



ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I

www.sciencedirect.com



Géométrie différentielle

Forme semi-locale des feuilletages legendriens

*Semi-local form of Legendrian foliations*Saâdi Benabbés^a, Camille Laurent-Gengoux^b, Zobida Souici-Benhammadi^a^a Département de mathématiques, Faculté des sciences, Université Badji Mokhtar, Annaba, Algérie^b Institut Élie-Cartan de Lorraine, Université de Lorraine, Metz, France

I N F O A R T I C L E

Historique de l'article :

Reçu le 23 novembre 2014

Accepté après révision le 25 juillet 2015

Disponible sur Internet le 12 octobre 2015

Présenté par Charles-Michel Marle

R É S U M É

Nous donnons une forme canonique semi-locale pour les feuilletages legendriens sur une variété de contact. Ce résultat généralise une forme canonique locale donnée par Libermann et Pang au voisinage d'une sous-variété de Legendre transverse, et est à mettre en parallèle avec un résultat semi-local de Weinstein dans le cas symplectique. Au cours de la démonstration, nous introduisons une classe de cohomologie qui mesure l'obstruction à rendre plat un feuilletage en modifiant la forme de contact.

© 2015 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

A B S T R A C T

We describe a semi-local canonical form for Legendrian foliations on contact manifolds in the neighbourhood of a Legendrian submanifold. This result generalizes local results by Libermann and Pang on Legendrian foliations on contact manifolds, and is analogous to a semi-local result by Weinstein in the symplectic case. For the proof, we introduce and use a class of cohomology that obstructs the possibility to make a Legendrian foliation flat.

© 2015 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Abridged English version

Weinstein [7] proved that a neighbourhood of a Lagrangian submanifold transverse to a given Lagrangian foliation is symplectomorphic to the cotangent bundle of that transverse manifold. Under this isomorphism, the leaves of the Lagrangian foliation correspond to the fibres of the cotangent bundle. The cotangent bundle is therefore the unique semi-local model for Lagrangian foliations in a neighbourhood of a submanifold which is Lagrangian and transverse. For contact manifolds, what correspond to Lagrangian foliations (resp. submanifolds) are Legendrian foliations (resp. submanifolds). Libermann [4] and Pang [6] have established that, for a Legendrian submanifold transverse to a Legendrian foliation and the Reeb vector field (see Equation (1)), the local model is the jet bundle. There is however, a function that comes into the picture and whose failure of being constant measures the non-flatness of the initial foliation. The purpose of the present note is to describe the semi-local model in this same very context.

Adresses e-mail : saadibenabbesfr@yahoo.fr (S. Benabbés), camille.laurent-gengoux@univ-lorraine.fr (C. Laurent-Gengoux), zbenhamadi2000@yahoo.fr (Z. Souici-Benhammadi).

<http://dx.doi.org/10.1016/j.crma.2015.08.004>

1631-073X/© 2015 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Our work is mainly based on ideas and results by Libermann [4], but it adds to them a new cohomological idea (which is, in some sense, implicit in [4]). More precisely, we construct a class of cohomology that obstructs the possibility to gauge the contact form by multiplication by a non-zero function in order to make it flat – i.e. such that the flow of the Reeb field preserves the foliation. In the neighbourhood of a Legendrian submanifold transverse to both the Legendrian foliation and the Reeb vector field (see Equation (1)), this obstruction class is zero, and therefore allows to gauge the contact form to find a simplified semi-local model, then to “un-gauge” it to find the semi-local model for the initial contact form.

In short, there are two main results in this paper. The first one states that, on a contact manifold (M, θ) equipped with a Legendrian foliation, there is a class in the H^1 of functions constant on the leaves of \mathcal{F} which vanishes if and only if there is a nowhere vanishing function F such that \mathcal{F} is flat with respect to the contact form $F\theta$. The second one is the following:

Theorem 0.1. *Let (M, θ) be a contact manifold equipped with a Legendrian foliation \mathcal{F} . Any Legendrian submanifold N of M transverse to \mathcal{F} and the Reeb vector field, i.e. such that, for all $n \in N$:*

$$T_n N \oplus T_n \mathcal{F} \oplus \mathbb{R} \eta_n = T_n M, \tag{1}$$

with η being the Reeb vector field, admits a neighbourhood diffeomorphic to a neighbourhood of the zero section in the space of jets, namely $T^*N \times \mathbb{R} \rightarrow N$, through a diffeomorphism that maps N to the zero section, that maps \mathcal{F} to the fibres of the projection $T^*N \times \mathbb{R} \rightarrow N \times \mathbb{R}$ and maps θ to a 1-form of the form $Hdt + \lambda$ with H a function that never vanishes in a neighbourhood of the zero section, t the coordinate on \mathbb{R} and λ the Liouville form on T^*N .

1. Introduction

Soit (M, θ) une variété de contact [1,5] de dimension $2n + 1$. On appelle *feuilletage legendrien* un feuilletage \mathcal{F} dont les feuilles sont des sous-variétés de dimension n telles que, en tout point $m \in M$, l’espace tangent $T_m \mathcal{F}$ à la feuille passant par m est compris dans le noyau de θ .

De même que toute variété symplectique de dimension $2n$ admet localement des coordonnées de Darboux, dont le modèle local est un voisinage de la section nulle dans $T^*\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ munie de la forme canonique $\sum_{i=1}^n dq_i \wedge dp_i$, il est bien connu [1] que toute variété de contact a pour modèle local le fibré des jets, c’est-à-dire un voisinage de la section nulle dans $T^*\mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$, munie de la forme canonique $dt + \sum_{i=1}^n p_i dq_i$. Dans le cas symplectique, lorsqu’un feuilletage lagrangien est donné, ce difféomorphisme local peut être choisi de sorte que le feuilletage se transporte sur les fibres de la projection canonique $T^*\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$. Y. Pang [6] et particulièrement P. Libermann [4] démontrèrent que, dans le cas d’une variété de contact munie d’un feuilletage legendrien, ce feuilletage legendrien peut aussi être transporté sur les fibres de la projection canonique $T^*\mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$. Dans ce cas néanmoins, l’expression de la forme de contact ne peut pas être totalement simplifiée, et on obtient seulement qu’elle est de la forme :

$$Hdt + \sum_{i=1}^n p_i dq_i \tag{2}$$

où H est une fonction qui dépend en général de toutes les variables $p_1, q_1, \dots, p_n, q_n, t$ et ne s’annule en aucun point d’un voisinage de la section nulle.

Dans le cas symplectique, ces théorèmes locaux ont été généralisés en des théorèmes semi-locaux, c’est-à-dire valables au voisinage d’une sous-variété N lagrangienne transverse à un feuilletage lagrangien, par Weinstein [7]. Dans cette note, nous proposons un analogue semi-local en géométrie de contact au voisinage d’une sous-variété de Legendre N transverse à la fois au feuilletage legendrien et au champ de Reeb (voir équation (3)).

Notre idée consiste à se ramener au cas plat, c’est-à-dire au cas où la fonction H qui apparaît dans (2) peut être choisie constante – ce qui revient à supposer que le feuilletage legendrien est préservé par le champ de Reeb. Un feuilletage legendrien \mathcal{F} n’est évidemment pas toujours plat, mais si l’on s’autorise à multiplier la forme de contact par une fonction qui ne s’annule jamais, on peut, localement, rendre \mathcal{F} plat. Une classe de cohomologie, qui se trouve dans une cohomologie naturellement associée au feuilletage, va donner une obstruction à la possibilité de faire cette opération globalement. Il se trouve qu’au voisinage d’une sous-variété de Legendre qui satisfait la condition de transversalité (3), cette classe d’obstruction s’annule, ce qui permet la simplification.

Notre résultat semi-global diffère de celui obtenu par Pang [6] sur les feuilletages legendriens. Celui-ci en effet obtient des résultats semi-globaux, voire globaux, mais en considérant le cas où les feuilles sont compactes et simplement connexes, ce qui ne peut jamais être lorsqu’on se place au voisinage d’une sous-variété transverse au sens de l’équation (3). Nous aimerions enfin faire remarquer que passer par la symplectification ne donne pas une démonstration évidente du résultat.

2. Une obstruction à la platitude des feuilletages legendriens

Soit (M, θ) une variété de contact de dimension $2n + 1$, et η son champ de Reeb. On munit (M, θ) d’un feuilletage legendrien \mathcal{F} . On dit que \mathcal{F} est *plat pour θ* si la forme fondamentale définie par Y. Pang [6] ; ainsi :

$$-i_\eta \mathcal{L}_X \mathcal{L}_Y \theta = \iota_{[X, \eta]} \wedge Y d\theta \quad \text{pour tous champs de vecteurs } X, Y \text{ tangents à } \mathcal{F}$$

est nulle (notons que cette notion correspond à la notion de feuilletage ω -complet chez [4]). Plus simplement, ainsi qu'il découle¹ des propositions 2.4, 2.6 et du corollaire 2.10 de P. Libermann [4], le feuilletage legendrien \mathcal{F} est plat pour θ si et seulement si le flot du champ de Reeb η préserve \mathcal{F} .

On dira qu'un feuilletage legendrien \mathcal{F} sur une variété de contact (M, θ) est *applatissable* s'il existe une fonction $f \in C^\infty(M, \mathbb{R}^*)$ telle que \mathcal{F} soit plat pour la forme de contact $f\theta$. Notons que si une telle fonction existe, on peut la choisir strictement positive. Nous allons dans cette section caractériser en termes cohomologiques les feuilletages legendriens applatissables. Commençons par un lemme :

Lemme 2.1. *Soit N une variété et soit H une fonction, définie dans un voisinage de N dans $T^*N \times \mathbb{R}$, qui ne s'annule jamais. Il existe un voisinage de N dans $T^*N \times \mathbb{R}$ sur lequel :*

- (i) $Hdt + \lambda$ est une forme de contact (ici λ désigne la forme de Liouville sur T^*N),
- (ii) l'application m_H de $T^*N \times \mathbb{R} \rightarrow T^*N \times \mathbb{R}$ définie par

$$(\alpha, t) \mapsto (H\alpha, t) \text{ pour tous } \alpha \in T^*M, t \in \mathbb{R},$$

est un difféomorphisme sur son image,

- (iii) et ce difféomorphisme échange les formes de contact $H(dt + \lambda)$ et $((m_H^{-1})^*H)dt + \lambda$.

Preuve. Soit $x = (x_1, \dots, x_n)$ un système de coordonnées locales sur $\mathcal{U} \subset N$. Soient p_1, \dots, p_n les coordonnées duales sur le $T^*\mathcal{U}$, de sorte que $(x_1, \dots, x_n, p_1, \dots, p_n, t)$ forme un système de coordonnées sur $\mathcal{U} \times \mathbb{R}$. Le premier point de ce lemme se démontre soit par un calcul direct en coordonnées locales, soit par le théorème 3.3 dans [4]. Le second point vient de ce que, dans ces coordonnées, m_H s'écrit :

$$(x_1, \dots, x_n, p_1, \dots, p_n, t) \mapsto (x_1, \dots, x_n, H(x, p, t) p_1, \dots, H(x, p, t) p_n, t),$$

et de ce que la différentielle de cette application est un multiple de l'identité en tout point où $p_i = 0$ pour tout $i \in \{1, \dots, n\}$, le coefficient de multiplication étant $H(x, 0, t)$. Le dernier point vient de ce que le tiré en arrière de $H(x, p, t)(dt + \sum_{i=1}^n p_i dx_i)$ par m_H est $H(x, \frac{p}{H(x,p,t)}, t)dt + \sum_{i=1}^n p_i dx_i$, comme un calcul direct le montre.

Proposition 2.2. *Soit (M, θ) une variété de contact.*

- (i) *Tout feuilletage legendrien est localement applatissable.*
- (ii) *Soit \mathcal{F} un feuilletage legendrien plat pour θ et $f \in C^\infty(M, \mathbb{R}^*)$. Le feuilletage \mathcal{F} est plat pour $f\theta$ si et seulement si f est constant sur les feuilles du feuilletage \mathcal{F} .*

Preuve. Le premier point de cette proposition découle du troisième point du lemme 2.1 et du théorème 3.3 dans [4]. Pour le second point, il est connu (voir par exemple Libermann–Marle [5]) que, pour toute fonction $f \in C^\infty(M, \mathbb{R}_+^*)$, $f\theta$ est encore une forme de contact et que son champ de Reeb est $\frac{\eta}{f} + \mathcal{X}_{\ln(f)}$, où $\mathcal{X}_{\ln(f)}$ est le champ hamiltonien de $\ln(f)$.

Nous allons construire une classe dans le premier espace de cohomologie du faisceau des fonctions constantes sur les feuilles du feuilletage \mathcal{F} , faisceau que l'on notera encore \mathcal{F} et dont les sections sur un ouvert $\mathcal{U} \subset M$ seront notées $\mathcal{F}_{\mathcal{U}}$.

Par le premier point de la proposition 2.2, il existe un recouvrement $(\mathcal{U}_i)_{i \in I}$ de M et, pour chaque indice $i \in I$, une fonction $f_i \in C^\infty(\mathcal{U}_i, \mathbb{R}_+)$ telle que $\mathcal{F}|_{\mathcal{U}_i}$ soit plat pour $f_i\theta$. Quitte à remplacer f_i par $-f_i$, on peut supposer que ces fonctions sont strictement positives.

Pour toute paire d'indice $(i, j) \in I^2$, la fonction $f_{ij} := f_i/f_j$ est telle que \mathcal{F} est à la fois plat pour la forme de contact $f_i\theta$ et pour la forme de contact $f_j\theta = f_{ij}f_i\theta$. Le second point de la proposition 2.2 implique que $f_{ij} \in \mathcal{F}_{\mathcal{U}_{ij}}$, et donc que $\ln(f_{ij}) \in \mathcal{F}_{\mathcal{U}_{ij}}$. Cette dernière famille de fonctions vérifie évidemment :

$$\ln(f_{ij}) + \ln(f_{jk}) + \ln(f_{ki}) = \ln(f_i) - \ln(f_j) + \ln(f_j) - \ln(f_k) + \ln(f_k) - \ln(f_i) = 0$$

et donc définit une classe dans le premier espace de cohomologie $H^1(\mathcal{F})$ du faisceau \mathcal{F} , classe que l'on notera $[\text{Obs}(\theta, \mathcal{F})]$.

Théorème 2.3. *Soit (M, θ, \mathcal{F}) une variété de contact munie d'un feuilletage legendrien \mathcal{F} . La classe $[\text{Obs}(\theta, \mathcal{F})] \in H^1(\mathcal{F})$ est bien définie² et vérifie $[\text{Obs}(\theta, \mathcal{F})] = [\text{Obs}(F\theta, \mathcal{F})]$ pour toute fonction $F \in C^\infty(M, \mathbb{R}^*)$. De plus, les points suivants sont équivalents :*

- (i) $[\text{Obs}(\theta, \mathcal{F})] = 0$,
- (ii) le feuilletage \mathcal{F} est applatissable.

¹ Résultat qui fut ensuite redémontré dans [2], lemme 4.2. Voir aussi [3].

² Autrement dit, ne dépend pas des choix faits lors de sa construction.

Preuve. Le second point de la proposition 2.2 implique qu'un autre choix des fonctions f_i ci-dessus serait de la forme $h_i f_i$, où les fonctions h_i appartiennent à $\mathcal{F}_{\mathcal{U}_i}$, ce qui revient à remplacer $\ln(f_{ij})$ par $\ln(f_{ij}) + \ln(h_i) - \ln(h_j)$, autrement dit à ajouter un cobord.

De plus $[Obs(\theta, \mathcal{F})] = 0$ si et seulement s'il existe un recouvrement \mathcal{U}_i et des fonctions h_i appartenant à $\mathcal{F}_{\mathcal{U}_i}$ telles que $\ln(f_{ij}) + \ln(h_i) - \ln(h_j) = 0$. Pour tout indice i , les formes locales $h_i \theta$ se recollent en une forme de contact globalement définie sur M et le feuilletage est plat pour cette forme. La réciproque est évidente.

Soit N une sous-variété d'une variété de contact munie d'un feuilletage legendrien \mathcal{F} . On dit que N est une sous-variété transverse au feuilletage legendrien \mathcal{F} et au champ de Reeb si pour tout $n \in N$:

$$T_n N \oplus T_n \mathcal{F}_n \oplus \mathbb{R} \eta_n = T_n M \tag{3}$$

où η_n est la valeur en n du champ de Reeb η et \mathcal{F}_n la feuille de \mathcal{F} passant par n . Des considérations cohomologiques générales et le théorème 2.3 impliquent le résultat suivant.

Corollaire 2.4. Soit (M, θ, \mathcal{F}) une variété de contact munie d'un feuilletage legendrien \mathcal{F} . Toute sous-variété N transverse au feuilletage \mathcal{F} et au champ de Reeb (au sens donné par (3)) admet un voisinage \mathcal{V} auquel la restriction du feuilletage \mathcal{F} est applatissable.

Preuve. Ce corollaire vient tout simplement de ce qu'il existe un voisinage \mathcal{V} de N sur lequel $H^1(\mathcal{F}) = 0$. Ceci vient à son tour de ce qu'il existe un voisinage de $N \times \{0\}$ dans $N \times \mathbb{R}$ tel que l'image de l'application $N \times \mathbb{R} \rightarrow M$ définie par $(n, t) = \varphi_t(n)$ (φ_t étant le flot du champ de Reeb) est une sous-variété N' transverse au feuilletage \mathcal{F} et donc un voisinage \mathcal{V} de N dans M sur lequel le feuilletage \mathcal{F} définit une fibration sur N' dont les fibres sont, topologiquement, des boules ouvertes. Sur cet ouvert \mathcal{V} , le groupe de cohomologie $H^1(\mathcal{V}, \mathcal{F})$ est isomorphe au H^1 du faisceau des fonctions lisses sur N' , lequel est nul. Le théorème 2.3 permet alors de conclure.

3. Forme semi-locale des feuilletages legendriens plats

Nous donnons maintenant un résultat semi-local dans le cas plat.

Proposition 3.1. Soit (M, θ) une variété de contact munie d'un feuilletage legendrien plat. Toute sous-variété de Legendre N transverse au feuilletage \mathcal{F} et au champ de Reeb³ admet un voisinage difféomorphe à un voisinage de la section nulle dans l'espace des jets $T^*N \times \mathbb{R}$ par un difféomorphisme qui

- (i) échange N et la section nulle de $T^*N \times \mathbb{R} \rightarrow N$,
- (ii) échange \mathcal{F} et les fibres de la projection $T^*N \times \mathbb{R} \rightarrow N \times \mathbb{R}$,
- (iii) échange la forme θ et la 1-forme $dt + \lambda$, où λ est la forme de Liouville sur T^*N .

Preuve. Quitte à se restreindre à un voisinage \mathcal{V} de N dans M , on peut supposer que l'union $N_{\mathcal{F}}$ des feuilles de $\mathcal{F}|_{\mathcal{V}}$ qui rencontrent N est une sous-variété (de dimension $2n$) de $\mathcal{V} \subset M$. La forme $d\theta$, restreinte à $N_{\mathcal{F}}$, est symplectique. Pour cette forme $\omega := d\theta|_{N_{\mathcal{F}}}$, le feuilletage \mathcal{F} est un feuilletage lagrangien et N est une sous-variété lagrangienne. Par un théorème de Weinstein, il existe un voisinage de $p(N)$ dans $N_{\mathcal{F}}$ isomorphe, via un difféomorphisme Ψ , à un voisinage de la section nulle dans T^*N , difféomorphisme qui échange ω et la 2-forme canonique du cotangent, que l'on note encore ω , et qui échange la restriction de \mathcal{F} à $N_{\mathcal{F}}$ avec les fibres de la projection $T^*N \rightarrow N$.

Comme le champ de Reeb n'est en aucun point tangent à la sous-variété $\mathcal{N}_{\mathcal{F}}$ et conserve le feuilletage, l'application $\Phi : T^*N \times \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{V}$ définie par :

$$(\alpha, t) \mapsto \phi_t(\Psi(\alpha)),$$

où ϕ_t est le flot du champ de Reeb, est un difféomorphisme d'un voisinage \mathcal{W} de la section nulle dans l'espace des jets $T^*N \times \mathbb{R} \rightarrow N$ dans un voisinage de N dans M , que l'on appellera encore \mathcal{V} .

Montrons que ce difféomorphisme Φ convient. Ce pour quoi il suffit de démontrer que $\theta' = \Phi^* \theta$ coïncide avec $dt + \lambda$, les conditions (i) et (ii) étant vérifiées par construction.

Commençons par établir quelques propriétés. Comme Φ échange le champ de Reeb η avec le champ de vecteur $\frac{\partial}{\partial t}$, ce dernier est le champ de Reeb de θ' , ce qui implique :

$$i_{\frac{\partial}{\partial t}} \theta' = 1 \text{ et } \mathcal{L}_{\frac{\partial}{\partial t}} \theta' = 0. \tag{4}$$

Comme la restriction à $T^*N \times \{0\}$ de $d\theta'$ coïncide avec la forme symplectique canonique de cet espace, les relations (4) impliquent la relation suivante :

³ Cf. équation (3).

$$d\theta' = d\lambda. \quad (5)$$

Comme la section nulle et les fibres de la projection sont des sous-variétés de Legendre, on a aussi :

$$\theta'|_N = 0 \text{ et } \theta'|_F = 0 \text{ pour toute fibre } F \text{ de la projection canonique.} \quad (6)$$

Montrons que ces propriétés impliquent que θ' coïncide avec $dt + \lambda$, ce qui complètera la preuve de (iii). La partie gauche de (4) implique que $\theta' = dt + \mu_t$ où μ_t est, pour tout t , une 1-forme sur T^*N . La partie droite de (4) implique que cette 1-forme ne dépend en fait pas de t . On la note par μ . Par (5), la 1-forme $\theta' - \lambda - dt = \mu - \lambda$ vérifie $d(\mu - \lambda) = 0$. Ceci implique que, localement, $d(\mu - \lambda) = dg$ pour une certaine fonction g qui ne dépend pas de t . La partie gauche de (6) implique que g est constante le long des fibres de la projection canonique, et provient donc d'une fonction h sur N . La partie droite de (6) implique alors que cette fonction h est à son tour constante, et donc que $\mu = \lambda$, ce qui implique (iii) et achève la démonstration du théorème.

4. Forme semi-locale des feuilletages legendrien : cas général

Soit (M, θ, \mathcal{F}) une variété de contact munie d'un feuilletage legendrien, et N une sous-variété de Legendre transverse au feuilletage \mathcal{F} et au champ de Reeb. Le corollaire 2.4 implique qu'il existe une fonction $f \in C^\infty(M, \mathbb{R}_+)$ telle que \mathcal{F} est plat pour $f\theta$, pourvu que l'on se restreigne à un voisinage suffisamment petit de N . Par la proposition 3.1, il existe un difféomorphisme Φ de variétés de Legendre entre un voisinage \mathcal{U} fde N dans M et un voisinage de la section nulle $(T^*N \times \mathbb{R}) \rightarrow N$ qui envoie \mathcal{F} sur le feuilletage naturel donné par la projection $T^*N \times \mathbb{R} \rightarrow N \times \mathbb{R}$ et $f\theta$ sur la forme de contact naturelle $dt + \lambda$. En conséquence, Φ envoie la forme de contact θ sur $F(dt + \lambda)$, où $F = \Phi^*f$ est une fonction qui ne s'annule jamais sur un voisinage de la section nulle. Le lemme 2.1 donne alors le théorème suivant :

Théorème 4.1. *Soit (M, θ) une variété de contact munie d'un feuilletage legendrien. Toute sous-variété de Legendre N transverse au feuilletage \mathcal{F} et au champ de Reeb ⁴ admet un voisinage difféomorphe à un voisinage de la section nulle dans l'espace des jets $T^*N \times \mathbb{R} \rightarrow N$ par un difféomorphisme qui*

- (i) échange N et la section nulle de $T^*N \times \mathbb{R} \rightarrow N$,
- (ii) échange \mathcal{F} et les fibres de la projection $T^*N \times \mathbb{R} \rightarrow N \times \mathbb{R}$,
- (iii) échange la forme θ et la 1-forme $Hdt + \lambda$, où H est une fonction sur $T^*N \times \mathbb{R}$ qui ne s'annule jamais sur un voisinage de la section nulle et où λ est la forme de Liouville sur T^*N .

Références

- [1] D.E. Blair, *Geometry of Contact and Symplectic Manifolds*, Prog. Math., vol. 203, 2010.
- [2] N. Jayne, *Contact metric structures and Legendre foliations*, N.Z. J. Math. 27 (1998) 49–65.
- [3] N. Jayne, *A note on the sectional curvature of Legendre foliations*, Yokohama Math. J. 41 (1994) 153–161.
- [4] P. Libermann, *Legendre foliations on contact manifolds*, Differ. Geom. Appl. 1 (1991) 57–76.
- [5] P. Libermann, C.M. Marle, *Géométrie symplectique, bases théoriques de la mécanique*, Publications mathématiques de l'université Paris-7, 1987.
- [6] M.Y. Pang, *The structures of Legendrian foliations*, Trans. Amer. Math. Soc. 320 (1990) 417–455.
- [7] A. Weinstein, *Symplectic manifolds and their Lagrangian submanifolds*, Adv. Math. 71 (1971) 329–346.

⁴ Ce qui signifie, on le rappelle, que l'équation (3) est satisfaite.