ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'É.N.S.

ALFRED ANGOT

Recherches expérimentales d'électricité statique

Annales scientifiques de l'É.N.S. 2e série, tome 3 (1874), p. 253-304
<http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1874_2_3__253_0>

© Gauthier-Villars (Éditions scientifiques et médicales Elsevier), 1874, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales scientifiques de l'É.N.S. » (http://www.elsevier.com/locate/ansens) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES

D'ÉLECTRICITÉ STATIQUE.

PAR M. ALFRED ANGOT,

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE NORMALE, AGRÉGÉ DE L'UNIVERSITÉ,
PRÉPARATEUR DE PHYSIQUE AU COLLÉGE DE FRANCE.

INTRODUCTION.

L'objet premier de ce travail était l'étude des phénomènes électrostatiques qui se présentent aux deux pôles d'une pile complétement isolée. Cette étude pouvait offrir quelque intérêt par ce fait que la théorie donnée par Biot, et qui n'avait encore été contrôlée par aucune expérience, se trouve maintenant en désaccord avec une théorie nouvelle, basée sur les principes que l'emploi du potentiel a introduits dans l'étude de l'électricité.

Mais, dans ce nouveau genre d'études, les travaux mathématiques ont précédé de beaucoup les recherches expérimentales, dont le nombre est très-restreint. Il m'a donc fallu, avant de pouvoir aborder le sujet principal, traiter un certain nombre de questions accessoires indispensables, ce qui m'a forcé à remettre à un second travail l'étude de la pile et à me borner pour le moment aux recherches expérimentales préliminaires.

Comme les idées qui m'ont guidé sont peu répandues en France, au moins dans l'enseignement, je crois utile de rappeler tout d'abord quelques définitions indispensables pour l'intelligence de ce qui doit suivre.

1° *Quantité d'électricité.* — Si l'on électrise simultanément deux sphères conductrices isolées et égales, puis qu'on vienne à les séparer, comme rien ne peut distinguer l'une de l'autre, elles posséderont des

quantités égales d'électricité. De plus, si l'on vient à réunir sur l'une des sphères toute l'électricité qui se trouvait sur les deux, cette sphère possédera une quantité d'électricité double de la précédente. On peut donc parler de *quantités d'électricité* comme de *quantités de chaleur*, et cela quelles que soient les hypothèses que l'on adopte pour se rendre compte des phénomènes électriques ou calorifiques.

En vertu des lois de Coulomb, la force qui s'exerce entre deux éléments électrisés est proportionnelle aux quantités d'électricité qu'ils possèdent, et en raison inverse du carré de leur distance. On prendra donc comme unité de quantité d'électricité la quantité qui, concentrée en un point, et agissant sur une quantité égale concentrée en un autre point situé à une distance égale à l'unité, exercera sur ce point une action égale à l'unité de force.

Quant à l'unité de force, elle dépend des unités de masse, de longueur et de temps. Pour la première et la dernière il n'y a guère de difficulté, et l'on est généralement convenu de prendre pour unité de temps la seconde, et pour unité de masse celle du gramme, ou, plus exactement, celle de 1 centimètre cube d'eau distillée à la température de son maximum de densité.

Pour l'unité de longueur, il y a plus de divergence dans les opinions : nous adopterons l'unité choisie par le comité de l'Association britannique, le centimètre, de sorte que l'unité de force sera la force qui, agissant sur 1 gramme de matière pendant une seconde, lui imprimera une accélération de 1 centimètre par seconde. Avec ces unités, le poids de 1 gramme à Paris vaut 980,88 unités de force.

2° *Densité et épaisseur électriques.* — L'électricité ne se manifestant qu'à la surface des corps conducteurs, on a été conduit à la représenter par une couche qui les recouvrirait ; comme la distribution ne se fait pas d'une manière uniforme sur toute la surface, cette couche peut avoir soit une épaisseur constante et une *densité* variable, soit une densité constante et une *épaisseur* variable. De là les mots de *densité* et d'*épaisseur électriques* en un point, mots qui ont même signification et sont employés indifféremment pour désigner le rapport de la quantité d'électricité qui existe sur une surface à cette surface elle-même, quand ses dimensions sont telles que l'électricité puisse y être considérée comme distribuée uniformément.

Potentiel. — Si l'on considère un point M soumis à l'influence de masses électriques m, m', m'',... concentrées en des points situés respectivement à des distances r, r', r'',... du point M, on appelle *potentiel* des masses électriques sur le point M l'expression

$$V = \sum \frac{m}{r}.$$

Cette fonction, purement mathématique à l'origine, a été employée pour la première fois par Laplace, mais surtout par Gauss, qui lui a donné son nom. Plus tard, entre les mains de Green, de Clausius et de Thomson, elle a servi à établir toute la théorie de l'électricité.

Ce n'est pas ici le lieu d'insister sur ses différentes propriétés, qui ont, du reste, été exposées plusieurs fois d'une façon simple et élémentaire (1). Il me suffit de rappeler les points suivants.

Quand un corps conducteur électrisé est en équilibre, le potentiel de toute l'électricité qu'il possède est constant sur un point quelconque de son intérieur. Ce potentiel se nomme alors, pour abréger, *potentiel du corps :* il est proportionnel à la quantité totale de l'électricité (2); on peut donc poser

$$V = \frac{M}{E}, \tag{1}$$

E étant une constante qui dépend de la forme du corps.

---

(1) Voir, *Journal de Physique*, t. I (1872), les articles de M. Cornu, p. 7, 87, 241, et de M. Potier, p. 145 et 217.

(2) En effet, considérons une série de points faisant partie d'un même corps conducteur, possédant des masses électriques m, m', m'',..., et situés à des distances r, r', r'',... d'un point P. Le potentiel des masses électriques sur le point P sera

$$V = \frac{m}{r} + \frac{m'}{r} + \ldots.$$

Si l'on change la quantité totale d'électricité du corps, qu'on la rende, par exemple, K fois plus grande; comme sur un même corps la distribution électrique se fait toujours de la même façon, les masses électriques des différents points seront devenues respectivement Km, Km', Km'',..., et le nouveau potentiel des masses électriques au point P sera

$$V' = \frac{Km}{r} + \frac{Km'}{r'} + \ldots = KV.$$

Le potentiel est donc bien proportionnel à la quantité totale d'électricité que possède le corps.

Si le corps est une sphère de rayon R, possédant une quantité d'électricité M, son potentiel au centre, et par suite dans tout l'intérieur est $V = \frac{M}{R}$; il est égal à 1 pour $M = 1$ et $R = 1$. Nous prendrons donc pour unité de potentiel le potentiel d'une sphère d'un rayon égal à l'unité, et chargée d'une quantité d'électricité égale à l'unité.

Capacité électrique. — Considérons maintenant un corps conducteur chauffé et en équilibre de température; pour élever sa température de T degrés, il faut lui donner une quantité de chaleur Q, et l'on a

$$T = \frac{Q}{C}, \tag{2}$$

C étant la capacité calorifique du corps.

On voit que l'équation d'équilibre électrique (1) a une grande ressemblance avec celle d'équilibre calorifique (2), ce qui a fait donner à la constante E le nom de *capacité électrique du corps*. C'est la quantité d'électricité nécessaire pour faire acquérir au corps un potentiel égal à l'unité, de même que la capacité calorifique est la quantité de chaleur nécessaire pour échauffer le corps de 1 degré.

La seule différence qu'il ne faut pas oublier de signaler est que, pour des corps semblables, la capacité calorifique croît comme le cube des dimensions homologues, tandis que la capacité électrique est simplement proportionnelle à ces dimensions. En effet, si les deux corps sont semblables et possèdent des couches électriques distribuées semblablement, les quantités d'électricité qu'ils possèdent sont proportionnelles au cube des dimensions homologues : donc le potentiel $V = \sum \frac{m}{r}$ est proportionnel au carré de ces mêmes dimensions, et par suite la capacité $E = \frac{M}{V}$ varie comme le rapport de similitude.

Comme pour une sphère on a $V = \frac{R}{M}$, la capacité d'une sphère est exprimée par le même nombre que son rayon, quelles que soient les unités adoptées. L'unité de capacité sera donc pour nous la capacité d'une sphère de 1 centimètre de rayon.

L'analogie que nous avons signalée plus haut entre les mots *quantité de chaleur* et *quantité d'électricité*, *température* et *potentiel*, *capacité*

calorifique et *capacité électrique*, se poursuit beaucoup plus loin, ainsi que l'a montré Sir W. Thomson. Tous les problèmes d'équilibre électrique peuvent se traiter absolument par les mêmes équations que ceux d'équilibre calorifique et de calorimétrie. Il me suffit de citer l'exemple suivant :

Deux corps de capacités électriques e et e', aux potentiels v et v', sont mis en communication par un long fil. Ils arrivent à un potentiel final V.

La quantité d'électricité perdue par le premier est $(v - V)e$, celle gagnée par le second est $(V - v')e'$; on a donc

$$(V - v')e' = (v - V)e,$$

d'où

$$V = \frac{ve + v'e'}{e + e'}.$$

Mais le premier corps possédait une quantité d'électricité $m = ev$; le second, $m' = e'v'$; donc

$$V = \frac{m + m'}{e + e'}.$$

Deux corps de capacités calorifiques c et c', aux températures t et t', sont mis en contact, ou mieux mélangés. Ils arrivent à une température finale T.

La quantité de chaleur perdue par le premier est $(t - T)c$, celle gagnée par le second est $(T - t')c'$; on a donc

$$(T - t')c' = (t - T)c,$$

d'où

$$T = \frac{tc + t'c'}{c + c'}.$$

Mais le premier corps possédait une quantité de chaleur $q = ct$; le second, $q' = c't'$; donc

$$T = \frac{q + q'}{c + c'}.$$

Ce mode de raisonnement, d'une clarté et d'une simplicité remarquables, est dû à Thomson [1]. C'est lui que nous emploierons exclusivement par la suite, car il facilite singulièrement l'étude de l'électricité.

Tension. — Le mot de *tension*, fort usité d'habitude en électricité, nous a paru d'un emploi dangereux. Ce mot, en effet, est employé au moins dans trois sens absolument différents, sans que, le plus souvent, on prenne la peine de le définir.

Dans son sens le plus habituel en électricité statique, il est synonyme de densité électrique, mot qui est meilleur que celui de tension, et qui doit certainement lui être préféré.

Souvent il sert à désigner la pression que l'électricité accumulée en un point exerce sur la couche d'air en contact qui s'oppose à son départ; dans cette acception, il désigne une quantité proportionnelle au

(1) *Voir* THOMSON, *Reprint of Papers on Electrostatics. On the uniform motion of heat*, p. 1; *On the electrostatical Capacity of a Leyden phial*, etc., p. 51.

carré de la densité, et si l'on veut conserver le mot *tension*, c'est dans ce sens seul qu'il faudrait le faire.

Enfin, quand il est question de piles, le mot *tension* se prend souvent pour désigner leur force électromotrice; il est alors absolument synonyme de *potentiel*.

Pour ces causes, nous rejetons absolument dans tout ce qui suit le mot *tension*, et nous ne nous servirons que des mots *quantité d'électricité*, *potentiel* et *densité*, mots qui n'ont jamais été employés que dans une seule acception, et dont le sens parfaitement défini ne peut donner lieu à aucune ambiguïté.

I. — *Méthode d'observation. Appareil de mesure.*

1. *Construction et usage de l'électromètre.* — L'instrument qui a servi à toutes mes recherches est une forme simplifiée de l'électromètre à quadrants de M. Thomson [1], proposée et employée par M. Branly [2].

Il se compose de quatre quadrants A, B, A′, B′, disposés dans un même plan horizontal, au-dessus desquels se meut une aiguille de métal en forme de 8, suspendue à un fil d'argent. Au-dessous, l'aiguille se prolonge par une petite tige verticale portant un miroir qui servira à mesurer les déviations par la méthode de la réflexion. Le tout est renfermé dans une cage carrée en glaces, surmontée, à la manière des balances de Coulomb, d'une cheminée en verre, sur laquelle vient s'adapter le tambour qui porte la pince du fil de torsion. Cette pince est elle-même terminée par une vis qui permet de la relever ou de l'abaisser, de façon à faire varier à volonté la distance de l'aiguille aux secteurs.

Pour les expériences, on réunit les secteurs deux à deux en diagonale, de manière à en former deux paires qu'on électrise de signes contraires, et dont les actions sur l'aiguille sont alors concordantes.

On peut se servir de cet appareil de deux façons différentes :

1° On donne à l'aiguille une charge constante, et l'on fait commu-

---

(1) Thomson, *Reprint of Papers of Electrostatics*, p. 260.

(2) Branly, *Annales de l'École Normale* (1873), p. 209.

niquer les deux paires de secteurs avec deux corps dont on veut mesurer la différence de potentiel : c'est ainsi qu'a opéré M. Branly, et qu'on se sert habituellement de l'électromètre de Thomson. Ce procédé est, du reste, particulièrement commode quand on étudie des sources

Fig. 1.

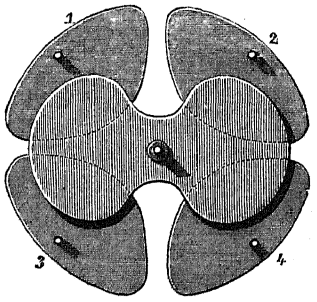
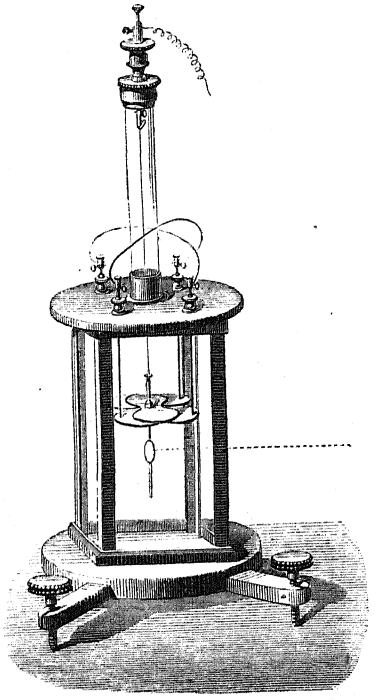


Fig. 2.



d'électricité, c'est-à-dire des corps comme la pile, qui jouissent de la propriété de maintenir entre deux de leurs points une différence de potentiel constante.

2° On peut donner des charges permanentes, égales et de signes contraires, aux deux paires de secteurs, et mettre l'aiguille en communication avec le corps qu'on étudie par l'intermédiaire du fil de torsion et d'un long fil de métal. Cette disposition est celle dont je me suis exclusivement servi, et c'est elle qu'il est le plus commode d'employer quand on veut étudier des corps conducteurs chargés d'une quantité limitée d'électricité. Elle permet de déterminer soit la charge du corps, soit sa capacité électrique, soit le potentiel auquel il se trouvait.

En effet, soient V le potentiel du corps, C sa capacité, E celle de l'électromètre. En mettant l'électromètre en communication lointaine avec le corps, le système prend un potentiel v, et l'on observe une déviation δ.

Le potentiel final étant v, l'électromètre a reçu une quantité d'électricité égale à Ev et proportionnelle à δ, tant que les déviations ne sont pas trop grandes, et comme nous le démontrerons plus loin. D'autre part, la quantité d'électricité perdue par le corps est $(V - v)C$; on a donc

$$(V - v)C = vE = K\delta, \quad \text{d'où} \quad K\delta = VE\frac{C}{E + C}.$$

Si maintenant on observe la déviation δ_0 de l'électromètre quand on le met en communication avec une source au potentiel V, on a

$$K\delta_0 = VE, \quad \text{d'où} \quad \frac{\delta}{\delta_0} = \frac{C}{E + C},$$

équation d'où l'on peut déduire C ou la charge initiale du corps CV.

Il reste maintenant à donner quelques détails pratiques qui peuvent être utiles à ceux qui devront se servir de cet appareil ou d'autres analogues.

On mesure généralement les déviations par la méthode de la réflexion, en examinant avec une lunette les déplacements de l'image d'une règle divisée, placée à environ 2 mètres de l'appareil. L'image est renvoyée par un petit miroir plan suspendu à l'aiguille de l'électromètre.

Cette manière d'opérer présente de nombreux inconvénients.

Il est presque impossible d'obtenir un miroir suffisamment plan, surtout avec des dimensions aussi petites que celles qui conviennent à l'appareil; de plus, la lunette est toujours plus ou moins affectée d'astigmatisme; enfin l'image qu'on observe provient de rayons qui ont dû traverser deux fois la glace qui ferme la cage. Pour toutes ces causes, l'image est généralement assez confuse, et il est bien difficile de mettre au point en même temps les divisions de l'échelle et les numéros de ces divisions. On évitera tous ces inconvénients en substituant au miroir plan un miroir concave, et en plaçant la règle divisée au centre de courbure du miroir, un peu au-dessous de l'axe. On obtient

ainsi dans le même plan vertical, et un peu au-dessus de l'axe, une image réelle égale à l'objet, et qui est très-bonne, quand même le miroir serait un peu défectueux. On sait, en effet, qu'au centre de courbure on est dans la position du minimum d'aberration.

Comme règle divisée, on pourra prendre une échelle micrométrique au cinquième ou au dixième de millimètre, dont on observera l'image avec un microscope. La règle dont je me servais était au cinquième de millimètre, et on la regardait avec un microscope grossissant cinquante fois. Le cinquième de millimètre paraissait donc comme 1 centimètre à la distance de la vision distincte; on pointait le dixième de division; mais on voit qu'on aurait pu facilement le faire encore avec une règle au dixième de millimètre.

On pourra se construire facilement un micromètre de la manière suivante. On prend une lame de verre, dépolie d'un seul côté; on promène la face polie dans la flamme d'un appareil de Marsh, de façon à la recouvrir d'une légère couche d'arsenic. C'est sur cette couche, qui est d'une préparation et d'un maniement bien plus commodes qu'une couche d'argent, qu'on tracera la graduation à la machine à diviser. Après avoir inscrit les numéros, on recouvre l'arsenic de vernis photographique. On dispose alors derrière cette échelle un petit miroir à 45 degrés, qui y renvoie la lumière d'une lampe placée à distance, et produit sur la face dépolie un éclairement uniforme.

L'image se présente alors sous forme de traits brillants se détachant sur un fond noir, et, malgré l'emploi du microscope, elle est encore infiniment plus brillante que l'image qu'on obtient d'habitude avec une échelle sur papier et une lunette. Les observations sont, de la sorte, beaucoup plus faciles et moins fatigantes pour la vue, et comportent une précision plus grande dans les pointés.

Ajoutons que, si la glace qui forme l'appareil était défectueuse, ce qui pourrait troubler les images, il n'y aurait qu'à prendre un miroir concave dont le centre de courbure fût précisément sur la cage; c'est sur la partie intérieure de celle-ci qu'on appliquerait le micromètre, et l'image serait alors soustraite à toute influence perturbatrice.

Une cause de perte de temps dans l'emploi de l'électromètre, tel qu'il a été décrit, est la persistance des oscillations, due principalement à la forme même de l'aiguille, qui lui donne un grand moment

d'inertie. Ces oscillations sont de deux sortes : les unes horizontales, provenant de la torsion du fil qui se détord en oscillant autour de sa position d'équilibre; les autres se produisent toutes les fois qu'une trépidation ou un choc vient ébranler l'appareil : le fil et l'aiguille se mettent alors à osciller dans un plan vertical, comme un pendule. Il suffit du plus petit mouvement pour produire ces oscillations, et elles rendent toute mesure impossible pendant longtemps. On évitera cet ennui en fixant verticalement à l'aiguille, dans le prolongement de l'axe, une petite tige de verre portant une lame de platine qui va plonger dans de l'acide sulfurique. Cette disposition amortit beaucoup les oscillations horizontales, et détruit presque immédiatement les oscillations verticales. On vérifiera, du reste, que la présence de cette palette ne diminue en rien la précision des mesures, par ce fait que l'appareil revient toujours rigoureusement à son zéro.

La seule précaution à prendre est de faire plonger la palette de platine en entier dans l'acide sulfurique; si elle était coupée par le niveau de l'acide, il se formerait tout le long de la ligne de contact un grand ménisque qui changerait de forme pendant le mouvement et pourrait apporter des perturbations. La présence de l'acide sulfurique a, en outre, l'avantage de bien dessécher l'air de la cage, qu'il sera commode de munir d'une porte pour faciliter le renouvellement de l'acide.

Pour éviter l'influence que les corps voisins, électrisés ou non, pourraient exercer sur l'électromètre, il sera prudent d'entourer l'appareil d'écrans conducteurs en communication avec le sol.

Le dernier point utile à connaître est la manière d'obtenir une charge constante, soit sur les secteurs, soit sur l'aiguille. On a proposé les piles sèches, mais elles ne donnent pas de bons résultats. Elles sont trop influencées par les variations de température et d'humidité, et ont une conductibilité beaucoup trop faible; si par hasard on vient à y toucher, leur charge baisse brusquement et met un temps assez long à reprendre sa valeur initiale.

Il est beaucoup plus avantageux d'employer des piles de Volta, zinc, cuivre et eau, montées en couronne, dont l'usage paraît avoir été indiqué par Gassiot [1], mais dont Hankel s'est le premier servi dans ses

[1] Gassiot, *Philosophical Transactions*, 1840 et 1844.

recherches sur l'électricité atmosphérique ([1]). Généralement, on constitue ces piles au moyen de petits vases de terre dont on noie la base dans de la gomme laque, afin d'avoir entre eux un isolement parfait; mais l'opération de la fusion de la gomme laque est longue et ne peut se faire que sur de très-petites quantités à la fois. On pourra la remplacer de la manière suivante. On commence par couler, sur la planche qui doit porter les pots, une légère couche de soufre, qui forme une base isolante solide sur laquelle on dispose en ordre tous les vases; puis on coule entre eux de la paraffine qui les fixe, tout en les isolant aussi bien que de la gomme laque. L'emploi de la paraffine présente un double avantage : tout d'abord, c'est un corps très-facile à manier, qui fond, suivant les échantillons, de 45 à 60 degrés, en devenant liquide comme de l'eau : c'est un très-bon isolant; enfin la paraffine est une substance grasse, sur laquelle l'eau ne s'étale pas, mais reste en globules qu'on peut enlever avec une pipette par simple aspiration, de sorte que les éléments de la pile restent parfaitement isolés, quand même en les montant on laisserait tomber un peu d'eau entre eux.

La dimension des éléments étant absolument indifférente, on peut la réduire autant qu'on voudra.

En employant de petits godets en terre contenant 4 grammes d'eau, une pile de 100 éléments forme un carré de 30 centimètres seulement de côté.

Enfin, pour éviter l'évaporation de l'eau des godets, on pourra verser à la surface une légère couche d'huile; on obtient de la sorte des éléments qui, une fois montés, peuvent servir presque indéfiniment. Mon électromètre fonctionnait avec deux piles montées par ce moyen, et formées chacune de 100 éléments, dont un des pôles communiquait avec le sol, et l'autre avec une des paires de secteurs. Ces piles ont été en usage pendant cinq mois entiers sans qu'il ait été nécessaire d'y toucher une seule fois.

On pourra, si l'on veut réduire le nombre des couples, en augmenter la force électromotrice en prenant, par exemple, des couples zinc-platine au lieu des couples zinc-cuivre, et en amalgamant le zinc.

([1]) HANKEL, *Poggendorff's Annalen*, t. LXXXIV (1851) et LXXXVIII (1853).

La force électromotrice de l'élément zinc-cuivre-eau filtrée étant.	1
Celle de l'élément zinc amalgamé cuivre-eau est.....	1,11
» zinc ordinaire platine-eau est.....	1,17
» zinc amalgamé platine-eau est.....	1,28

Ces nombres ont été obtenus très-simplement au moyen de l'électromètre lui-même, en formant une pile d'un certain nombre de couples, dix ou vingt, dont on fait communiquer un des pôles avec le sol, l'autre avec l'aiguille de l'électromètre. Le rapport des déviations produites par deux piles différentes est celui de leurs forces électromotrices.

2. *Graduation et vérification de l'électromètre.* — La première opération à faire avant de se servir de l'électromètre est de le régler de façon que, sans torsion, l'aiguille se tienne en équilibre sous l'action des secteurs chargés. Ce réglage n'est pas nécessaire quand on n'étudie que des sources d'électricité, mais devient indispensable quand on opère avec des corps chargés d'une quantité limitée d'électricité. Pour régler l'appareil, il suffit de faire communiquer avec le sol toutes les pièces, aiguille et secteurs, et d'observer la position d'équilibre de l'aiguille; cette position ne doit pas changer quand on chargera les secteurs avec leurs piles, l'aiguille restant reliée au sol. Après quelques tâtonnements, on réalisera cette condition en tournant le tambour supérieur qui porte le fil. Dans ces conditions, l'équilibre de l'aiguille ne doit pas non plus être troublé quand elle aura été isolée quelque temps, puis qu'on viendra à la faire communiquer avec le sol.

Quand le fonctionnement de l'électromètre est régulier, on peut vérifier les propositions suivantes :

1° *Les déviations de l'électromètre sont proportionnelles, jusqu'à une certaine limite, aux quantités d'électricité que possède l'aiguille.*

Cette proposition a déjà été démontrée par M. Branly [1], et je l'ai vérifiée moi-même afin de savoir jusqu'à quelle limite je pouvais compter sur la proportionnalité. Le moyen le plus simple pour la déterminer est le suivant. On a démontré à plusieurs reprises, et je reviendrai sur ce fait, que, dans une pile dont les éléments sont soigneusement isolés et

[1] BRANLY, *loc. cit.*, p. 221.

dont un des pôles communique avec le sol, le potentiel de l'autre est proportionnel au nombre des éléments. Si donc on vient à mettre l'aiguille de l'électromètre en relation avec un nombre variable d'éléments d'une semblable pile, le quotient de la déviation par le nombre d'éléments doit être constant; au moment où il cessera de l'être, on aura atteint la limite de la proportionnalité.

J'ai ainsi obtenu, par exemple, les nombres suivants, pour des jours différents et en variant la sensibilité :

n (nombre d'éléments).	δ (déviation).	$\frac{\delta}{n}$	n	δ	$\frac{\delta}{n}$
20	42,0	2,10	20	30,4	1,520
40	83,7	2,09	40	60,9	1,522

n	δ	$\frac{\delta}{n}$
20	30,4	1,520
40	60,9	1,522
60	91,2	1,520
80	122,6	1,532
100	154,1	1,541

De ces nombres il résulte que l'on peut compter sur la proportionnalité tant que les déviations sont inférieures à 100, ce qui correspond à un angle de 3°20′42″ (¹). Je n'ai jamais dépassé et n'ai même atteint qu'exceptionnellement des déviations de 80 divisions (2°40′48″); j'étais donc toujours absolument certain de me trouver dans les limites de proportionnalité.

2° *Le potentiel au pôle isolé d'une pile dont l'autre pôle communique avec le sol est absolument indépendant de la forme et des dimensions de ce pôle.*

(¹) L'échelle était divisée en cinquièmes de millimètre, et placée à une distance de $170^{mm},5$ du miroir. L'angle α, correspondant à une déviation de 100 divisions, était donc donné par la formule

$$\tang 2\alpha = \frac{\frac{100}{5}}{170,5}, \quad \text{d'où} \quad \alpha = 3°20'42'';$$

pour 80 divisions de déviation on aurait un angle de 2°40′48″.

Ce fait, sur lequel on a besoin de s'appuyer constamment et qui est une conséquence de la théorie du potentiel, se vérifie avec la plus grande facilité : il suffit de mettre l'aiguille de l'électromètre en communication avec un quelconque des éléments de la pile, et d'observer la position d'équilibre. Si l'on réunit le pôle isolé à un conducteur de grandes dimensions, par exemple à un condensateur à grande surface, la position d'équilibre n'est pas changée. Si l'électromètre est en relation avec l'élément même que l'on réunit au condensateur, la déviation diminue quelquefois un peu au moment du contact, mais reprend rigoureusement sa valeur première. La diminution primitive n'a même pas lieu si la pile est formée de substances très-conductrices.

3° *Quand on met un corps conducteur électrisé en communication lointaine avec l'électromètre, la déviation de ce dernier est proportionnelle à la charge du corps.*

Cette proposition résulte de la loi de partage d'électricité entre deux corps conducteurs, dont les formules ont été données plus haut. Il m'a paru bon cependant de la vérifier par expérience.

Pour cela, j'ai employé un condensateur à plateaux, provenant d'un électroscope condensateur de Volta. Le plateau condensateur était mis en communication permanente avec le sol; le plateau collecteur pouvait être mis en relation avec un nombre variable d'éléments d'une pile de Volta, puis avec l'électromètre : on a toujours observé la proportionnalité entre les déviations et le nombre d'éléments employés.

Cette proportionnalité subsistait quand, le condensateur étant chargé, on séparait les plateaux, puis qu'on mettait le collecteur en communication avec l'électromètre. On a ainsi observé les nombres suivants :

n (nombre d'éléments).	δ (déviation).	$\frac{\delta}{n}$.
2	19,7	9,85
4	39,5	9,87
6	59,8	9,83
8	78,5	9,81
10	96,5	9,65
12	110,5	9,21

Le quotient $\frac{\delta}{n}$ est d'abord constant, puis baisse un peu, ce qui tient à deux causes : d'abord, dans les dernières expériences, on a dépassé la limite de proportionnalité; de plus, lorsqu'on sépare les deux armatures du condensateur, le collecteur prend un potentiel beaucoup plus élevé (¹) : par suite, la perte d'électricité doit être beaucoup plus rapide, ce qui diminue δ.

Avant d'appliquer l'électromètre à la mesure de la capacité électrique d'un cylindre et à l'étude de la pile isolée, il était nécessaire d'en déterminer la capacité; mais il s'est rencontré dans cette recherche des difficultés dues uniquement à des phénomènes d'influence, et qui m'ont forcé à effectuer cette mesure de plusieurs façons et à lui donner plus d'importance qu'elle ne devait tout d'abord en avoir.

(¹) En effet, soient V le potentiel primitif du collecteur faisant partie du condensateur; C sa capacité dans les mêmes circonstances; C′ la capacité du collecteur isolé, et V′ son potentiel. La quantité Q d'électricité que possède le collecteur ne changeant pas pendant l'expérience, on a

$$Q = VC = V'C', \quad \text{d'où} \quad V' = V\frac{C}{C'},$$

nombre beaucoup plus grand que V, car $\frac{C}{C'}$ représente le pouvoir condensant du condensateur. En effet, le collecteur seul, de capacité C′, en communication avec une source à potentiel constant V, prend une charge M′ telle que l'on ait $M' = VC'$. Le même collecteur, faisant cette fois partie du condensateur, possède une capacité C. En relation avec la même source, il se charge d'une quantité M d'électricité au potentiel V, et l'on a $M = VC$. On en déduit

$$V = \frac{M}{C} = \frac{M'}{C'}, \quad \text{d'où} \quad \frac{M}{M'} = \frac{C}{C'};$$

$\frac{C}{C'}$ représente donc bien le pouvoir condensant.

Cette propriété m'a permis d'obtenir une étincelle dans l'air avec une pile de 40 éléments de Volta zinc-cuivre-eau ordinaire. Il suffisait de mettre ces 40 éléments en relation avec le condensateur à plateaux, puis d'éloigner le collecteur et d'en approcher le doigt pour en tirer une étincelle.

C'est, je crois, la première fois qu'on observe une étincelle provenant d'une source électrique aussi faible.

II. — *Capacité électrique d'une sphère, de deux sphères en contact et d'un condensateur sphérique. Mesure de la capacité de l'électromètre.*

3. La capacité d'une sphère est représentée par le même nombre que son rayon, comme nous l'avons vu plus haut. Le moyen qui paraît le plus simple pour déterminer la capacité E de l'électromètre est alors le suivant.

On le met d'abord en relation avec une pile qui lui donne un potentiel V, et lui imprime une déviation δ_0. On a alors

$$K\delta_0 = EV.$$

Puis on charge une sphère de capacité S avec la même pile, et on la met ensuite en communication lointaine avec l'électromètre ramené au zéro. On observe une seconde déviation δ_1, et, d'après les équations de partage électrique que nous avons établies plus haut, on a

$$K\delta_1 = EV\frac{S}{S+E},$$

d'où

$$\frac{\delta_0}{\delta_1} = \frac{S+E}{S}, \quad E = S\frac{\delta_0 - \delta_1}{\delta_1}.$$

La seule difficulté, et elle est capitale, est que, par suite de l'influence qu'exercent sur la sphère les corps environnants, sa capacité réelle est toujours plus grande que son rayon, sans que l'on puisse évaluer la différence, qui n'est négligeable *dans aucun cas*.

Pour le démontrer, il suffira de considérer le cas de deux sphères concentriques : la sphère intérieure, de rayon R, sera en communication avec une source à potentiel V; la sphère extérieure, de rayon R′, sera en communication avec le sol. Dans ces conditions, la sphère intérieure prend une quantité d'électricité + M, et, comme on est dans le cas d'un condensateur fermé, la sphère extérieure possède une quantité d'électricité égale et de signe contraire — M. Le potentiel au centre est donc

$$V = \frac{M}{R} - \frac{M}{R'} = M\frac{R'-R}{RR'},$$

c'est-à-dire que la capacité de la sphère intérieure est maintenant $\frac{RR'}{R'-R}$ au lieu de R.

Supposons une sphère de 10 centimètres de rayon placée au milieu d'une salle de 10 mètres de côté, dimension qui n'est certainement jamais réalisée dans aucun laboratoire, on aura alors $R' = 500$, $R = 10$; la capacité de la sphère sera donc $R \times \frac{50}{49}$; elle est donc accrue d'environ $\frac{1}{50}$ de sa valeur par l'influence seule des murailles de la pièce. En supposant une salle de 4 mètres de côté, on aurait une erreur de $\frac{1}{20}$.

Dans cette évaluation n'entrent pas tous les objets contenus dans la pièce, et qui exercent sur la sphère une action d'autant plus grande qu'ils en sont plus rapprochés, de sorte qu'on peut être certain que la capacité de la sphère se trouve altérée d'au moins $\frac{1}{20}$ de sa valeur.

Il serait inutile, d'autre part, de chercher à atténuer l'erreur en se servant de très-petites sphères, car, en vertu de sa forme même, l'électromètre agit comme condensateur et possède une capacité assez grande, qui ne pourra être déterminée avec précision qu'autant qu'on lui comparera des corps dont la capacité ne sera pas relativement trop petite.

Cette influence est une cause d'erreur dont on ne s'est jamais, je crois, assez préoccupé dans les expériences d'électricité statique. J'ai cherché à l'atténuer autant que possible en suspendant les sphères au moyen de longs fils de soie à une traverse qui passait au milieu de la salle, aussi loin que possible de tous les corps étrangers; mais l'erreur subsiste toujours, ainsi qu'on le verra par les nombres suivants, résultats de mes premiers essais de détermination de la capacité de l'électromètre.

J'ai expérimenté successivement avec trois sphères dont les rayons étaient $12^c,5$, $10^c,6$ et $5^c,3$.

Les deux premières colonnes des tableaux suivants donnent les valeurs de δ_0 [1] et de δ_1 définies plus haut; la troisième contient les

---

[1] Dans la colonne qui donne les valeurs de δ_0, on remarquera des nombres qui dépassent de beaucoup la limite de proportionnalité de l'appareil; mais ce ne sont pas les nombres directs de l'expérience : on chargeait toujours les sphères en les mettant en communication

valeurs calculées de $\frac{S}{E} = \frac{\delta_1}{\delta_0 - \delta_1}$; enfin la dernière donne la valeur de S obtenue en prenant E = 43,2, valeur déterminée en toute rigueur par un autre procédé qui sera exposé plus loin.

En comparant les valeurs de S avec le rayon correspondant qui mesure la capacité propre de la sphère, on aura une idée de l'effet de l'influence.

Sphère de rayon 12c,5.

δ_0	δ_1	$\frac{\delta_1}{\delta_0 - \delta_1}$	S
97,4	23,9	0,325	14,0
95,3	23,4	0,325	14,0
99,6	24,1	0,319	13,8
99,3	24,6	0,330	14,2
98,9	24,4	0,328	14,1
156,5	38,6	0,327	14,1
100,3	25,3	0,337	14,5
209,0	56,2	0,367	15,8

Sphère de rayon 10c,6.

δ_0	δ_1	$\frac{\delta_1}{\delta_0 - \delta_1}$	S
163,0	34,4	0,268	11,6
150,0	31,9	0,270	11,6
152,5	32,5	0,271	11,7
171,9	36,9	0,273	11,8
171,9	37,0	0,274	11,8
100,8	22,0	0,279	12,0
100,3	23,4	0,304	13,1
207,3	52,6	0,340	14,7

Sphère de rayon 5c,3.

δ_0	δ_1	$\frac{\delta_1}{\delta_0 - \delta_1}$	S
97,7	11,0	0,127	5,48
100,7	11,3	0,126	5,44
97,7	11,1	0,128	5,53
96,0	10,5	0,123	5,31

δ_0	δ_1	$\frac{\delta_1}{\delta_0 - \delta_1}$	S
156,2	17,8	0,128	5,53
82,5	9,6	0,132	5,70
69,1	8,2	0,135	5,83
156,5	19,2	0,140	6,05

Les premiers nombres donnés dans chacune de ces séries sont tous bien concordants; ils ont été obtenus en prenant les précautions indiquées pour diminuer l'influence extérieure. A la fin de chaque colonne on a mis, au contraire, les résultats d'expériences faites dans le but de montrer combien la part de l'influence peut être grande. Dans

---

avec une pile de 100 éléments; mais comme la même pile, réunie directement à l'électromètre, aurait donné une déviation trop forte, on ne prenait dans ce cas que 40 ou 60 éléments de la pile, de façon à avoir toujours des déviations inférieures à 100. On en déduisait ensuite, par la règle de proportionnalité, la déviation δ_0 à inscrire dans le tableau, et qu'on aurait observée en reliant directement l'électromètre à la pile de 100 éléments, si la proportionnalité avait subsisté aussi loin.

ces dernières expériences, les sphères étaient portées par trois pieds de verre d'environ 30 centimètres, terminés par un petit bâton de cire d'Espagne. L'expérience révèle immédiatement l'influence exercée par la table sur laquelle reposaient les pieds. On a même outré ces effets en approchant des conducteurs isolés à 30 ou 40 centimètres de la sphère; l'influence a pu, dans ces derniers cas, augmenter la capacité de la sphère de $\frac{1}{7}$, et même avec la seconde sphère de $\frac{1}{5}$ de sa valeur.

Il était donc impossible de déterminer directement par ce moyen la capacité de l'électromètre. On peut cependant se servir des expériences précédentes de la manière suivante : on construit une courbe ayant pour abscisses les valeurs des rayons des sphères, et pour ordonnées les valeurs de la capacité de l'électromètre, déduite du rapport expérimental $\frac{S}{E} = \frac{\delta_1}{\delta_0 - \delta_1}$, dans lequel on prend pour valeur de S sa vraie valeur, celle du rayon de la sphère. On a ainsi pour E des nombres d'autant plus inexacts que l'influence est plus grande, c'est-à-dire que R est plus grand. Mais l'erreur diminue avec R, et la courbe donne, par sa rencontre avec l'axe des y, la valeur limite de la capacité de l'électromètre pour $R = 0$, dans le cas où l'influence serait nulle.

Des tableaux ci-dessus on déduit (¹)

$$\text{Pour } R = 12{,}5, \ldots\ldots \quad \frac{E}{S} = 3{,}06, \quad \text{d'où} \quad E = 38{,}2;$$

$$\text{Pour } R = 10{,}6, \ldots\ldots \quad \frac{E}{S} = 3{,}69, \quad \text{d'où} \quad E = 39{,}1;$$

$$\text{Pour } R = 5{,}3, \ldots\ldots \quad \frac{E}{S} = 7{,}91, \quad \text{d'où} \quad E = 41{,}9.$$

Prolongée jusqu'à l'axe, la courbe construite avec ces données détermine, pour valeur de E, le nombre $E = 42{,}9$.

4. *Condensateurs sphériques.* — La valeur de E peut être déterminée directement en se servant de condensateurs sphériques. Dans un condensateur formé de deux sphères concentriques, la sphère extérieure étant en communication permanente avec le sol, la capacité de la

(¹) Ces nombres ne résultent, bien entendu, que des expériences pour lesquelles l'influence est minima, et les derniers nombres de chaque tableau n'entrent pas dans la moyenne.

sphère intérieure de rayon R est $\frac{RR'}{R'-R}$, comme nous l'avons établi ci-dessus; mais sur cette sphère il n'y a plus à craindre d'influence extérieure : on a donc ainsi un corps de capacité connue, à l'aide duquel on pourra déterminer la capacité de l'électromètre en toute rigueur, par la méthode exposée précédemment pour les sphères.

Les expériences ont été faites avec une sphère de rayon $R = 3^c,95$, supportée par quatre pieds de verre au centre d'une sphère creuse, de rayon $R' = 6^c,20$. Cette dernière portait une petite tubulure par laquelle passait un fil métallique permettant d'établir la communication de la sphère interne soit avec la pile, soit avec l'électromètre. La déviation observée δ_1 permettait de calculer, comme on l'a vu précédemment, la capacité E de l'électromètre, sachant que la capacité du condensateur est

$$C = \frac{RR'}{R'-R} = 10,9.$$

Il a été fait par cette méthode quatre séries d'expériences qui ont donné les nombres suivants :

δ_0	δ_1	$\frac{E}{C} = \frac{\delta_0 - \delta_1}{\delta_1}$	E
150,0	30,2	3,97	43,3
164,0	32,9	3,99	43,5
168,0	34,0	3,94	42,9
197,0	39,8	3,95	43,1

La moyenne de ces nombres très-concordants donne, pour valeur de E,

$$E = 43,2,$$

nombre très-peu différent de 42,9, que l'on avait déduit précédemment de la courbe donnant la variation apparente de capacité de l'électromètre avec le rayon des sphères de comparaison.

Dans ce qui précède, il a été nécessaire de s'appuyer sur cette propriété des condensateurs fermés, que la quantité d'électricité développée par influence sur l'armature externe, en relation avec le sol, est égale et de signe contraire à la quantité d'électricité que possède l'armature intérieure.

Ce théorème, démontré expérimentalement par Faraday, puis retrouvé par Clausius comme application des propriétés du potentiel, me semblait assez connu pour qu'une nouvelle démonstration en parût inutile; cependant, comme il vient d'être mis en doute et même nié complétement dans ces derniers temps [1], je crois utile d'y revenir aussi brièvement que possible.

La démonstration générale, dans le cas de surfaces absolument quelconques, de forme comme de position, a été donnée fréquemment [2]. Comme elle est un peu longue, je me contenterai de la rappeler et de donner seulement une démonstration très-simple dans le cas de deux sphères concentriques, qui est justement celui que j'ai traité par expérience.

Considérons deux sphères concentriques : la sphère intérieure possède une certaine quantité Q d'électricité sous l'influence de laquelle se développent sur les deux faces de la sphère enveloppante des quantités $-Q'$ et $+Q'$ d'électricité.

Si nous prenons un point m, situé dans l'intérieur de la grande sphère, et à une distance d du centre, ce point étant à l'état neutre, les actions de toutes les couches électriques sur lui se font équilibre.

La couche extérieure $+Q'$, enveloppant le point m, exerce sur lui une action nulle.

La couche interne $-Q'$ de la grande sphère et la couche $+Q$ de la petite agissent toutes deux sur le point extérieur m, comme si elles étaient concentrées en leur centre. Leur action est donc

$$+\frac{Q}{d^2}-\frac{Q'}{d^2};$$

mais, comme le point m est en équilibre, ces actions ont une somme nulle; donc $Q = Q'$, c'est-à-dire que la quantité d'électricité induite est égale à l'électricité inductrice.

Ce théorème important a tout d'abord été démontré par Faraday de la manière suivante.

---

(1) Volpicelli, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXXVIII; 31 mars 1874.

(2) On pourra la trouver notamment dans le *Traité de la Théorie mécanique de la chaleur*, de M. Briot (*Électrostatique*, p. 222 et suiv.).

Il prend un long cylindre creux conducteur, fermé à une extrémité, parfaitement isolé, et en communication métallique avec un électroscope très-sensible. Dans ce cylindre il enfonce une boule métallique électrisée, tenue par un manche isolant. L'électroscope diverge, et, aux premiers instants, la divergence augmente à mesure qu'on enfonce la boule. A partir d'une certaine profondeur, quand le cylindre peut être considéré comme un corps fermé par rapport à la boule, la divergence devient constante, quels que soient les déplacements de la masse agissante, et elle ne change pas non plus quand on vient à toucher la boule avec le corps conducteur chargé.

Depuis la Note de M. Volpicelli, j'ai moi-même recommencé un grand nombre de fois cette expérience, qui m'a toujours donné le même résultat. Je l'ai variée encore de la manière suivante : la boule étant enfoncée dans le cylindre jusqu'au point où la divergence devient constante, on met un instant le cylindre en relation avec le sol. La divergence de l'électroscope devient nulle et reste nulle quand on vient à toucher le cylindre avec la boule chargée.

Enfin j'ai encore vérifié ce théorème avec le condensateur sphérique dont je devais me servir, et en employant les procédés de mesure les plus délicats. La boule intérieure du condensateur était suspendue par un fil de soie passant dans une toute petite tubulure de l'armature extérieure; celle-ci était composée de deux hémisphères de Magdebourg, reposant sur des pieds isolants. La boule étant suspendue bien au centre de l'armature interne, on soulevait l'hémisphère supérieur et l'on chargeait la sphère inductrice en la touchant avec une pile sèche très-puissante; on refermait l'armature extérieure, on la mettait un instant en relation avec le sol, puis en communication permanente avec l'aiguille de mon électromètre : celui-ci n'indiquait aucune déviation, toute l'électricité induite se trouvant retenue sur la face interne des hémisphères; puis on lâchait le fil de soie, de façon que la boule interne vînt toucher l'armature extérieure. A ce moment, l'électromètre persistait à rester au zéro. Si l'électricité inductrice avait été en excès, cet excès se serait immédiatement porté à la surface des hémisphères et sur l'électromètre. Dans mes expériences, l'électromètre était assez sensible et la charge de la sphère inductrice assez forte pour qu'on eût facilement pu apprécier $\frac{1}{10000}$ de cette charge.

Cette expérience peut donc être considérée comme une justification complète, mais, du reste, peu nécessaire, de l'emploi des condensateurs fermés.

5. *Capacité de deux sphères en contact.* — Pendant que mes appareils étaient tout disposés pour la comparaison de la capacité de l'électromètre et des sphères, il m'a paru intéressant de déterminer expérimentalement la capacité du système formé par deux sphères en contact. Ce cas est un des rares problèmes d'influence que l'Analyse ait pu résoudre complétement. La solution première a été donnée par Poisson [1], qui, après des calculs très-pénibles, a donné l'équation générale du problème et a calculé, dans quelques cas particuliers, la densité aux différents points des deux sphères, la densité moyenne sur chacune d'elles et les quantités d'électricité dont elles sont chargées pour un potentiel donné : ce dernier nombre est précisément la capacité, si le potentiel est égal à 1.

Plana [2] a repris et développé les calculs de Poisson; il a calculé, pour différents rapports des rayons des deux sphères, la charge que prend chacune d'elles pour un potentiel égal à l'unité; la somme de ces deux charges est précisément la capacité électrique du système.

Nous extrayons les nombres suivants du Mémoire de Plana; le rayon de la grande sphère a été pris pour unité, de sorte que, pour avoir la capacité d'un système de deux sphères, il faudra multiplier par le rayon de la grande sphère le nombre de la quatrième colonne, qui correspond au rapport des rayons des deux sphères :

Rayon de la petite sphère r'.	Charge de la grande sphère E_a.	Charge de la petite sphère E_b.	Capacité $C = E_a + E_b$.
1	0,69315	0,69315	1,38629
0,9	0,72108	0,59777	1,31885
0,8	0,75116	0,50496	1,25612
0,7	0,78267	0,41459	1,19726
0,6	0,81629	0,32831	1,14460
0,5	0,85161	0,24700	1,09861
0,4	0,88809	0,17228	1,06037

(1) Poisson, *Mémoires*, t. VII, p. 46 et 57.

(2) Plana, *Mémoires de l'Académie des Sciences de Turin*, série II, t. VII; 1845.

Les expériences ont été faites comme pour mesurer la capacité d'une seule sphère. Pour éliminer autant que possible la cause d'erreur provenant de l'influence, on déterminait successivement la capacité apparente du système des deux sphères, puis la capacité apparente de la plus grosse seule, et l'on prenait leur rapport. Ce rapport doit être d'autant plus voisin de celui des capacités réelles que la petite sphère est plus petite, car l'influence sur le système entier ne diffère pas alors sensiblement de l'influence sur la grosse sphère seule. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

R	R'	$\frac{R}{R'}$	δ_0	δ_1	$\frac{C}{E}$	C
12,5	10,6	0,848	164,0	49,8	0,436	17,0
12,5	10,6	0,848	155,2	47,2	0,435	17,0
12,5	5,3	0,424	156,2	40,6	0,351	13,7
10,6	5,3	0,500	156,2	35,5	0,294	11,5
10,6	5,3	0,500	156,2	35,7	0,296	11,5
5,3	3,92	0,740	155,2	21,3	0,159	6,52

En se servant des nombres de Plana et en calculant par interpolation ceux qui conviennent aux valeurs des rapports $\frac{R'}{R}$ des rayons des sphères employées, on trouve entre le calcul et l'expérience les relations suivantes :

Sphères.	Capacité observée.	Capacité calculée.
12,5 + 10,6	17,0	16,06
12,5 + 5,3	13,7	13,36
10,6 + 5,3	11,5	11,65
5,3 + 3,92	6,52	6,46

L'accord est aussi complet que possible, excepté pour le premier nombre, où la différence observée est évidemment due à l'influence beaucoup plus grande sur le système des deux grosses sphères que sur l'une des deux seule.

III. — *Capacité électrique du cylindre droit à bases planes.*

L'étude de la capacité d'un cylindre droit à bases planes a été faite d'après la même méthode que celle de deux sphères en contact.

Le cylindre était chargé avec une pile donnée, puis relié à l'électromètre; on observait une déviation δ_1. La pile donnait directement à l'électromètre une déviation δ_0, et la capacité du cylindre était

$$C = E \frac{\delta_1}{\delta_0 - \delta_1}.$$

Comme ce nombre devait servir dans des expériences postérieures, il était bon de contrôler les expériences et de s'assurer de leur valeur, ce qui pouvait se faire aisément de la manière suivante. On chargeait directement l'électromètre avec la pile, ce qui lui imprimait une déviation δ_0; puis on le mettait en contact avec le cylindre à l'état neutre : la déviation diminuait et devenait δ'_1. La règle des partages électriques conduit pour ce cas à l'équation

$$C = E \frac{\delta_0 - \delta'_1}{\delta'_1}.$$

En égalant les deux valeurs de C, on obtient la relation

$$\frac{\delta_0 - \delta'_1}{\delta'_1} = \frac{\delta_1}{\delta_0 - \delta_1},$$

qui se réduit à

$$\delta_0 = \delta_1 + \delta'_1.$$

La vérification était donc très-simple, et une expérience n'était jugée bonne que quand la somme $\delta_1 + \delta'_1$ reproduisait δ_0 à moins d'un centième. Dans les tableaux numériques qui suivent, il a paru inutile de faire figurer les valeurs de δ'_1. Il suffit de savoir que les seules expériences conservées sont celles qui se prêtaient à la vérification.

Ici, comme précédemment, la valeur de C déterminée par expérience n'est pas la capacité vraie du cylindre, mais sa capacité apparente, modifiée par l'influence de tous les corps environnants. La différence entre ces deux nombres ne peut être estimée et atteint certainement

$\frac{1}{20}$ ou $\frac{1}{30}$ de leur valeur. On a cherché à la rendre aussi petite que possible en suspendant le cylindre par un fil de soie au milieu de la pièce, et aussi loin que possible de tout corps extérieur. On déterminait alors, comme on l'a dit plus haut, la capacité apparente $C' = E \frac{\delta_1}{\delta_0 - \delta_1}$ du cylindre. Ensuite on déterminait de la même manière la capacité apparente S′ d'une sphère de rayon connu, et de dimensions aussi voisines que possible de celles du cylindre. Dans ces conditions, les deux corps ayant mêmes dimensions et occupant la même position, leurs capacités sont modifiées à peu près également par les corps extérieurs et le rapport $\frac{C'}{S'}$ sera très-exactement le même que le rapport des capacités vraies $\frac{C}{S}$. On aura donc

$$C = S \frac{C'}{S'},$$

où S représente le rayon de la sphère de comparaison.

Grâce à cet artifice, on a pu déterminer la capacité d'un cylindre avec une approximation qui est certainement de $\frac{1}{80}$ à $\frac{1}{100}$. Du reste, ce chiffre se trouve vérifié par ce fait que les capacités de cylindres semblables ont été trouvées proportionnelles aux dimensions homologues, quoique l'influence augmentât très-rapidement avec ces dimensions.

Les cylindres employés étaient :

1° Une série de cylindres de carton recouverts de papier d'étain, ayant tous 5 centimètres de rayon de base, et pour hauteurs 5, 10, 20 et 40 centimètres, ce qui permettait, en réunissant plusieurs de ces cylindres, de faire varier de 1 à 14 le rapport de la hauteur au rayon;

2° Deux grands cylindres ayant l'un 10 centimètres de rayon et 10 centimètres de hauteur, l'autre 5,5 de rayon et 70 centimètres de hauteur $\left(\frac{h}{r} = 12,7\right)$;

3° Des cylindres de hauteur variable, formés en empilant des disques de pile de Volta ayant 2c, 95 de rayon. On les réunissait sans interposer de rondelles de drap et, pour éviter toute force électromotrice, on avait soin de réunir les disques par les faces semblables, zinc sur zinc, cuivre

sur cuivre. De la sorte, on était absolument dans le cas d'un cylindre métallique formé d'une seule substance.

Les résultats des expériences sont consignés dans les tableaux suivants :

1° *Cylindres de rayon* $r = 5^c$.

h	$\frac{h}{r}$	C	h	$\frac{h}{r}$	C
5	1	4,60	20	4	7,88
5	1	4,72	»	»	7,92
10	2	5,84	»	»	7,92
10	»	5,96	»	»	8,04
10	»	5,96	40	8	11,40
10	»	5,92	»	»	11,36
20	4	8,00	70	14	15,16
»	»	7,96	80	16	16,72
»	»	7,88			

2° *Cylindres de rayon* $r = 2,95$.

h	$\frac{h}{r}$	C	h	$\frac{h}{r}$	C
1,0	0,33	2,13	11,8	4,00	4,59
3,1	1,05	2,71	»	»	4,67
5,3	1,79	3,40	15,8	5,35	5,21
5,9	2,00	3,63	20,9	7,08	6,43
»	2,00	3,57	21,4	7,26	6,44
10,4	3,52	4,30	23,6	8,00	6,85
10,8	3,66	4,55			

3° *Cylindres divers.*

$r = 10$, $h = 10$, $C = 9,48$, $9,40$,

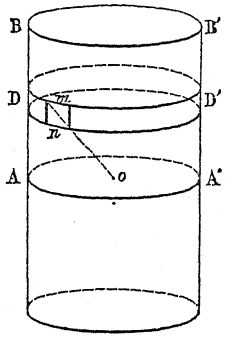
$r = 5,5$ $h = 12,7$ $C = 16,34$, $16,15$.

Restait à réunir tous ces nombres par une formule empirique simple, permettant de calculer facilement la capacité d'un cylindre de dimensions quelconques. Pour cela, je me suis laissé guider par les considérations suivantes.

Il est facile de calculer la capacité d'un cylindre ouvert de grande

longueur (*fig.* 3). En effet, supposons le cylindre assez long pour que, sur toutes les parties dont l'action sur le centre n'est pas négligeable,

Fig. 3.



la densité puisse être considérée comme constante. Le potentiel au centre produit par un élément mn sur lequel la densité est μ sera

$$dv = \frac{\mu\, dz\, dr}{\sqrt{r^2 + z^2}}.$$

Le potentiel au centre dû à un anneau tel que DD' sera donc

$$2\pi\mu r \frac{dz}{\sqrt{r^2 + z^2}},$$

ce qui donnera, pour potentiel du demi-cylindre supérieur AB A'B',

$$\int_0^{\frac{h}{2}} 2\pi\mu r \frac{dz}{\sqrt{r^2 + z^2}} = 2\pi\mu r \left[\mathrm{L}\left(\frac{h}{2} + \sqrt{r^2 + \frac{h^2}{4}} \right) - \mathrm{L}r \right] \quad \text{ou} \quad 2\pi\mu r \mathrm{L}\frac{h}{r},$$

si r^2 peut être négligé devant $\frac{h^2}{4}$.

Le potentiel du cylindre entier sera donc

$$\mathrm{V} = 4\pi\mu r \mathrm{L}\frac{h}{r}.$$

D'autre part, la quantité d'électricité que possède le cylindre est

$$\mathrm{Q} = 2\pi\mu r h.$$

La capacité C d'un cylindre ouvert, de très-grande hauteur, sera donc

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{h}{2L\frac{h}{r}}.$$

D'autre part, les intégrales elliptiques qui donnent la capacité d'un ellipsoïde peuvent être réduites dans le cas où l'ellipsoïde est de révolution et où l'axe diminue de plus en plus, ce qui amène le cas d'un plateau circulaire de rayon r. Elles donnent alors

$$C' = \frac{2}{\pi} r.$$

J'ai essayé, pour représenter la capacité d'un cylindre fermé, la formule

$$C = \frac{2r}{\pi} + \frac{h}{2L\left(A + \frac{h}{r}\right)},$$

où A est une constante à déterminer par expérience.

Cette formule représente complétement les expériences pour $A = 4^c$. En effet elle donne, comme capacités de cylindres de rayon $r = 5^c$, les valeurs suivantes :

Pour	$h = 5^c$.....	$C = 4,73$
Pour	$h = 10^c$.....	$C = 5,97$
Pour	$h = 20^c$.....	$C = 7,99$
Pour	$h = 40^c$.....	$C = 11,23$
Pour	$h = 80^c$.....	$C = 16,53$

qui sont justement, avec une approximation variant de $\frac{1}{60}$ à $\frac{1}{100}$, la moyenne des nombres donnés dans le tableau des expériences.

L'accord est encore plus grand si l'on compare les résultats donnés par l'expérience et par la formule pour des cylindres de rayon $r = 2,95$.

Si l'on introduit dans la formule les logarithmes ordinaires au lieu des logarithmes népériens, elle devient

$$C = \frac{2r}{\pi} + \frac{0,2171\,h}{\log\left(4 + \frac{h}{r}\right)}.$$

Cette formule, bien entendu, ne doit pas être considérée comme ayant une valeur théorique quelconque : c'est seulement une formule empirique qui peut donner la capacité d'un cylindre avec une approximation qui est certainement comprise entre $\frac{1}{60}$ et $\frac{1}{100}$, c'est-à-dire bien suffisante pour les besoins ordinaires de l'électricité [1].

6. *Capacité d'un condensateur à lame d'air.* — La capacité d'un condensateur à lame d'air, qu'il importait de connaître pour la suite de ce travail, a été déterminée par la même méthode que toutes les capacités précédentes, en mettant le condensateur en communication avec une pile, puis avec l'électromètre.

Les deux plateaux circulaires étaient disposés horizontalement, le plateau inférieur en communication permanente avec le sol, le plateau supérieur suspendu par un manche isolant à un système de poulies qui permettait de l'abaisser ou de le relever à volonté, tout en le laissant parfaitement horizontal. Pour amener les plateaux à des distances connues exactement, on se servait de trois petites cales en verre, dont l'épaisseur avait été mesurée au sphéromètre, placées sur le plateau inférieur, et sur lesquelles venait s'appuyer le plateau supérieur. Ces cales avaient une surface assez petite [2] pour qu'on n'eût pas à se préoccuper de leur présence et de leur pouvoir inducteur spécifique.

J'ai employé deux paires de plateaux provenant d'électroscopes condensateurs; ils avaient respectivement pour rayons

$$9^c,15 \quad \text{et} \quad 4^c,90.$$

La marche de l'expérience était alors la suivante : les plateaux étant en présence, et le plateau inférieur en communication avec le sol, on chargeait le collecteur avec la pile; puis on mettait ce même collecteur

---

[1] Il est bon de remarquer que la constante 4, qui figure sous le logarithme, n'a pas une valeur absolument définie. En effet, quand $\frac{h}{r}$ est grand, elle devient négligeable, et, même pour $\frac{h}{r} = 1$, ce qui est un des cas où elle a le plus d'influence, elle peut encore varier de $\frac{1}{20}$ de sa valeur (de 3,8 à 4) sans que $\log\left(A + \frac{h}{r}\right)$ varie de plus de $\frac{1}{100}$.

[2] Les trois cales recouvraient au plus $\frac{1}{3000}$ de la surface du plateau.

en relation avec l'électromètre. De la déviation δ_1 observée on déduisait la capacité C du condensateur par la formule connue

$$C = E \frac{\delta_1}{\delta_0 - \delta_1}.$$

Il me semble inutile de donner ici tous les nombres obtenus expérimentalement; je ne rapporterai que les moyennes. Les expériences elles-mêmes présentent entre elles le même degré de concordance que celles qui ont été citées plus haut, tout au long, sur les cylindres et les sphères.

Plateaux $r = 9,15$.

Épaisseur d'air e.	$\frac{e}{r}$	Capacité C.
mm 0,814	0,0089	290,0
1,104	0,0114	217,0
1,803	0,0197	135,0
2,781	0,0304	92,8
3,549	0,0387	73,8
7,086	0,0774	40,3
10,63	0,116	29,0
12,54	0,137	26,2
24,21	0,265	18,7

Plateaux $r = 9,90$.

e	$\frac{e}{r}$	C
mm 1,803	0,0368	45,2
2,781	0,0568	30,9
3,543	0,0723	25,4
7,086	0,144	14,9
10,63	0,217	11,2
12,54	0,256	10,0

Les nombres sont représentés très-exactement par les formules

$$e(C - 6,80) = 237,5, \quad \text{pour le premier condensateur,}$$
$$e(C - 3,90) = 76,2, \quad \text{pour le second.}$$

Comme 6,80 et 3,90 représentent évidemment dans ces formules la capacité du collecteur seul, si l'on voulait avoir la force condensante pour une épaisseur donnée, il faudrait diviser la capacité correspondant à cette épaisseur par 6,80 ou 3,90. On sait, en effet, que la force condensante est le rapport des capacités du collecteur quand il fait partie du condensateur, puisqu'il est seul.

Comme on le voit par les formules précédentes, la différence entre les capacités du collecteur, avec ou sans condensation, varie en raison inverse de la distance des deux plateaux, tant que cette distance reste inférieure à un quart de leur rayon, limite de mes expériences. Si la

distance est très-petite, la capacité du collecteur seul est négligeable devant celle du même collecteur faisant partie du condensateur, et l'on retrouve cette loi connue que la force condensante varie en raison inverse de l'épaisseur de la lame isolante.

Pour ce problème, il n'a pas été question d'influence. L'influence que peuvent exercer les corps extérieurs est effectivement négligeable devant celle du plateau du condensateur, surtout aux distances où j'ai opéré. Le seul effet qu'elle pourrait produire serait d'augmenter un peu la capacité du collecteur isolé; les nombres 6,80 et 3,90 semblent, en effet, plus forts que ceux que donnerait la théorie, s'ils pouvaient être considérés comme des disques circulaires sans épaisseur.

Depuis la rédaction de ce travail, il a été publié en Allemagne [1] un Mémoire de Boltzmann *Sur les constantes diélectriques des corps isolants*. L'auteur étudie la capacité électrique d'un condensateur à plateaux de Kohlrausch, entre les plateaux duquel il interpose des lames isolantes de nature diverse.

La méthode de Boltzmann est à très-peu près la même que celle que j'ai employée, puisqu'il se sert également de l'électromètre de Thomson. Les résultats de ce travail n'étant pas encore publiés, j'ignore s'ils comprendront la détermination de la capacité du condensateur à lame d'air. Qu'il me suffise de rappeler ici que, d'après mes expériences, la différence entre les capacités du plateau collecteur faisant partie du condensateur, puis isolé, varie très-exactement en raison inverse de la distance des deux plateaux, au moins tant que cette distance est plus petite que le quart du rayon des plateaux, distance maxima où je me sois arrêté.

Une fois les capacités de l'électromètre, d'un cylindre et d'un condensateur déterminées, il est facile d'appliquer ces résultats à l'étude de la pile. Ce sera, du reste, principalement une question de théorie; quant aux expériences elles-mêmes, il suffira presque de citer les résultats, la méthode expérimentale étant la même que dans tous les cas précédents.

---

[1] BOLTZMANN, *Poggendorff's Annalen*, t. CLI; 1874.

PHÉNOMÈNES ÉLECTROSTATIQUES DANS LES PILES [1].

I. — *Théorie de Biot.*

La première théorie complète des phénomènes électrostatiques dans les piles a été donnée par Biot [2]. Il part de cette hypothèse que, lorsque deux lames de zinc et de cuivre sont en contact, « le zinc prend au cuivre un excès d'électricité α, constant pour ces deux métaux, soit qu'ils se trouvent dans l'état naturel ou non. » Malheureusement, tous ses calculs sont dominés par une confusion résultant de ce qu'il n'a jamais fixé la véritable signification de cette lettre α. Tantôt elle semble représenter une densité électrique, tantôt une quantité d'électricité. Quoi qu'il en soit, nous allons résumer rapidement les raisonnements de Biot, en nous écartant le moins possible de ses propres termes.

Pour étudier l'état électrique au sommet d'une pile, Biot se sert d'un condensateur dont la force condensante sera F. En mettant un couple de la pile en communication conductrice avec le plateau collecteur seul, celui-ci prendra une charge E (quantité ou tension?) et le couple en possédera e. Nous poserons $\frac{E}{e} = i$. Supposons maintenant que l'on mette en communication avec le même couple le collecteur faisant cette fois partie du condensateur. Il prendra une certaine quantité d'électricité libre E′, tandis que le couple en possédera e', et l'on aura toujours

$$\frac{E'}{e'} = i.$$

D'autre part, la quantité totale d'électricité que possédera le condensateur sera

$$FE' = Fie'.$$

---

(1) Ce travail a paru postérieurement à la précédente Thèse.

(2) Biot, *Traité de Physique*, t. II, p. 478.

Connaissant donc F, i et E′, on pourra en déduire e'.

Il se présente dans l'étude trois cas différents :

1° Pile dont un des pôles communique avec le sol;

2° Pile dont les deux pôles sont et ont toujours été isolés;

3° Pile dont un des pôles a été d'abord en communication avec le sol, puis isolé.

1° *Pile dont un pôle communique avec le sol.* — Supposons une pile à colonne formée en empilant des disques de cuivre et de zinc, et des rondelles de drap imbibées d'eau pure ou salée. Le cuivre inférieur, communiquant avec le sol, sera à l'état neutre; le premier zinc prendra un excès d'électricité α qu'il communiquera au premier drap et au deuxième cuivre. Le deuxième zinc, qui doit avoir sur le deuxième cuivre un excès α, possédera alors 2α qu'il transmettra au deuxième drap et au troisième cuivre, et ainsi de suite. Enfin le $n^{ième}$ zinc, le $n^{ième}$ drap et le dernier cuivre, dont on recouvre le drap pour en recueillir l'électricité, posséderont un excès $n\alpha$.

Si l'on met un condensateur en relation avec le pôle supérieur, le condensateur lui enlèvera une certaine charge qu'il reprend aussitôt à l'élément inférieur, celui-ci au suivant, et ainsi de suite jusqu'au dernier qui reprend tout au sol. L'état électrique de la pile n'est donc pas changé; la dernière pièce conserve une charge $n\alpha$, et le condensateur a pris une quantité d'électricité

$$M_0 = F i n \alpha,$$

proportionnelle au nombre d'éléments de la pile.

2° *Pile complétement isolée.* — Si la pile est complétement isolée, on trouve la loi de distribution en écrivant que la différence de charge de deux éléments consécutifs, zinc-cuivre, est égale à α, et que la somme totale des quantités d'électricité est nulle.

Si le dernier zinc, de rang n, possède un excès d'électricité libre x, les lames de zinc consécutives possèdent des excès qui forment la progression arithmétique

$$x, \quad x-\alpha, \quad x-2\alpha, \ldots, \quad x-(n-1)\alpha,$$

dont la somme est

$$nx - \frac{n(n-1)}{2}\alpha.$$

La série des mêmes quantités pour les lames de cuivre sera

$$x - \alpha, \quad x - 2\alpha, \quad x - 3\alpha, \ldots, \quad x - n\alpha,$$

dont la somme est

$$nx - \frac{n(n+1)}{2}\alpha.$$

La quantité totale d'électricité doit être nulle, ce qui donne

$$2nx - n^2\alpha = 0, \quad \text{ou} \quad x = \frac{n}{2}\alpha.$$

Le zinc supérieur possédera donc un excès d'électricité libre $+\frac{n\alpha}{2}$, et le cuivre inférieur $-\frac{n\alpha}{2}$.

Pour la $p^{ième}$ pièce de zinc en partant du sommet, la charge est

$$x - (p-1)\alpha, \quad \text{ou} \quad \left[\frac{n}{2} - (m-1)\right]\alpha,$$

qui sera nulle pour $m = 1 + \frac{n}{2}$, c'est-à-dire pour l'élément du milieu.

Supposons maintenant que l'on mette le condensateur en communication avec l'élément supérieur. La charge de ce dernier, qui était $\frac{n\alpha}{2}$, devient x, et la charge totale de la pile est

$$\varphi = 2nx - n^2\alpha;$$

quant au collecteur, il possède un excès d'électricité libre ix : donc une quantité totale

$$M_1 = Fix.$$

La charge totale du système devant être nulle, on aura

$$Fix + 2nx - n^2\alpha = 0,$$

d'où

$$x = \frac{n^2\alpha}{Fi + 2n} \quad \text{et} \quad M_1 = \frac{Fin^2\alpha}{Fi + 2n}.$$

Mais, dans le cas de la pile dont un des pôles communiquait avec le sol, on avait

$$M_0 = Fin\alpha,$$

donc

$$M_1 = M_0 \frac{n}{2n + Fi}.$$

Cherchons maintenant le rang y de l'élément qui est devenu neutre. L'excès électrique de cet élément est

$$x - (p-1)\alpha = \frac{n^2\alpha}{Fi + 2n} - (p-1)\alpha.$$

Pour l'élément neutre, on aura

$$\frac{n^2\alpha}{Fi + 2n} - (p-1)\alpha = 0, \quad \text{d'où} \quad p = 1 + \frac{n^2}{Fi + 2n}.$$

Biot a calculé de même ce qui se passerait si, au lieu de mettre le condensateur en relation avec le dernier élément de la pile, on lui faisait toucher un élément de rang quelconque. Ce calcul se fait absolument comme le précédent et ne présente rien d'intéressant; nous nous dispenserons donc de le répéter.

3° *Pile dont un des pôles, d'abord en communication avec le sol, est ensuite isolé.* — Dans ce cas, la charge au pôle inférieur, d'abord en communication avec le sol, est nulle, et l'excès du pôle supérieur est $n\alpha$.

La charge que possède la pile est donc

Sur les zincs..... $n\alpha + (n-1)\alpha + \ldots + \alpha = \frac{n(n+1)\alpha}{2}$,

Sur les cuivres..... $(n-1)\alpha + (n-2)\alpha + \ldots + \alpha = \frac{n(n-1)\alpha}{2}$;

la charge totale est donc

$$\frac{n(n+1)}{2}\alpha + \frac{n(n-1)}{2}\alpha = n^2\alpha.$$

Si l'on met le condensateur en contact avec le pôle resté isolé, celui-ci conserve un excès x, et le condensateur prend

$$M_2 = Fix.$$

La charge sur la pile est, comme précédemment,

$$Q = 2nx - n^2\alpha.$$

La charge totale doit être égale à $n^2\alpha$; on aura donc

$$Q + M_2 = Fix + 2nx - n^2\alpha = n^2\alpha,$$

d'où

$$n = \frac{2n^2\alpha}{Fi + 2n} \quad \text{et} \quad M_2 = \frac{2Fin^2\alpha}{Fi + 2n} = 2M_1.$$

La charge du condensateur est double de celle du cas précédent.

Quant au rang de l'élément devenu neutre, il est donné par l'équation

$$x - (p' - 1)\alpha = 0, \quad \text{ou} \quad \frac{2n^2\alpha}{2n + Fi} - (p' - 1)\alpha = 0,$$

d'où

$$p' = 1 + \frac{2n^2}{2n + Fi}.$$

On pourrait également calculer M_2 et p' pour le cas où ce serait un élément de rang m et non plus le dernier que l'on mettrait en communication avec le condensateur.

II. — *Théorie par le potentiel.*

L'idée de la nouvelle théorie des phénomènes électrostatiques de la pile a été puisée dans le Cours professé au Collége de France par M. Mascart (1873). C'est pour prononcer entre cette théorie et celle de Biot que tout le présent travail a été entrepris.

Elle repose sur les principes suivants, qui sont presque identiques à ceux d'où était parti Biot, avec cette différence que le sens parfaitement défini cette fois des mots *quantité d'électricité* et *potentiel* rend toute confusion impossible.

Au contact de deux substances hétérogènes quelconques, solides ou liquides, il se produit une différence de potentiel, constante pour les deux mêmes substances, et qui ne dépend ni de leur forme, ni de l'étendue des surfaces en contact, ni de leur état électrique antérieur; elle ne peut changer qu'avec la température.

Considérons maintenant une pile formée des éléments cuivre, zinc et drap mouillé. Désignons par m la différence de potentiel due au con-

tact zinc-cuivre, μ celle du contact zinc-drap mouillé, et μ' cuivre-drap mouillé, ces nombres pouvant avoir des signes quelconques. Le potentiel du zinc inférieur étant v, celui du drap mouillé sera $v+\mu$, celui du cuivre, $v+\mu+\mu'$, et enfin celui du zinc suivant, $v+\mu+\mu'+m$. Le potentiel au sommet de ce nouvel élément est donc $v+\mu+\mu'+m$, celui de l'élément précédent étant v. Sans entrer dans le détail, et quels que soient les signes de μ, μ' et m, on voit donc que la différence de potentiel aux deux extrémités d'un élément de pile est constante et peut être représentée par un nombre $\alpha = m + \mu + \mu'$, qui ne dépend que des substances en contact. Avec ce seul principe, et en appliquant les théorèmes du potentiel, il est facile d'établir la théorie de la pile dans les trois cas étudiés plus haut :

1° *Pile dont un pôle communique avec le sol.* — Dans le couple qui communique avec le sol, l'extrémité inférieure est au potentiel zéro, l'extrémité supérieure au potentiel α; celle du couple suivant aura le potentiel 2α, puisque la différence de potentiel aux deux extrémités d'un couple est indépendante de son état électrique. De même, au sommet de la pile, au $n^{ième}$ couple, le potentiel sera $n\alpha$.

Si l'on met un condensateur de capacité C en relation avec ce pôle, il prendra le même potentiel $n\alpha$, puisque le potentiel est indépendant de la forme et des dimensions du pôle. La charge totale du condensateur sera donc

$$M_0 = Cn\alpha.$$

2° *Pile complétement isolée.* — La pile étant formée de n couples, la différence de potentiel aux deux pôles sera toujours $n\alpha$; mais tout est symétrique par rapport au milieu de la pile, de sorte que, pour des raisons analogues à celles qui ont été données dans la théorie de Biot, le potentiel à l'un des sommets sera $+\frac{n\alpha}{2}$, et à l'autre, $-\frac{n\alpha}{2}$.

Supposons qu'on mette un corps de capacité C en communication avec un des pôles; le potentiel diminue de v sur ce pôle; mais il baisse en même temps de la même quantité sur toute la pile, car la différence de potentiel aux extrémités d'un couple est constante et indépendante de la valeur absolue de ce potentiel. (Ce point sera plus tard démontré directement au moyen d'expériences faites par Peltier, sans aucune idée théorique préconçue.)

On a donc enlevé partout le même potentiel, c'est-à-dire une couche en équilibre d'elle-même. Or c'est là la seule propriété dont on se soit servi pour établir les équations de partage électrique entre des corps conducteurs. Au point de vue du partage électrique, la pile isolée se comporte donc absolument comme un corps conducteur, malgré toute sa complexité [1].

On conçoit dès lors qu'on puisse parler de la *capacité électrique* d'une pile, bien que ce mot ne puisse plus se rapporter à la définition qu'on en a donnée en parlant des corps conducteurs. Pour ces derniers, en effet, la définition de la capacité résultait de celle du potentiel, et de ce fait que le potentiel était constant dans tout l'intérieur du corps, ce qui n'a plus lieu pour la pile.

Le mot *capacité* d'une pile devra donc être compris comme représentant la capacité d'un corps conducteur semblable à la pile proposée, et de dimensions telles que, chargé à un potentiel égal à celui du point touché sur la pile, il abandonne aux corps avec lesquels on le met en relation la même quantité d'électricité que la pile elle-même.

Quant aux dimensions absolues de ce conducteur, du moment que l'équation de partage entre la pile et un corps conducteur s'établit absolument comme pour deux corps conducteurs, on ne voit *a priori* aucune raison pour qu'elles soient différentes de celles de la pile elle-même. Ceci pourrait peut-être être démontré directement par le calcul; mais la vérification expérimentale s'est présentée d'elle-même dans ce travail de la manière suivante :

Soient K la capacité de la pile, définie comme il vient d'être dit; P celle du cylindre conducteur homogène qui aurait mêmes dimensions que la pile, et C la capacité du corps extérieur, avec lequel on les mettra en communication.

Le potentiel au sommet de la pile isolée étant $\frac{n\alpha}{2}$, et baissant de v par suite du contact avec le corps C, ce dernier prend une charge M_1, telle qu'on ait

$$M_1 = \left(\frac{n\alpha}{2} - v\right) C = K v,$$

[1] Voir les *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, séance du 29 juin 1874.

d'où l'on déduit

$$v = \frac{n\alpha}{2}\,\frac{C}{C+K} \quad \text{et} \quad M_1 = \frac{n\alpha}{2}\,\frac{CK}{C+K}.$$

Si, d'autre part, on charge le cylindre conducteur de capacité P, et de mêmes dimensions que la pile, avec une source au potentiel $\frac{n\alpha}{2}$, puis qu'on le mette en communication avec le même corps C que précédemment, ce dernier prendra une charge M'_1 telle, qu'on ait

$$M'_1 = \left(\frac{n\alpha}{2} - v'\right) C = P v',$$

d'où

$$v' = \frac{n\alpha}{2}\,\frac{C}{C+P} \quad \text{et} \quad M'_1 = \frac{n\alpha}{2}\,\frac{CP}{C+P}\ (^1).$$

Si l'expérience donne $M_1 = M'_1$, il faudra en conclure que $K = P$, c'est-à-dire que la capacité d'une pile, telle qu'on l'a définie plus haut, est exprimée par le même nombre que celle d'un cylindre homogène de mêmes dimensions.

Or on trouve plus loin (p. 302) les déviations obtenues en mettant la pile en relation avec l'électromètre, c'est-à-dire la charge M_1 de l'électromètre.

D'autre part, pour déterminer la capacité d'un cylindre, on chargeait ce dernier avec 100 éléments, puis on le mettait en relation avec l'électromètre. De la déviation ainsi obtenue on déduit, par simple proportionnalité, celle qu'on aurait observée si l'on n'avait chargé le cylindre qu'avec n éléments, c'est-à-dire M'_1.

Or ces nombres, résultant d'expériences faites quelquefois à deux ou trois mois de distance, sont rigoureusement concordants, l'écart maximum n'atteignant jamais $\frac{1}{40}$ et rarement $\frac{1}{50}$ de leur valeur.

Dans tout ce qui suivra, nous serons donc en droit de prendre pour

---

(1) Il faut ici n éléments au lieu de $\frac{n}{2}$, car les nombres de la page 302 se rapportent au cas d'une pile d'abord en communication avec le sol; la charge serait alors

$$M_2 = n\alpha\,\frac{CK}{C+K}.$$

capacité de la pile le même nombre que la capacité du cylindre homogène de mêmes dimensions.

Ceci bien établi, revenons au cas qui nous occupe, celui de la pile complétement isolée, de capacité $K = P$, en relation avec un corps C.

Nous venons d'établir que la charge que prend ce dernier est

$$M_1 = \frac{n\alpha}{2}\,\frac{CP}{C+P};$$

mais, pour la pile communiquant avec le sol, on avait

$$M_0 = n\alpha C, \quad \text{donc} \quad M_1 = \frac{M_0}{2}\,\frac{P}{P+C}.$$

Si l'on veut le rang de l'élément devenu neutre, le potentiel au sommet est

$$\frac{n\alpha}{2} - v = \frac{n\alpha}{2}\,\frac{P}{P+C};$$

le potentiel sur le $p^{ième}$ élément en descendant sera donc

$$\frac{n\alpha}{2}\,\frac{P}{P+C} - (p-1)\alpha,$$

ce qui donnera, pour rang de l'élément neutre,

$$p = 1 + \frac{n}{2}\,\frac{P}{P+C}.$$

3° *Pile dont un des pôles a d'abord été en communication avec le sol, puis isolé.* — Le pôle inférieur, d'abord en communication avec le sol, a un potentiel nul; celui du sommet est $n\alpha$. Si on le fait communiquer avec un condensateur, le potentiel sur toute la pile baisse de v'; la pile perd donc une quantité d'électricité Pv'. Le potentiel du sommet et du condensateur étant devenu $n\alpha - v'$, le condensateur a gagné une charge

$$M_2 = C(n\alpha - v') = Pv',$$

d'où

$$v' = n\alpha\,\frac{C}{C+P} \quad \text{et} \quad M_2 = n\alpha\,\frac{PC}{P+C} = 2M_1.$$

Le rang de l'élément neutre sera donné par un raisonnement analogue à celui du cas précédent; il sera

$$p' = 1 + n\frac{P}{P+C}.$$

Le calcul serait tout aussi simple dans les trois cas si, au lieu de réunir le condensateur au dernier élément, on lui faisait toucher un élément d'ordre quelconque.

Nous résumons dans le tableau suivant les formules obtenues par les deux méthodes :

Théorie de Biot.	Théorie du potentiel.
1° *Pile dont un pôle communique avec le sol.*	
Excès au sommet : $n\alpha$.	Potentiel au sommet : $n\alpha$.
Charge du condensateur : $M_0 = Fin\alpha$.	Charge du condensateur : $M_0 = Cn\alpha$.
2° *Pile complétement isolée.*	
Excès au sommet : $\pm\frac{n\alpha}{2}$.	Potentiel au sommet : $\pm\frac{n\alpha}{2}$.
Charge du condensateur : $M_1 = M_0\frac{n}{2n+Fi}$.	Charge du condensateur : $M_1 = \frac{M_0}{2}\frac{P}{P+C}$.
Rang de l'élément neutre : $p = 1 + \frac{n^2}{2n+Fi}$.	Rang de l'élément neutre : $p = 1 + \frac{n}{2}\frac{P}{P+C}$,
3° *Pile en relation avec le sol, puis isolée.*	
Excès au sommet : $n\alpha$.	Excès au sommet : $n\alpha$.
Charge du condensateur : $M_2 = M_0\frac{2n}{2n+Fi} = 2M_1$.	Charge du condensateur : $M_2 = M_0\frac{P}{P+C} = 2M_1$.
Rang de l'élément neutre : $p' = 1 + \frac{2n^2}{2n+Fi}$.	Rang de l'élément neutre : $p' = 1 + n\frac{P}{P+C}$.

Ces deux séries de formules ont de grandes analogies; elles sont cependant incompatibles, au moins dans les deux derniers cas. En effet, elles ne deviendraient identiques que si l'on pouvait poser

$$\frac{C}{P} = \frac{Fi}{2n},$$

ce qui exigerait que la capacité de la pile fût proportionnelle au nombre des éléments ou à sa hauteur : or nous avons vu que la capacité d'un cylindre est bien loin de jouir de cette propriété. De plus, dans la théorie de Biot, la charge du condensateur et la position de l'élément neutre ne semblent pas dépendre de la hauteur des éléments de la pile, pourvu que l'élément terminal reste le même. Dans la théorie du potentiel, au contraire, la hauteur même de la pile a une influence très-grande, puisque c'est un des facteurs de la capacité.

Les deux théories ne sont d'accord que dans un cas, celui de la pile en communication permanente avec le sol. C'est justement le seul cas que l'on ait vérifié expérimentalement. Pour les autres cas, comme les signes électroscopiques que l'on avait tirés de la pile complétement isolée avaient toujours été très-faibles, aucune expérience n'avait été tentée, et l'on avait simplement remarqué que les quantités d'électricité obtenues paraissaient plus faibles que ce qu'indiquaient les formules de Biot.

III. — *Étude expérimentale.*

Le premier fait à vérifier est que la différence de potentiel aux deux extrémités d'un couple est constante et indépendante de l'état électrique du couple. Cela est démontré par cette conséquence, que dans une pile le potentiel au sommet est proportionnel au nombre des éléments. Cependant on trouve dans des expériences de Peltier [1] une démonstration directe de ce fait. Cette démonstration est d'autant plus remarquable que Peltier n'a eu aucune idée de la signification vraie de ses expériences et du calcul qui leur est applicable [2].

---

[1] *Notice sur la vie et les travaux de Peltier*, p. 94.

[2] Cette interprétation des expériences de Peltier est due à M. Mascart.

Il prenait un élément de pile, par exemple de pile sèche, porté par des supports isolants, et dont les deux pôles communiquaient avec les deux plateaux d'un condensateur C. Le plateau supérieur pouvait, en outre, être mis en relation avec un électromètre. Après dix secondes de contact, on rompt les communications, et on mesure la charge du collecteur A. Puis on ramène le plateau condensateur B à l'état neutre, et l'on remet tout en place, en laissant au plateau A la charge qu'il possède. Rompant de nouveau les communications, on obtient pour A une nouvelle charge plus forte que la première, et ainsi de suite.

Soit Q la charge que prend A dans le premier contact; au second contact, cette charge se distribue sur tout l'appareil, et A n'en conserve que mQ, m étant un nombre plus petit que l'unité. Si la différence de potentiel est indépendante de l'état électrique du corps, A prendra dans le second contact une nouvelle charge Q; il possédera donc

$$Q_2 = m Q_1 + Q;$$

après trois contacts,

$$Q_3 = m(mQ + Q) + Q = Q(1 + m + m^2),$$

et après n contacts,

$$Q_n = Q(1 + m + \ldots + m^{n-1}) = Q\frac{1 - m^n}{1 - m}.$$

Les forces dans l'électromètre de Peltier étaient proportionnelles au carré de la charge, on avait donc

$$\sqrt{F_n} = \sqrt{F}\,\frac{1 - m^n}{1 - m} \quad \text{ou} \quad \frac{1 - m}{1 - m^n}\sqrt{F_n} = \text{const.}$$

Les expériences ont été faites par Peltier, mais sans aucune idée théorique; il donne seulement les résultats numériques sans en déduire de conséquences. Ces résultats forment les trois premières colonnes du tableau ci-après; la dernière donne la comparaison des expériences avec le calcul en prenant $m = 0{,}81$.

Nombre de contacts n.	Déviation.	Force correspondante F.	$\sqrt{F_n}\,\frac{1-m}{1-m^n}$	Nombre de contacts n.	Déviation.	Force correspondante F.	$\sqrt{F_n}\,\frac{1-m}{F-m^n}$
1	6°,5	6,5	2,55	8	28°,2	87,4	2,17
2	12,0	15,4	2,16	9	29,2	94,6	2,17
3	16,0	28,5	2,16	10	30,0	101,0	2,17
4	19,5	41,0	2,13	11	30,7	106,6	2,18
5	22,5	53,75	2,14	12	31,3	111,6	2,17
6	25,0	66,5	2,16	13	31,6	114,3	2,16
7	27,0	79,0	2,19				

C'est un fait extrêmement remarquable qu'un tel accord entre des expériences et une théorie qui leur est de beaucoup postérieure.

I. *Pile dont un pôle communique avec le sol.* — Le seul fait à vérifier dans ce cas est que le potentiel au pôle isolé de la pile et la charge qu'y prend un condensateur sont proportionnels au nombre des éléments et indépendants de leurs dimensions.

La première vérification a dû être faite par Coulomb. Biot (1) dit en effet qu'il a ouï dire à Coulomb qu'il avait vérifié cette loi, et qu'elle lui avait paru exacte; mais il n'a été conservé aucune trace de ces expériences.

Les premières expériences ont réellement été faites par Biot (2); il se servait d'un condensateur et de la balance de Coulomb et a établi les points suivants :

1° *La charge au sommet est indépendante de la dimension des éléments.* — Trois piles de vingt couples dont les disques avaient respectivement pour surfaces 1, 3,1 et 153,2 ont donné des charges dans le rapport de 1,07, 1 et 1.

2° *La charge est indépendante de l'étendue des surfaces en contact.* — Deux piles, dans lesquelles l'étendue des parties humides des rondelles de drap était comme 1 et 9, ont donné des charges dans le rapport de 1 à 1,09.

On ne trouve dans Biot aucune trace de mesures indiquant la proportionnalité de la charge au nombre des éléments.

(1) Biot, *Traité de Physique*, p. 480 et suiv. (1816).
(2) *Loco citato.*

Peltier [1] a mesuré la tension (potentiel) au sommet d'une pile, au moyen de dix couples en couronne, isolés sur un gâteau de résine. Il mettait les deux pôles en communication avec les deux plateaux d'un condensateur dont il mesurait la charge, soit avec la balance de torsion, soit avec son électromètre. Il a donné les nombres suivants :

Nombre d'éléments n.	Déviation.	Force correspondante F.	$\frac{F}{n^2}$	Nombre d'éléments n.	Déviation.	Force correspondante F.	$\frac{F}{n^2}$
1	12°,0	15,6	15,6	6	64°,0	536	14,9
2	24,5	61,0	15,2	7	73,0	734	15,0
3	35,0	144,0	16,0	8	83,0	1044	16,3
4	45,0	253,0	15,8	9	93,0	1349	16,6
5	55,5	393,0	15,7	10	103,0	1594	15,9

Le quotient $\frac{F}{n^2}$ étant constant, Peltier en concluait que la tension au sommet était proportionnelle au nombre des couples. Mais ces expériences, données depuis comme contradictoires avec la loi, en sont réellement une excellente vérification. En effet, pour graduer son électromètre, Peltier le mettait en relation avec une balance de torsion dont les deux boules étaient réunies par un fil de platine et de l'acide sulfurique, et ramenées par torsion du micromètre à une distance constante. Dans ces conditions, les deux boules étant en communication métallique, la force est proportionnelle au carré de la charge. La charge du condensateur est donc bien proportionnelle au nombre d'éléments de pile employés à le charger.

Péclet [2], s'appuyant sur la proportionnalité présumée, s'en est servi pour graduer son électroscope. En opérant sur des éléments zinc-fer et peau de chamois humide, il a trouvé les nombres suivants :

n	δ	$\frac{\delta}{n}$	n	δ	$\frac{\delta}{n}$
1	7°	7,0	4	29°	7,25
2	15	7,5	5	39	7,8
3	21	7,0	6	50	8,3

[1] PELTIER, *loc. cit.*, p. 90.
[2] PÉCLET, *Annales de Chimie et de Physique*, t. II; 1841.

Mais, comme il avait également gradué son électromètre par une autre méthode (avec le condensateur multiplicateur), les nombres cités plus haut peuvent être considérés comme une nouvelle vérification de la loi.

Depuis, Kohlrausch [1] et Hankel [2] ont supposé la loi de Biot démontrée, et l'ont employée pour graduer leurs électromètres.

Enfin, tout récemment, M. Branly [3] a repris cette question. Il se servait d'une balance de torsion à miroir, dont les deux boules étaient en communication métallique; les indications de l'appareil étaient donc proportionnelles au carré de la charge. J'extrais de son travail les nombres suivants :

Nombre d'éléments n	Distance angulaire des deux boules.	Torsion.	Carré de la charge q^2	$\frac{q}{n}$
	$7^\circ.31'.20''$	$0''$		
0				
100	7.35.46	533	9,354	3,058
200	7.48.8	2016	37,5	3,061
250	7.56.14	2988	57,53	3,034

Avant de me servir moi-même de cette propriété pour graduer mon électromètre, je l'ai vérifiée avec mon électromètre même, en me maintenant dans des déviations assez petites pour que la proportionnalité de la charge à la déviation fût certaine.

J'ai ainsi obtenu les nombres suivants :

n	δ	$\frac{\delta}{n}$	n	δ	$\frac{\delta}{n}$
10	1,8	1,80	60	11,2	1,86
20	3,7	1,85	70	13,0	1,85
30	5,5	1,83	80	14,8	1,85
40	7,4	1,85	90	16,7	1,85
50	9,3	1,86	100	18,5	1,85

L'ensemble de toutes les expériences vérifie donc à la fois les deux théories pour ce premier cas.

---

(1) KOHLRAUSCH, *Poggendorff's Annalen*, t. LXXXII; 1851.
(2) HANKEL, *Poggendorff's Annalen*, t. CXV; 1862.
(3) *Annales de l'École Normale supérieure*, 2e série, t. II, p. 603.

II. *Pile complétement isolée.* — Aucune expérience, à ma connaissance, n'a été faite sur des piles complétement isolées. Les recherches peuvent porter sur deux points : 1° charge d'un condensateur; 2° recherches de l'élément neutre, et elles devraient être faites sur une pile ayant toujours été isolée, et sur une pile d'abord en communication avec le sol, puis isolée; mais il est presque impossible d'opérer avec une pile complétement isolée : pour la monter, il faut toucher les éléments, c'est-à-dire les mettre en communication avec le sol. Il faut alors un temps considérable pour être sûr que la déperdition a ramené la distribution à ce qu'elle devrait être si la pile avait toujours été isolée. Enfin, dès que la pile a servi une fois, sa distribution électrique a changé, et l'on ne peut plus, de longtemps, faire une seconde expérience. On pourrait encore, au lieu d'attendre que la déperdition ait ramené sur la pile une distribution normale, mettre un instant le milieu de la pile en communication avec le sol; mais cela supposerait, dans les deux moitiés de la pile, une identité sur laquelle il est impossible de compter. Je n'ai donc opéré, généralement, que sur des piles d'abord en communication avec le sol, puis isolées, en déterminant la charge qu'elles donnent un instant après leur isolement, soit à un condensateur, soit directement à l'électromètre.

J'ai cependant vérifié que la pile, complétement isolée, donne une charge deux fois moindre que la pile qui a été un instant en communication avec le sol. La pile, ayant été montée pendant une demi-journée, a donné à l'électromètre une charge représentée par une déviation de 5,1. La même pile, un instant après, a été mise en communication avec le sol par son pôle inférieur, puis isolée; le pôle supérieur a donné une déviation 10,4, quantité double de la précédente, ainsi que le veulent les deux théories exposées plus haut.

La pile qui m'a servi est une pile à colonne de Volta, dont les disques avaient $2^c,95$ de rayon; les disques de drap ou de papier à filtre étaient imbibés d'eau filtrée ordinaire. La pile reposait sur trois pieds de verre, vernis à la gomme laque, et terminés par trois petites tiges de cire d'Espagne. Un des pôles de la pile était en communication permanente avec le sol, afin d'avoir toujours une distribution bien constante ; on ne rompait la communication qu'au moment même de faire l'expérience, qui consistait à mettre l'autre pôle en communication

lointaine, par un fil très-fin, soit avec le condensateur, soit avec l'électromètre même. Si l'on se servait du condensateur, on en déterminait ensuite la charge en le mettant en communication lointaine avec l'électromètre, et en appliquant la règle des partages électriques.

D'après la théorie de Biot, la quantité d'électricité que la pile isolée peut donner à un condensateur ou à l'électromètre varie avec les dimensions du dernier élément de la pile, mais est indépendante, par exemple, de la hauteur totale de la pile, de l'épaisseur des disques de drap. Il n'en est plus de même dans la théorie du potentiel, où cette épaisseur change la hauteur totale de la pile, et, par suite, sa capacité.

Les expériences ont été faites avec une pile de 40 éléments, montée d'abord avec des rondelles de drap, ce qui donnait à la pile une hauteur de $24^c,9$, puis avec des rondelles de papier à filtre, ce qui réduisait la hauteur à $21^c,4$. Dans les deux cas, la pile non isolée donnait la même déviation (71,0) à l'électromètre; en relation un instant avec le sol. puis isolée, la première a donné une déviation de 10,35, la seconde de 9,35.

Au point de vue qualitatif, cette expérience seule suffit pour décider entre les deux théories.

Une comparaison exacte a été faite des résultats donnés par l'expérience avec ceux de la théorie du potentiel. On a fait varier autant que possible la capacité de la pile, soit en remplaçant les rondelles de drap par du papier, soit, au contraire, en superposant plusieurs disques de cuivre à un même disque de zinc, de façon à augmenter beaucoup la hauteur de la pile sans changer le nombre des éléments. On observait la déviation obtenue, soit en mettant cette pile directement en relation avec l'électromètre, soit en s'en servant pour charger un condensateur, et déterminant la charge de celui-ci. Connaissant les capacités de l'électromètre, de la pile et du condensateur, on pouvait calculer la valeur de cette même déviation, au moyen des formules établies plus haut, et dans lesquelles tous les éléments sont connus, et comparer ainsi l'expérience à la théorie.

Parmi toutes les expériences, il me suffira de citer les suivantes :

1° *Pile en relation directe avec l'électromètre.*

Nombre d'éléments n.	Hauteur h.	Capacité P.	Pile non isolée. — Déviation δ_0.	Pile isolée. — Déviation δ_1.	Rapport $\frac{\delta_0}{\delta_1}$ observé.	Rapport $\frac{\delta_0}{\delta_1}$ calculé.
	cm					
10	6,15	3,57	15,0	1,3	11,5	12,7
20	12,45	4,83	35,5	3,8	9,35	9,60
30	18,90	5,89	53,5	6,6	8,11	8,06
40	21,40	6,27	71,0	9,35	7,60	7,60
40	24,90	6,82	71,0	10,35	6,90	7,12
40	25,0	6,84	75,0	10,35	7,24	7,08
60	38,4	8,60	112,5	19,0	5,92	5,80

2° *Pile en relation avec un condensateur.*

Condensateur. Rayon r.	Condensateur. Épaisseur d'air e	Pile. Nombre d'éléments n.	Pile. Hauteur h.	Capacité P.	Pile non isolée. — Déviation δ_0.	Pile isolée. — Déviation δ_2.	Rapport $\frac{\delta_0}{\delta_2}$ observé.	Rapport $\frac{\delta_0}{\delta_2}$ calculé.
	mm		cm					
4,90	3,543	20	12,8	4,89	43,2	2,6	16,6	16,1
»	»	20	20,0	6,07	»	3,3	14,0	13,5
»	»	20	30,0	7,60	»	3,9	11,1	11,3
4,90	10,629	20	12,8	4,89	41,3	2,70	15,5	15,84
»	7,086	»	»	»	»	2,75	15,1	15,6
»	3,543	»	»	»	»	2,65	15,6	16,1
4,90	10,63	40	24,7	6,80	82,2	6,6	12,4	12,96
»	7,086	»	»	»	»	6,6	12,4	12,60
»	3,543	»	»	»	»	6,8	12,0	12,37
9,15	1,803	40	25,0	6,84	75,0	2,9	25,9	25,02
»	3,543	»	»	»	»	4,3	17,5	18,06
»	7,086	»	»	»	»	5,2	14,4	13,97
»	24,21	»	»	»	»	6,1	12,3	12,15
9,15	1,803	60	38,6	8,65	112,5	5,4	20,8	20,04
»	3,543	»	»	»	»	7,5	15,0	14,58
»	7,086	»	»	»	»	9,5	11,8	11,46
»	24,21	»	»	»	»	11,0	10,2	10,21

Malgré les déterminations de toutes sortes qu'il a fallu faire pour calculer δ_2 (détermination de la capacité de l'électromètre, de la pile, du condensateur), l'accord entre la théorie et les expériences est aussi complet que possible, puisque la plus grande erreur relative est de $\frac{1}{30}$.

On voit qu'il serait inexact de dire que les signes électroscopiques que donne la pile isolée sont très-faibles : dans quelques-unes des expériences ci-dessus, la déviation donnée par la pile complétement isolée a atteint le $\frac{1}{7}$ et le $\frac{1}{6}$ de celle de la pile communiquant avec le sol. Elle serait la moitié si l'on construisait une pile de dimensions telles, que sa capacité fût égale à celle de l'électromètre ; au moyen de la formule qui donne la capacité d'un cylindre, il serait facile de déterminer *a priori* ces dimensions.

2° *Recherche de l'élément neutre.* — Pour rechercher la position de l'élément neutre, on faisait communiquer un instant le pôle inférieur avec le sol; puis, immédiatement après, on réunissait le pôle supérieur avec un condensateur. On touchait alors, avec le fil de l'électromètre, un élément de rang déterminé. On observait alors, en général, une déviation. On recommençait de la même façon, jusqu'à ce qu'on fût arrivé à un élément qui ne donnât pas de déviation à l'électromètre, ou que les déviations données par deux éléments consécutifs fussent de signes contraires. La seule précaution à prendre était, avant chaque essai, de remettre un instant la pile en communication avec le sol, pour rétablir la distribution normale.

Les expériences ont été faites successivement avec les deux condensateurs, et ont donné les résultats suivants :

1° *Condensateur de rayon* $r = 4,9$.

Épaisseur d'air *e*.	Capacité du condensateur C.	Nombre d'éléments *n*.	Hauteur *h*.	Capacité de la pile P.	Rang de l'élément neutre observé.	Rang de l'élément neutre calculé.
mm 3,543	24,50	20	cm 12,8	4,89	5	4,33
7,086	10,40	»	»	»	6	7,4
10,629	9,05	»	»	»	7	8,0
3,543	24,50	40	24,7	6,80	11	9,7
7,086	10,40	»	»	»	15-16	16,8
10,629	9,05	»	»	»	17	18,1

Condensateur de rayon $r = 9,15$.

Épaisseur d'air e.	Capacité du condensateur C.	Nombre d'éléments n.	Hauteur h	Capacité de la pile P.	Rang de l'élément neutre observé.	Rang de l'élément neutre calculé.
mm			cm			
1,803	120,0	40	25,0	6,82	3	3,15
3,543	70,9	»	»	»	5	4,51
7,086	39,8	»	»	»	6	6,85
24,21	21,2	»	»	»	12	10,8
1,803	120,0	60	38,6	8,65	5	5,03
3,543	70,9	»	»	»	8	7,52
7,086	39,8	»	»	»	12	11,7
24,21	21,2	»	»	»	19-20	18,4

L'accord est encore aussi complet qu'il est possible pour des déterminations aussi compliquées.

J'espère que ces expériences paraîtront une vérification suffisante de la théorie du potentiel, et je serais heureux si elles pouvaient contribuer, pour leur faible part, à répandre une théorie qui a pour elle l'avantage de l'exactitude et de la simplicité.

Qu'il me soit permis, en terminant, d'adresser tous mes remercîments à mon maître, M. Mascart, sous l'inspiration de qui ce travail a été entrepris, et dont les bienveillants conseils ne m'ont jamais fait défaut.