

# ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'É.N.S.

GEORGES GIRAUD

## Sur certaines équations à intégrales principales

*Annales scientifiques de l'É.N.S. 3<sup>e</sup> série*, tome 54 (1937), p. 293-294

<[http://www.numdam.org/item?id=ASENS\\_1937\\_3\\_54\\_\\_293\\_0](http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1937_3_54__293_0)>

© Gauthier-Villars (Éditions scientifiques et médicales Elsevier), 1937, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales scientifiques de l'É.N.S. » (<http://www.elsevier.com/locate/ansens>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

# SUR CERTAINES ÉQUATIONS

A

# INTÉGRALES PRINCIPALES

PAR M. GEORGES GIRAUD.



Un Mémoire publié en 1934 dans ce recueil (1) contient une erreur qu'il importe de rectifier. A la page 343, la deuxième formule après (36) devrait être

$$\begin{aligned} & \int_{\mathfrak{V}} \gamma(x, a; \lambda) \gamma(a, \xi; \mu) \Omega(a) da \\ &= \frac{\gamma(x, \xi; \lambda) - \gamma(x, \xi; \mu)}{\lambda - \mu} + \frac{\gamma(x, \xi; \lambda)}{\mu} + \frac{\gamma(x, \xi; \mu)}{\lambda}. \end{aligned}$$

Comme conséquence, les raisonnements qui suivent les mots : « Mais revenons à (27) », sont inexacts. Nous résumons ici ce que devrait être cette fin de paragraphe; les démonstrations se trouveront dans un prochain travail, où ce sujet sera traité dans des hypothèses plus générales.

Il existe un certain nombre de fonctions  $\varphi_{\alpha, \beta}(x)$  et  $\psi_{\alpha, \beta}(\xi)$  [ $0 < \alpha \leq s$ ;  $0 < \beta \leq p(\alpha)$ ] telles qu'on ait

$$(38) \quad \int_{\mathfrak{V}} \varphi_{\alpha, \beta}(a) \psi_{\gamma, \delta}(a) \Omega(a) da = \begin{cases} 1 & \text{quand on a } \alpha = \gamma \text{ et } \beta = \delta, \\ 0 & \text{dans les autres cas,} \end{cases}$$

$$(39) \quad \begin{aligned} B_1(x, \xi) &= \sum_{\alpha, \beta} \varphi_{\alpha, \beta}(x) \psi_{\alpha, \beta}(\xi), \\ B_2(x, \xi) &= \sum_{\alpha} \sum_{\beta < p(\alpha)} \varphi_{\alpha, \beta}(x) \psi_{\alpha, \beta+1}(\xi); \end{aligned}$$

---

(1) *Ann. Éc. norm. sup.*, t. 51, 1934, p. 251 à 372; spécialement Chap. III, § 9.

bien entendu, dans l'expression de  $B_2$ , il n'y a aucun terme qui corresponde aux valeurs de  $\alpha$  pour lesquelles l'entier  $p(\alpha)$  serait égal à un;  $B_2$  est donc nul si  $p(\alpha)$  a toujours cette valeur. Les autres  $B_n$  se trouvent par itération du noyau  $B_2$ , car  $\gamma(x, \xi; \lambda) - B_1(x, \xi)\lambda^{-1}$  est un noyau résolvant. L'ordre  $p$  du pôle de  $\lambda^2 N$  pour  $\lambda$  infini <sup>(1)</sup> est le plus grand des entiers  $p(\alpha)$ . On constate les identités

$$(40) \quad \int_{\mathfrak{V}} \psi_{\alpha, p(\alpha)}(a) G(a, \xi) \Omega(a) da = \int_{\mathfrak{V}} G(x, a) \varphi_{\alpha, 1}(a) \Omega(a) da = 0.$$

On a d'ailleurs aussi

$$\int_{\mathfrak{V}} [A_0(x, a) - \sum_{\alpha, \beta} \varphi_{\alpha, \beta}(x) \psi_{\alpha, \beta-1}(a)] G(a, \xi) \Omega(a) da = \sum_{\alpha} \varphi_{\alpha, 1}(x) \psi_{\alpha, 1}(\xi),$$

où le premier membre ne contient pas les entiers  $\alpha$  pour lesquels on aurait  $p(\alpha) = 1$ ; on en déduit que toute solution de (31) est comprise dans la formule

$$(41) \quad \rho(x) = - \int_{\mathfrak{V}} [A_0(x, a) - \sum_{\alpha, \beta} \varphi_{\alpha, \beta}(x) \psi_{\alpha, \beta-1}(a)] \times f(a) \Omega(a) da + \sum_{\alpha} C_{\alpha} \varphi_{\alpha, 1}(x),$$

où les  $C_{\alpha}$  sont des constantes; en portant cette valeur dans (31), on trouve les conditions

$$(42) \quad \int_{\mathfrak{V}} \psi_{\alpha, p(\alpha)}(a) f(a) \Omega(a) da = 0,$$

qui sont nécessaires et suffisantes pour la compatibilité de (31); si ces conditions sont remplies, toutes les fonctions (41) satisfont à (31). En résumé :

*Si  $\lambda = \infty$  est un pôle de  $\lambda^2 N$ , les équations homogènes qui correspondent à (31) et à l'équation associée (36) ont un même nombre positif de solutions linéairement indépendantes.*

*Les conditions nécessaires et suffisantes pour la compatibilité de (31) sont alors que  $f$  soit orthogonal à toutes les solutions de l'équation homogène associée.*

---

(1) Et non l'ordre du pôle de  $N$ , comme s'exprimait le passage ici corrigé.