteur caractéristique de cet emploi excessif des énoncés seuls est Boèce (470-524) dont les traités d'arithmétique, géométrie et musique ont formé la pâture mathématique des savants de l'occident latin, durant des siècles. La renommée de Boèce était si grande que, lorsque les sculpteurs de la cathédrale de Chartres figurèrent les sept arts libéraux, ils mirent Boèce comme représentant de l'arithmétique, à côté d'Euclide représentant de la géométrie. Les travaux originaux des Romains ont trait aux mathématiques appliquées, en partant surtout des métriques de Héron, en pratiquant l'abaque, en faisant avancer la trigonométrie. Comme à cette époque il n'y avait pas des livres imprimés, mais seulement des manuscrits peu nombreux, la civilisation latine a vite fait de jeter dans l'oubli les textes grecs et, avec eux, toutes les acquisitions splendides de la mathématique hellénique.

C'est sur ces bases que devait bâtir sa science le moyen âge latin. Sa première tâche fut de rassembler les matériaux épars de la science antique, de les intégrer dans un système unitaire, de mettre d'accord l'expérience contemporaine et les exigences de la théologie chrétienne avec les principes anciens; enfin, il fallait créer des notions fondamentales qui manquaient (par exemple l'infini) et sans lesquelles tout progrès était impossible.

Le moyen âge latin rassembla d'abord les connaissances scientifiques transmises par des auteurs ou traducteurs latins, comme Macrobe, Simplicius, Boèce, etc. On aboutit ainsi au mouvement encyclopédiste des VIII^e-XII^e siècles. Isidore de Séville (570-636) rédigea les *Origines ou Étymologies*, une des plus anciennes encyclopédies scientifiques. Citons encore les encyclopédies : d'Albert le Grand (1193-1280), évêque de Cologne et de Ratisbonne et professeur à l'Université de Paris; Vincent de Beauvais (XIII^e siècle), *Speculum majus tripartitum, naturale, doctrinale, historiale*; Roger Bacon (1214-1294), *Opus majus*. La civilisation de Constantinople garda jusqu'à la chute de l'empire byzantin une certaine tradition de la science grecque; mais les manuscrits byzantins ne passèrent pas dans les couvents d'Occident, où se forgeait la nouvelle science.

A leur tour, les Arabes intervinrent dans le développement de la science du moyen âge. Les Arabes prirent connaissance assez tôt de la science grecque éparpillée à Constantinople, Alexandrie, Asie Mineure et Grèce. Ils en furent éblouis et entreprirent toute une série de tra-

ductions en arabe des textes grecs. Sous les Abassides, aux ^{viii}^e et ^{ix}^e siècles, Bagdad devint un foyer mathématique important. On y traduisit Aristote, Euclide, Ptolémée.... L'esprit arabe fut conquis par le système péripatéticien. Mais les Arabes entourèrent de moins de vénération l'œuvre d'Archimède. Ce détail a son importance car, grâce aux Arabes qui ont traversé le nord de l'Afrique et se sont installés en Espagne, l'Occident latin découvre au ^{xiii}^e siècle, l'œuvre d'Aristote, Euclide et Ptolémée, mais est moins bien renseigné sur Archimède. Il s'ensuit une tendance plus spéculative, plus abstraite, de la science à la Sorbonne, tandis qu'en Italie et à Montpellier, la Science sera plus intuitive, sous l'influence directe de la tradition archimédienne.

Les mathématiques arabes offrent une synthèse : d'un côté l'arithmétique et la trigonométrie hindoues, enrichies par l'algèbre; d'un autre côté l'héritage grec d'Aristote, Euclide, Ptolémée, auquel on a adjoint des commentaires très nombreux et profonds.

La partie calculante des mathématiques arabes eut son siège surtout dans l'école arabe orientale; les exposés et commentaires sur Aristote formèrent la prédilection des savants arabes occidentaux, établis en Espagne. Parmi eux, il faut citer le « commentateur » Averroès, de Cordoue (1120-1198). Les auteurs arabes initièrent les latins occidentaux à une grande partie de l'héritage scientifique grec. L'initiation fut aidée par les croisades, qui mirent en contact direct le monde latin avec l'Orient. Au ^{xii}^e siècle, les archevêques de Tolède constituèrent un collège pour la traduction en latin des œuvres arabes, que les juifs d'Espagne avaient mis en hébreu. Cette découverte de la science antique coïncide chronologiquement avec la création de l'Université de Paris.

Le moyen âge latin avait déjà organisé des écoles, auprès des couvents et évêchés. Alcuin (735-804) fonda l'école de Tours, célèbre au ^{ix}^e siècle, dont la tradition scientifique fut continuée au ^x^e siècle par l'école de Reims. Un des maîtres les plus connus de Reims fut Gerbert (+1003), le futur pape Sylvestre II. Les traités de Gerbert, ou bien ceux qui lui sont attribués, sur l'abaque, l'astrolabe, la géométrie, furent enseignés durant des siècles. Gerbert apporta des perfectionnements à l'emploi de l'abaque, en remplaçant le nombre des pierres qu'on mettait dans chaque colonne par des pierres marquées différemment; il préparait ainsi l'introduction des chiffres. Le ^{xi}^e siècle vit surgir la gloire de l'école de Chartres. Une correspondance entre deux élèves de Chartres, Ragimbald de Cologne et Radolf

de Liège, publiée par Paul Tannery, nous renseigne sur l'état des études mathématiques vers 1025 et sur les conséquences désastreuses de l'oubli où l'on avait plongé les démonstrations géométriques de l'antiquité. Les deux écolâtres discutent sur la définition de l'angle extérieur à un triangle, sans arriver à se mettre d'accord; mêmes tâtonnements chez un autre maître contemporain Francon de Liège, qui ne peut pas construire une moyenne proportionnelle. Au ^{xiii}^e siècle commencent à briller les écoles de Paris, autour de Sainte-Geneviève et de Notre-Dame. Différents savants, anciens élèves de Chartres, s'adonnent à la traduction des premiers textes mathématiques arabes. Adelhard de Bath traduit les *Éléments d'Euclide*; Gérard de Cremonne donne, en 1175, la traduction de l'*Almageste* de Ptolémée; Robert de Rétines.... C'est la préparation de la magnifique floraison que devait donner l'Université de Paris au ^{xiii}^e et surtout au ^{xiv}^e siècle.

Le contact de la science arabe avec la science occidentale au ^{xiii}^e siècle présente des caractères différents suivant qu'il eut lieu en Italie et dans les universités sous l'influence italienne ou à Paris et dans les universités issues de la Sorbonne. En Italie, Léonard de Pise (Fibonacci) appartenait plutôt au monde commercial tourné surtout vers les *faits* mathématiques. De ses rencontres avec les Arabes, de ses voyages en Égypte, Syrie, Sicile et Provence, Léonard rapporta une connaissance étendue de la mathématique calculante, qu'il fit connaître aux latins par son *Liber Abaci*. Il y emploie le système de position pour l'écriture, le zéro, il s'occupe de progressions arithmétiques et géométriques, de suites dont les différences secondes sont constantes; il effectue des extractions de racines carrées et cubiques. Il sent le besoin des *démonstrations*, qu'il emploie dans le *Liber Abaci*, aussi bien que dans son autre ouvrage *Practica geometriae*. En outre, il était célèbre par la solution de certains problèmes d'analyse diophantine et surtout par le calcul avec une approximation de deux unités du sixième ordre sexagésimal (neuf décimales exactes) de la racine positive de l'équation $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$. Le souvenir d'Archimède, la tradition de Fibonacci, ainsi que leur esprit purement latin, poussaient les savants d'Italie surtout vers l'étude des *faits scientifiques*, au détriment des méthodes déductives. Les écoles de Salerne ou de Bologne sont des exemples de cette tendance. En mathématiques, cela conduisit à des algébristes et des mécaniciens, comme Luca Pacioli (+ 1510), J. Cardan (1501-1576), N. Tartagali (1500-1557), Léonard de Vinci (1452-1519), pour aboutir, avec Galilée

(1564-1642) à la science moderne. Les disciples d'Allemagne des maîtres italiens, A. Riese (1489-1559), Widman von Eger (né vers 1460), J. Müller-Regiomontanus (1436-1476), ont codifié l'algèbre et ses notations, la trigonométrie.

Le développement des mathématiques fut tout autre dans l'Université de Paris. Ayant pris connaissance surtout des œuvres d'Aristote, Euclide et Ptolémée, et des commentaires des Arabes, les Parisiens n'avaient pas une connaissance ample des *faits* mathématiques. Ils se sont tournés vers les *méthodes* du raisonnement, qu'ils ont perfectionnées d'une manière vraiment remarquable. Débarrassée des difficultés qu'aurait pu amener le chaos des faits, la pensée scientifique parisienne s'est ingénée à créer les moules abstraits du raisonnement. Chose extraordinaire, l'effort seul de la pensée a réussi à découvrir quelques faits scientifiques de première importance, comme la notion de limite. En définitive, le moyen âge mathématique représente la recherche mutuelle de deux tronçons de cette science, les faits et les méthodes deductives, tronçons séparés par les circonstances historiques. Cette séparation a eu pour résultat un grand progrès du raisonnement abstrait et a préparé les moules dans lesquels la Science moderne a pu couler les faits redécouverts vers le xvi^e siècle. C'est cette préparation des moules du raisonnement, par le travail patient du moyen âge, qui a permis la floraison rapide et magnifique des mathématiques aux xvi^e et xvii^e siècles. Qui sait si la connaissance parallèle des faits et méthodes de l'antiquité n'eût retardé l'affinement du raisonnement, se demande très judicieusement M. J. Pérès, dans son *Histoire des Sciences exactes*.

L'œuvre mathématique du moyen âge parisien aux xiii^e et xiv^e siècles a été ignorée en grande partie jusqu'à la fin du siècle dernier. C'est surtout Pierre Duhem qui a déchiré le voile de notre ignorance, en nous présentant des savants de premier plan, qui ont enseigné ou étudié à Paris, et dont pourrait s'enorgueillir n'importe quelle époque.

Les savants moyenâgeux se trouvaient sous l'influence du prestige du Stagyrite, prestige accru par les commentaires élogieux des Arabes. On n'osait pas attaquer les principes du système péripatéticien, unanimement admis, même si l'expérience nouvelle faisait voir des trous dans le système. Ce n'est qu'en 1277 qu'on porte un coup important au prestige d'Aristote. Pour des raisons théologiques, l'évêque de Paris Étienne Tempier fit condamner 300 propositions péripatéticiennes; c'était à la fois une atteinte à la foi en l'infaillibilité d'Aristote et un

encouragement pour attaquer le système scientifique du Stagyrte. P. Duhem voit là « la brèche par laquelle notre mécanique et notre physique ont passé ».

Un des problèmes qui a intéressé au plus haut degré la science des ^{xiii}e et ^{xiv}e siècles fut la question de l'infini : infiniment grand, infiniment petit, limites. Aristote n'admettait pas l'existence de l'infiniment grand; la Scolastique chrétienne croyait dans la toute puissance de Dieu, donc dans sa puissance de créer l'infini. La contradiction entre la théologie et Aristote était flagrante. Saint Thomas d'Aquin (1227-1274) explique que l'impossibilité de l'existence de l'infini, dont parle Aristote, se rapporte à l'univers créé, mais pas au créateur. Un disciple de saint Thomas, Gilles Colonna ou Gilles de Rome (1247-1316), suppose que la grandeur peut être considérée de trois manières différentes : 1° en tant que grandeur, en faisant abstraction de la matière dans laquelle elle est réalisée; 2° réalisée dans une matière sans spécifier cette matière; 3° réalisée dans une matière déterminée. Les deux premiers aspects de la grandeur permettent la divisibilité à l'infini, mais pour les grandeurs réalisées dans une matière déterminée, il y a des minima naturels au-dessous desquels on ne peut pas pousser la divisibilité sans entraîner la corruption de la matière. L'existence de ces minima « naturels », expliquée dans les *Quod libeta* de Gilles, concilie l'atomisme avec les théories péripatéticiennes. Un pas en avant dans l'étude de l'infini est fait par le portugais Petrus Julianus Hispanus (1226-1277), le futur pape JEAN XXI. D'après lui, il y a deux manières d'envisager l'infini : catégorique et syncatégorique. Dans les propositions catégoriques, les termes sont considérés comme actuellement réalisés ou comme susceptibles d'être entièrement réalisés en acte : *in facto esse*. Dans les propositions syncatégoriques, les termes peuvent se réduire à l'acte toujours d'une manière incomplète, toujours avec un mélange de puissance : *in fieri*. Dès lors, une distinction devient nécessaire : ce qui est vrai au sens catégorique peut ne plus l'être au sens syncatégorique, et inversement. Ces considérations ont été développées par Walter Burley, Guillaume d'Ockam, Jean de Jandun, etc., pour arriver, au milieu du ^{xiv}e siècle, à Paris, à l'apogée des études sur l'infini. A cette époque, il y avait à Paris des professeurs célèbres : Albert de Saxe, professeur de 1350 à 1361; Thémon le fils du Juif, qu'on rencontre en 1349 comme licencié, et ensuite jusqu'en 1361 comme procureur et receveur à l'Université; Jean Buridan (1300-1360), recteur en 1327. Ils représentent un courant qu'on peut appeler finitiste, en admettant

l'infini syncatégorique, mais en niant la possibilité de l'infini actuellement réalisé. D'autres savants de la même époque admettent l'existence de l'infini actuel, catégorique, genre de transfini d'aujourd'hui. Citons, parmi ces infinitistes, Grégoire de Rimini, qui, après avoir enseigné à Paris, mourut à Vienne en 1358 comme général des Augustins; Robert Holkot (+ 1349), etc.

Albert de Saxe formule très clairement la différence entre les deux conceptions de l'infini. Voici un passage d'Albert, cité par Pierre Duhem (*Études sur Léonard de Vinci*, 2^e série, p. 23).

« Si l'on formule deux propositions semblables, mais que l'infini soit tenu pour catégorique dans l'une et pour syncatégorique dans l'autre, ces deux propositions sont radicalement hétérogènes entre elles; elles ne résultent pas l'une de l'autre; elles ne répugnent pas, non plus l'une à l'autre. La vérité de chacune d'elles doit être prouvée en soi et sans souci de la vérité de l'autre. C'est ainsi que cette proposition : le continu est infiniment divisible, n'entraîne pas cette autre : le continu peut être divisé en une infinité de parties; car en la première il s'agit d'un infini syncatégorique et, en la seconde, d'un infini catégorique. »

Albert réussit, par l'effort seul de la pensée, de créer la notion de limite, atteinte ou non atteinte. Les faits mathématiques qu'il utilise pour cette création sont extrêmement réduits, à peine connaît-il la progression géométrique de raison subunitaire, pour tout exemple de suite infinie. Voici le raisonnement : Albert considère une série de puissances actives et une série de résistances passives. Étant donnée une puissance active, il n'existe pas une résistance *maximum* parmi les résistances qu'elle peut surmonter, mais il existe une résistance *minimum* parmi les résistances qu'elle ne peut pas surmonter. Pierre Duhem cite à ce point de vue des passages très importants (*Ibid.*, p. 27).

« Soit, en effet, A la puissance active; on peut se donner une résistance qui lui soit égale et la désigner par B. Or, cette résistance est la résistance minimum parmi celles que la puissance A ne peut surmonter. La puissance A, en effet, ne peut surmonter la résistance B, car elle ne l'excède point. Mais si nous donnons une résistance quelconque inférieure à B, nous pouvons trouver une résistance supérieure à celle-là que la puissance A peut surmonter; soit, en effet, une résistance inférieure à B; on peut trouver une résistance supé-

rieure à celle-là et inférieure à B ; et comme le moindre excès suffit à déterminer le mouvement, une résistance inférieure à B étant donnée, on peut trouver une résistance supérieure à celle-là que la puissance active A surmonte. Dès lors, d'après la définition du *minimum in quod non* donnée ci-dessus, B est la résistance minimum parmi celles que A ne peut surmonter. »

Ceci revient à reconnaître que parmi les résistances que la puissance A peut surmonter il y a un minimum, limite atteinte, tandis que parmi les résistances que la puissance A peut surmonter, il n'y a pas de limite atteinte (Albert divise en deux la différence entre B et la résistance inférieure donnée, ensuite le nouvel intervalle, et ainsi de suite). Il y a toujours une résistance plus grande de la même classe, quelle que soit la résistance donnée, que la puissance A peut surmonter.

Albert emploie ces notions pour conclure à l'existence de l'infiniment grand syncatégorique et à la négation de l'infiniment grand catégorique. Voici, par exemple, son raisonnement pour montrer la possibilité de tracer une courbe de longueur infinie syncatégorique, mais non pas catégorique, sur un cylindre fini. Le raisonnement est résumé par P. Duhem (*Ibid.*, p. 44-45).

« On prendrait un cylindre fini dont on diviserait la hauteur en parties proportionnelles. [« Diviser en parties proportionnelles », selon Albert de Saxe, veut dire diviser l'entier en parties qui décroissent suivant les lois de la progression géométrique de raison $1/2$.] A la surface de ce cylindre on tracerait une spire d'hélice ayant pour pas la première partie proportionnelle de la hauteur ; on la ferait suivre d'une seconde spire d'hélice ayant pour pas la seconde partie proportionnelle de la hauteur, et ainsi de suite. On formerait de la sorte une espèce de spirale de longueur infinie. Albert de Saxe accorde bien que cette courbe, si elle était tracée, serait de longueur infinie ; mais cette courbe ne peut pas être tracée en entier ; il faudrait, en effet, pour qu'elle fût terminée, que ses spires embrassent toutes les parties proportionnelles du cylindre ; or, « il n'existe pas de parties dont on puisse dire qu'elles sont toutes les parties proportionnelles du cylindre *nullæ partes sunt omnes partes proportionales columnæ* ». Par cette argumentation, l'impossibilité de l'infiniment grand en acte se trouve rattachée à l'impossibilité de réaliser la division à l'infini du continu ; entre la théorie de l'infiniment grand

et la théorie de l'infiniment petit, elle établissait une correspondance très exacte qu'Aristote et Averroès n'avaient pas entièrement reconnue. »

Grégoire de Rimini, au contraire, accepte l'existence de l'infini catégorique, en acte. Il admet, en plus, la divisibilité à l'infini au sens actuel, catégorique, de toute grandeur continue. A l'argument d'Albert de Saxe qu'il n'y a pas de *dernière* spire de l'hélice, il répond que ceci est vrai au sens syncatégorique; mais, si l'on considère la courbe dans sa totalité, sans indiquer l'ordre des spires, il y a bien une longueur infinie actuelle.

Cette floraison des études sur l'infini commence à s'éteindre vers la fin du ^{xiv}^e siècle. Déjà Marsile d'Inghem, ancien élève de Paris, recteur de Heidelberg († 1393), ne fait plus les distinctions subtiles en ce qui concerne les limites atteintes ou non atteintes. Au ^{xv}^e siècle, dans son *Propositum de infinito*, Jean Majoris (bachelier de Paris en 1450, régent du Collège Montaigu de Paris dans la seconde moitié du ^{xv}^e siècle) nous montre les discussions peu profondes qui ont suivi les recherches d'Albert de Saxe, de Jean Buridan, ou de Grégoire de Rimini. Les disciples de ces maîtres éminents n'étaient plus à la hauteur de l'enseignement reçu. Dans un *Trilogus inter duos logicos et magistrum* (contenu dans le *Propositum*) deux élèves se plaignent à leur maître de l'aridité des sujets des cours : trop d'études sur l'infini, de discussions sur la composition du continu, etc. Un des élèves dont parle Majoris, Jean Dullaert de Gand (1471-1513) succéda à Majoris à la régence du collège Montaigu.

Les idées de l'École parisienne passèrent dans les autres universités du continent, grâce à des anciens élèves comme Marsile d'Inghem, etc. Certaines universités du nord de l'Italie commencèrent à s'en emparer au ^{xv}^e siècle. C'est ainsi que la *Summa totius philosophiae* de Paul de Venise (= Paul Nicoletti d'Udine, † 1429) régna à Padoue durant plus d'un siècle, en exposant l'enseignement de l'Université parisienne, et surtout celui d'Albert de Saxe.

On ne saurait mieux caractériser les efforts de la brillante École parisienne du ^{xiv}^e siècle en vue de la création de la notion d'infini, que par les passages suivants, dus à Pierre Duhem (*Études sur Léonard de Vinci*, 2^e série, p. 34-35 et 407).

« Ainsi, de siècle en siècle, les maîtres de l'École poursuivent l'analyse logique du concept de limite; ils préparent la voie aux mathématiciens qui devaient si prodigieusement enrichir ce concept.

Toutefois, les disciples des logiciens qui ont illustré l'École de Paris au xiv^e siècle ne gardent pas toujours la vigueur de dialectique de leurs maîtres; en leurs écrits, plus d'une distinction nécessaire s'efface, plus d'une conclusion perd de sa netteté. A Padoue, Gaëtan de Tiène enseigne, à la fin du xv^e siècle, qu'une puissance est terminée à la fois par un *maximum in quod sic* et par un *minimum in quod non*; selon que l'on considère le premier terme ou le second, on la nomme puissance ou impuissance, cette conclusion peu logique n'était même pas originale; en ce cas, comme en bien d'autres, les *Abbreviationes* de Marsile d'Inghem avaient inspiré Gaëtan de Tiène. D'ailleurs, à la fin du xv^e siècle, et plus encore au début du xvi^e siècle..., le bel esprit de l'humanisme faisait tort au sens de la logique; les subtiles distinctions sans lesquelles il n'est point de véritable rigueur, le style technique sans lequel la confusion rend la discussion impossible, semblaient insupportables à des lettrés qui faisaient profession de priser le beau langage par dessus toutes choses; un Louis Vivès (1492-1540) composait sa diatribe *In pseudodialecticos* où il déclarait que les leçons données par Jean Dullaert au Collège de Montaigu l'avaient dégoûté de la scolastique, et où il condamnait l'emploi du *style de Paris*, c'est-à-dire du langage technique. »

.....

« Il est clair qu'après Albert de Saxe nous assistons à la décadence des études logiques que l'École consacrait au problème de l'infini. Parmi les causes de cette décadence il en est une, croyons-nous, qui se laisse aisément saisir. Les maîtres du xiv^e siècle, auxquels nous devons de si profondes remarques au sujet de l'infini syncatégorique et de l'infini catégorique, étaient fort peu géomètres. Sous les discussions formelles qu'ils développaient avec une si rigoureuse subtilité, nous percevons un seul fait mathématique, et ce fait est un des plus élémentaires. Ces auteurs savent former la somme des termes d'une progression géométrique de raison fractionnaire. Ce seul théorème d'arithmétique fournit tous les exemples en lesquels leurs raisonnements viennent se particulariser. On ne saurait trop admirer la puissance intellectuelle d'hommes qui, munis d'un si faible bagage mathématique, ont su formuler avec tant de netteté et examiner avec tant de pénétration les plus essentiels des problèmes logiques que pose l'Analyse infinitésimale. »

« Mais le feu le plus vif s'éteint faute d'aliments. La Dialectique infinitésimale ne pouvait progresser sans cesse, alors qu'elle n'avait,

pour éprouver la justesse de ses conclusions, que les propriétés de la progression géométrique. Dépourvus d'exemples particuliers et précis où leur raison pût reprendre vigueur en touchant terre, les logiciens devaient voir s'alanguir par degrés la force de leur esprit; de leurs discussions, qui semblaient sans objet, les étudiants devaient se détourner peu à peu avec un dégoût croissant. La théorie de l'infini était condamnée à la décrépitude où nous la voyons au temps de Johannes Majoris. A ce moment, la Dialectique infinitésimale des Parisiens semble une machine usée, qui, avec des heurts et des grincements, tourne à vide. »

« Mais, à ce même moment, de grandes transformations s'opèrent dans le monde intellectuel. La Science des Parisiens conquiert les Italiens qui, jusque-là, lui étaient presque tous demeurés rebelles; en même temps, elle sort des Universités pour se répandre parmi les chercheurs indépendants. Léonard de Vinci est un des premiers Italiens et, aussi, un des premiers penseurs étrangers aux Facultés dont la Logique des Jean Buridan, des Grégoire de Rimini, des Albert de Saxe ravisse l'attention; mais bien d'autres le suivront. Or, ces savants italiens reçoivent, en même temps, une aide précieuse qui avait presque entièrement fait défaut à leurs précurseurs de la Sorbonne ou de la rue du Fouarre; la Science antique leur est révélée; Archimède leur enseigne comment on peut résoudre des problèmes difficiles et variés où l'idée d'infini se trouve impliquée. L'union, en l'esprit des géomètres italiens, de la Logique parisienne et de la Mathématique grecque va donner naissance à l'Analyse infinitésimale des modernes. »

Outre le problème de l'infini, d'autres questions mathématiques ont également passionné le moyen âge. Il y avait plusieurs points sur lesquels il fallait corriger les dires d'Aristote. Les savants les plus remarquables à ce point de vue furent Jordanus Nemorarius au XIII^e siècle, Albert de Saxe, Jean Buridan et Nicole Oresme au XIV^e siècle. On leur doit de grands progrès dans les principes de la mécanique et de la cosmologie. Malheureusement, ils furent oubliés au XV^e siècle.

Jordanus Nemorarius n'est pas complètement identifié; on croit que c'est Jourdan de Saxe, général des dominicains après saint Dominique. Il enseignait à Paris vers 1220. En algèbre et en géométrie, on lui doit les traités *Arismetica*, *De numeris datis*, *De triangulis*. Un autre traité, *De ponderibus*, apporte des idées neuves

en mécanique; Duhem voit en elles le premier emploi du principe des travaux virtuels. Jordanus donne une théorie moderne du levier, en s'appuyant sur le principe : « Il faut même puissance pour élever des poids différents, lorsque ces poids sont en raison inverse des hauteurs qu'ils franchissent. » En algèbre, Jordanus emploie systématiquement des lettres pour représenter les inconnues. Malgré le manque du signe $=$, ou des signes pour les opérations, son écriture constitue un progrès dans l'établissement du symbolisme algébrique. Jordanus est un des premiers savants qui considèrent en géométrie le mouvement des figures. Les œuvres de Jordanus furent célèbres au moyen âge. Dès l'apparition de l'imprimerie, Lefèvre d'Étaples les édita à deux reprises, en 1496 et en 1514. Un manuscrit anonyme d'un disciple de Jordanus traite du plan incliné.

Nous rencontrons de nouveau Albert de Saxe à propos de l'étude des centres de gravité. Dans son *De Cælo*, il étudie la figure de la Terre, qu'il admet ronde, ce qui lui permet d'énoncer des propositions susceptibles de frapper l'imagination de ses élèves, comme par exemple : « Si l'on construisait deux tours verticales, plus elles s'élèveraient, plus elles s'écarteraient l'une de l'autre. » Lorsqu'un homme se promène, à la surface de la Terre, sa tête se meut plus vite que ses pieds (Cf. P. Humbert : *Les maîtres d'une génération : P. Duhem.*) D'autre part, Albert de Saxe, en désaccord avec Aristote, envisage certains petits mouvements de la Terre.

Jean Buridan doit être compté parmi les précurseurs de la mécanique actuelle. Il reprend l'ancienne doctrine de Philopon, qui ne voulait pas admettre avec Aristote que tout mouvement était dû à l'action directe et continuelle d'une puissance motrice appliquée au mobile. Buridan affirme que c'est le mobile qui acquiert une propriété grâce à laquelle il se meut, sans être poussé par un agent extérieur. Cette propriété du mobile, appelée *impetus*, doit être proportionnelle à la quantité de matière première (masse) du mobile, et croître avec la vitesse. L'*impetus* devait devenir, plusieurs siècles plus tard, notre force vive. Buridan énonce encore une idée neuve en contradiction avec le Stagyrte, et qui est extraordinaire pour son époque. Aristote établissait une distinction essentielle entre les corps terrestres (sublunaires) et les astres. Buridan supprime cette distinction. Il applique aux astres la théorie de l'*impetus*, en écartant les âmes qui mouvaient les corps célestes dans le système péripatéticien. C'est un premier essai d'unification des lois de l'Univers, précurseur de l'analogie établie plusieurs siècles plus tard par Newton entre la

chute d'une pierre et le mouvement de la Lune. Vu le prestige dont jouissait Aristote au xiv^e siècle, l'affirmation de Buridan, qui unifiait les causes des mouvements célestes et des mouvements sublunaires, constitue un très grand mérite pour son auteur.

Le tableau des mathématiques parisiennes au xiv^e siècle doit être complété par le nom d'un des plus grands parmi ces maîtres : Nicole Oresme (environ 1323-1382), évêque de Lisieux, véritable précurseur à plus d'un point de vue. C'est le premier savant connu qui a écrit en français, et non pas en latin, un *Traité de la sphère*, d'où nous héritons les expressions actuelles de la géographie et de l'astronomie. Il traduisit en français plusieurs ouvrages d'Aristote. Dans son *Tractatus de latitudinibus formarum*, Oresme se révèle précurseur de la géométrie analytique et de Descartes; il détermine les points par leurs deux coordonnées : longitude (abscisse) et latitude (ordonnée). De plus, Oresme étudie la latitude (= fonction) des points d'une demi-circonférence. Il remarque que la latitude varie le moins au point où elle est la plus grande, ce qui revient à dire — avant la découverte de la notion de dérivée — que la dérivée est plus petite en valeur absolue au voisinage des extrema. Dans l'*Algorismus proportionum*, Oresme emploie systématiquement les exposants fractionnaires auxquels il étend les règles du calcul des exposants entiers. Et voici encore une idée fondamentale, pour laquelle Oresme peut être regardé comme précurseur. Avant Copernic, il admet l'hypothèse de la mobilité de la Terre comme base de l'explication du système du Monde. L'apparition de Nicole Oresme représente un apogée de la Science mathématique au xiv^e siècle.

Outre les travaux de mathématique théorique, le xiv^e siècle français vit aussi quelques œuvres importantes de mathématique calculante, de tables, etc. Déjà au $xiii^e$ siècle, Guillaume de Saint-Cloud donne des tables mises au point pour le méridien de Paris; il établit un calendrier pour la reine Marie de France, où il donne divers renseignements astronomiques; il indique la chambre noire pour l'étude des éclipses de Soleil. Au xiv^e siècle, Jean de Linières construit une table de sinus; il y eut aussi des tables astronomiques réduites pour Marseille ou pour Paris. Le problème du calendrier commence à être à l'ordre du jour et l'on rencontre des projets de corrections dus à Jean de Meurs, ou à Pierre d'Ailly (né en 1350, recteur de l'Université de Paris), dont le traité *De imagine mundi* fut étudié par Christophe Colomb.

Après le xiv^e siècle, si brillant par sa science, l'Université parisienne

connut une époque de décadence au xv^e siècle. Nous venons de voir, d'après P. Duhem, les causes de cette décadence.

Le xv^e siècle nous donne, néanmoins, encore un savant de valeur, précurseur de Viète et du calcul logarithmique. Ce fut Nicolas Chuquet, ancien élève de Paris, médecin à Lyon, qui acheva en 1484 un livre très important, *Triparty en la science des nombres*. Il généralise certains résultats d'Oresme (qu'il ne connaissait pas, d'ailleurs). Il remarque la correspondance qui forme la loi du logarithme du produit, en étudiant les suites des puissances de 2 et les suites correspondantes de leurs exposants; il emploie les exposants négatifs et nuls. Il introduit les signes \bar{p} et \bar{m} pour + et —. Il étend la notion de racines d'une équation aux quantités négatives, ce que l'algèbre antérieure n'avait pas fait. Pour calculer avec approximation les racines des équations, il forme la moyenne $\frac{a+b}{a'+b'}$ entre $\frac{a}{a'}$ et $\frac{b}{b'}$. Malheureusement, l'œuvre de Chuquet ne fut publiée que dernièrement, de sorte qu'elle n'a pas pu exercer l'influence qu'on était en droit d'attendre d'elle.

La décadence des sciences au xv^e siècle explique en partie l'oubli qui a couvert injustement les efforts du moyen âge. D'autre part, l'imprimerie n'existant pas encore au moyen âge, les manuscrits étaient beaucoup trop peu nombreux pour faire circuler les idées des maîtres moyenâgeux. Au moment où l'imprimerie paraît, on ne se met pas à éditer les vieux manuscrits des maîtres du xiv^e siècle; en général, on édite des textes de valeur moindre (comme *La Sphère* de Sacrobosco), ou bien des ouvrages contemporains. Tout l'intérêt est attiré vers ces productions nouvelles, d'autant plus que l'atmosphère intellectuelle du xvi^e siècle, imbuë de l'esprit de la Renaissance, ne se plaisait pas dans les études austères de la Scolastique. L'oubli vint donc assez vite. De là, il n'y avait plus qu'un pas à faire pour juger injustement les efforts, oubliés et ignorés du moyen âge. Nous arrivons ainsi à rencontrer d'étonnantes affirmations de professeurs de mathématiques du Collège Royal (= Collège de France), comme Pierre Ramus (1515-1572), qui soutint une thèse *Que tout ce qu'a dit Aristote n'est que fausseté*, et qui aimait dire qu'il préférerait les suggestions sur le calcul que lui faisaient les marchands, aux démonstrations géométriques; ou encore, comme Charpentier, qui considérait les mathématiques comme « une fange où seul un porc pouvait se complaire. »

Époque de violentes passions politiques ou religieuses; lutte

acharnée entre le Collège Royal et la Sorbonne, qui n'avait plus à ce moment des maîtres à la hauteur de ceux du xiv^e siècle, pour tenir tête au courant nouveau et pour se faire valoir. L'œuvre du moyen âge fut ensevelie dans ses ruines et dans l'oubli. Des siècles ont passé, où l'on se répétait la fable de l'ignorance du moyen âge scientifique. Les œuvres des mathématiciens parisiens du xiv^e siècle, découvertes au xx^e siècle, grâce surtout à P. Duhem, montrent que l'ignorance était de notre côté et qu'il y a encore un long travail à faire pour déterrer les vestiges de l'activité scientifique du moyen âge et pour faire revivre, dans sa vraie lumière, la vie scientifique de cette époque, brillante à plus d'un point de vue. Des savants comme L. Thorndike, Haskins, R. Steele, R. Carton, G. Sarton, etc., ont déjà tracé les directions principales des recherches à entreprendre dans ce domaine.

P. SERGESCU.

Professeur à l'Université de Cluj.
Correspondant de l'Académie Roumaine.

