

THÈSES DE L'ENTRE-DEUX-GUERRES

ROBERT GENTY

Méthode nouvelle de navigation astronomique aérienne

Thèses de l'entre-deux-guerres, 1944

http://www.numdam.org/item?id=THESE_1944__263__1_0

L'accès aux archives de la série « Thèses de l'entre-deux-guerres » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Thèse numérisée dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*
<http://www.numdam.org/>

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen M. Paul MONTEL

PROFESSEURS

Charles PEREZ .	T	Zoologie.	CROZE	T	Physique théorique et physique céleste.
Paul MONTEL ..	T	Théorie des fonctions.	DUPONT	T	Théories chimiques.
L. BLARINGHEM	T	Botanique.	VALIRON	T	Calcul différentiel et calcul intégral.
G. JULIA	T	Analyse supérieure et algèbre supérieure.	BARRABÉ		Géologie structurale et géologie appliquée.
C. MAUGUIN ...	T	Minéralogie.	F. PERRIN		Théories physiques.
A. DENJOY	T	Géométrie supérieure.	VAVON	T	Analyse et mesures chimiques.
L. LUTAUD	T	Géographie physique et géologie dynamique.	G. DARMOIS ...	T	Mathématiques générales.
G. BRUHAT	T	Physique.	CHATTON	T	Biologie maritime.
E. DARMOIS ...	T	Enseignement de physique.	AUBEL		Chimie biologique.
A. DEBIERNE ..	T	Électronique et radioactivité.	Jacques BOURCART.		Géographie physique et géologie dynamique.
L. DUNOYER ..	T	Chimie physique.	M ^{me} JOLIOT-CURIE..		Physique générale et radioactivité.
M. JAVILLIER ..	T	Chimie biologique.	PLANTEFOL ...	T	Botanique.
Henri VILLAT ..	T	Mécanique des fluides et applications.	CABANNES	T	Recherches physiques.
Ch. JACOB	T	Géologie.	GRASSÉ	T	Zoologie (évolution des êtres organisés).
P. PASCAL	T	Chimie générale.	PRÉVOST		Chimie organique.
M. FRÉCHET ...	T	Calcul des probabilités et physique mathématique.	BOULIGAND ...		Mathématiques.
E. ESCLANGON.	T	Astronomie.	CHAUDRON		Chimie.
H. BÉGHIN	T	Mécanique physique et expérimentale.	WYART		Minéralogie.
Foch	T	Mécanique expérimentale des fluides.	TEISSIER		Zoologie.
PAUTHENIER ..	T	Électrotechnique générale.	MANGENOT		Biologie végétale (P.C.B.).
DE BROGLIE ...	T	Théories physiques.	P. AUGER		Physique.
CHRÉTIEN		Optique appliquée.	MONNIER		Physiologie générale.
PRENANT	T	Anatomie et histologie comparée.	PIVETEAU		Géologie.
COMBES	T	Physiologie végétale.	ROCART		Physique.
GARNIER	T	Application de l'analyse à la géométrie.	H. CARTAN		Calcul différentiel.
PÉRÈS	T	Mécanique rationnelle.	SCHAEFFER	T	Physiologie générale.
HACKSPILL	T	Chimie minérale.	LAFFITTE		Chimie (P.C.B.).
TOUSSAINT		Technique aéronautique.	LERAY		Mécanique théorique des fluides.
M. CURIE		Physique (P.C.B.).	FAVART		Calcul des probabilités et physique-mathématique.
G. RIBAUD	T	Hautes températures.	COULOMB	T	Physique du globe.
CHAZY	T	Mécanique analytique.	M ^{lle} COUSIN ...		Biologie animale (P.C.B.).
GAULT	T	Chimie (P.C.B.).			

Secrétaire Ch. MONIER

Je rends ici hommage

à la mémoire du grand savant que fut

M. FABRY,

Membre de l'Institut

Professeur honoraire à la Faculté des Sciences de Paris

qui voulut bien présider le jury de ma soutenance.

A Monsieur ESCLANGON,
Membre de l'Institut
Professeur honoraire à la Faculté des Sciences de Paris

Hommage de profond respect et de reconnaissance.

A Monsieur PÉRÈS,
Membre de l'Institut
Professeur à la Faculté des Sciences de Paris

Hommage de profond respect.

A Monsieur Donatien COT,
Ingénieur Hydrographe Général de la Marine (C. R.)
Membre de l'Institut
Membre du Bureau des Longitudes

Hommage de profond respect et de reconnaissance.

A Monsieur Joseph ROOS,
Ingénieur Général Militaire de l'Air

En gage de respectueuse amitié.

A Monsieur ARNULF,
Maître de Conférences
à la Faculté des Sciences de Paris

Hommage respectueux et reconnaissant.

A Monsieur Paul BARBIER,
Professeur de Physique

En souvenir reconnaissant.

A mes parents et à ma sœur.

TABLE DES MATIÈRES

	<u>Pages</u>
INTRODUCTION	1
HISTORIQUE	3
MÉTHODES DE NAVIGATION MARITIME	8
Cercles de hauteur	9
Méthode des droites de hauteur	9
Méthode de Lalande ou point horaire	10
Méthode de Borda	11
Méthode de Marcq	12
Remarques générales	14
Approximation du point astronomique	14
MÉTHODES DE NAVIGATION SPÉCIFIQUEMENT AÉRONAUTIQUE	19
Méthode des courbes Weems	19
Méthode Brill	23
Méthode Kahn	25
Règle Bygrave	26
Carnet Bertin	28
Calculateur de point astronomique Bastien-Morin, type 12	30
Abaques de hauteur et d'azimut Bastien S.T.Aé, type 10	32
Tables A.N.T.	35
Tables de Cornet et d'Ageton	37
MÉTHODE NOUVELLE DE POINT ASTRONOMIQUE	39
Etude critique de la méthode	41
Détermination des conditions favorables pour l'application optimum de la méthode	43
Tableau des résultats précédents relatifs aux circonstances favorables à l'application de la méthode et conclusion	48
Importance de la correction d'azimut due au mouvement diurne de l'astre circumpolaire de référence	49
Calcul de l'erreur sur l'azimut de l'astre circumpolaire entraînée par l'erreur sur φ et G estimés	54

	Pages
Détermination des graphiques pour le calcul rapide de la correction d'azimut..	57
Tableau des corrections d'azimut de l'Etoile Polaire	58
Graphique des corrections d'azimut : Etoile Polaire	59
Tableau des corrections d'azimut de β Hydre Mâle	61
Graphiques des corrections d'azimut β Hydre Mâle	62
PROCÉDÉS DE RÉOLUTION RAPIDE DE L'ÉQUATION FONDAMENTALE DE LA MÉTHODE..	63
Établissement des abaques et des tables de calcul	63
Tables de calcul	69
SEXTANT DE HAUTEUR ET D'AZIMUT.....	75
Sextants aéronautiques divers	75
Sextant de hauteur et d'azimut (modèle 42)	76
Méthode d'observation	83
Critique de l'instrument	84
OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES	88
Premier train de mesures	88
Conclusion	100
Vérification	101
Deuxième train de mesures	104
Conclusion	111
Exemple d'utilisation de la table de point	112
Sextant de hauteur et d'azimut (modèle 44)	117
Troisième train de mesures	124
CONCLUSION	169
BIBLIOGRAPHIE	170



INTRODUCTION

Le présent travail a pour but la mise en œuvre d'une méthode nouvelle de navigation astronomique. Cette méthode, en effet, a été très rarement employée en géodésie et n'a jamais été utilisée en navigation astronomique.

Les méthodes de navigation astronomique découlent toutes, jusqu'à présent, de l'artifice suivant : « Le navigateur se suppose en un point donné de la terre dont il connaît les coordonnées : longitude et latitude. Il déduit, de cette position et de l'heure, les éléments mesurables d'un astre, hauteur et azimut. Il compare, en particulier, la hauteur ainsi calculée avec celle qu'il mesure à l'aide d'un sextant, par exemple. C'est cette mesure de l'erreur commise qui lui permet de rectifier la position erronée en laquelle il se supposait situé. Cette mesure lui permet, en effet, de tracer sur la carte la portion de la droite de hauteur qui constitue un des lieux géométriques des points où il peut se trouver. L'opération répétée donne un deuxième lieu qui coupe le premier au point exact.

« Cette méthode générale a conduit à l'élaboration des trois méthodes connues sous le nom de : méthode de Lalande, méthode de Borda, méthode de Marcq que nous verrons, en détail, dans le courant du texte. Ces trois méthodes exigent donc au moins deux observations successives, deux calculs complets de hauteur et d'azimut et deux tracés sur la carte, autant d'opérations difficiles à exécuter pour le navigateur qu'il soit maritime ou aérien. »

Nous avons pensé à remplacer les deux mesures successives par une mesure double, les deux calculs par un seul, et à supprimer les deux tracés, ce qui réduit sensiblement la durée de l'observation d'une part, et rend plus rapide l'obtention du résultat d'autre part, résultat qu'on obtient d'ailleurs, non par un pointé sur la carte mais directement, par les coordonnées numériques en latitude et longitude.

HISTORIQUE

Les plus anciens navigateurs connus de nous sont les Egyptiens, les Crétois, les Phéniciens et les Hellènes.

Les anciens pratiquaient normalement la navigation en Méditerranée mais en général ils ne se hasardaient pas assez loin des côtes pour les perdre de vue, excepté dans des cas très particuliers où des repères au départ leur permettaient de se diriger suffisamment pour franchir de petits espaces au large.

Les Phéniciens, les premiers, tentèrent et réussirent le tour de l'Afrique en passant par la Mer Rouge et en revenant par Gibraltar vers l'an 600, avant J.-C. Ce voyage dura quatre ans, mais ne fut pas renouvelé de longtemps et il est vraisemblable que ces navigateurs ne perdirent pas sensiblement les côtes de vue au cours de ce périple, utilisant le mode de navigation consistant à voguer vers un point en vue appelé en aviation « le cheminement ».

Les Carthaginois suivirent les Phéniciens dans ces tentatives maritimes et, vers l'an 300, avant J.-C., des marins méditerranéens atteignirent très probablement la Norvège, tandis que d'autres — partis également de la Méditerranée — s'en allaient jusque dans le Golfe Persique.

Au début de notre ère, les voyages maritimes étaient devenus chose courante et la navigation, pour aussi primitive qu'elle était, avait acquis des bases simplistes mais certaines qui tenaient compte des phénomènes météorologiques périodiques et également de certains phénomènes simples astronomiques. C'est ainsi que les points cardinaux, repérés grâce au mouvement du soleil, avaient reçu des noms : « Euros », Est ; « Notos », Sud ; « Zephiros », Ouest et « Boreas », Nord.

Il est évident que des bases aussi fragiles que la connaissance des vents saisonniers et la définition si grossière des directions, ne permettaient pas de s'aventurer sur la mer en dehors des périodes de beau temps correspondant à la belle saison. Bien vite les navigateurs sentirent le besoin de repères visibles et dans les cas où ils étaient conduits à perdre la terre de vue, se mirent à utiliser les astres : le soleil pendant le jour, les étoiles pendant la nuit. Plus près de nous dans le temps, d'ailleurs, les peuplades maritimes de l'Océanie utilisaient des repères semblables pour leur navigation. Mais, tenant compte des connaissances profondes des anciens en matière d'astronomie, on peut imaginer que, sans que la position des astres ait pu permettre aux Grecs et aux Egyptiens de se situer exactement, elle pouvait les aider notablement dans la recherche de

la direction à suivre. Les grandes constellations comme Cassiopée, Pégase, la Grande Ourse, Orion, les Gémeaux étaient parmi les plus usitées. Cependant, la quasi-obligation de suivre la côte constituait pour les navigateurs une sujétion considérable qui, non seulement, allongeait le parcours, mais encore les contraignait à fréquenter des lieux en général peu propices à la navigation, du fait de la présence de récifs, de hauts fonds et de difficultés de tous ordres.

La phase qui suivit correspondit à une amélioration très nette des procédés de navigation qui reçurent pour base la boussole, permettant de conserver une direction constante pour aller d'un point à un autre. Ce procédé de navigation fut rendu possible par l'établissement de cartes maritimes, dont les premières utilisables remontent à Henri le Navigateur au xv^e siècle. C'est également à cette époque que se placent les premiers essais de navigation astronomique avec son sens actuel. Dès le ix^e siècle, les Arabes calculaient, grâce à la hauteur d'un astre mesurée dans le méridien, la latitude du lieu où ils se trouvaient. Ils employaient à cet effet l'astrolabe, dû à HIPPARQUE.

Cependant, c'est vers le xv^e siècle que ces procédés de navigation astronomique furent le plus en honneur. Notons tout de suite que les résultats de ces mesures étaient très incertains. L'erreur possible allait jusqu'à 2°, ce qui n'incitait pas le navigateur à les utiliser, surtout à proximité des côtes. En ce qui concerne les longitudes, les garde-temps que possédaient les navigateurs de cette époque ne leur permettaient absolument pas de conserver l'heure avec suffisamment de précision pour les calculer.

Les grands courants de navigation maritime s'étaient pourtant établis de façon permanente, et la nécessité d'une plus grande précision dans la navigation se faisait justement sentir. Aussi vers la fin du xv^e siècle s'ouvrit à Dieppe, l'« Ecole d'Hydrographie » qui devait former des marins avertis de tous les moyens de navigation utilisables. Cette même école était également chargée de la tenue à jour des documents maritimes, grâce aux renseignements que lui apportaient des navigateurs divers. C'est ainsi que furent établies les cartes dites « Routiers de mer », base solide de la navigation. Les routiers n'étaient cependant que des images bien imparfaites représentant, tant bien que mal, les accidents de la côte. C'était plus des croquis que des cartes à proprement parler. Les auteurs y mettaient le maximum de détails possibles mais n'avaient aucune prétention, relativement à la construction mathématique de ces cartes. C'est vers le milieu du xv^e siècle que des cartes, d'un nouveau type, virent le jour dans les milieux maritimes. Elles étaient dues au flamand KREMER — en allemand KAUFMANN — plus connu sous le nom latin de MERCATOR. Cette carte permettait le tracé facile des routes loxodromiques, puisqu'elle représente ces courbes par des droites.

La navigation astronomique ne faisait toujours pas de grands progrès, mais le problème de l'heure allait trouver bientôt sa solution dans la création de montres de bonne qualité. Gemma LEFRISON, astronome allemand, notait au début du xv^e siècle la construction de ces montres, et cependant MORIN, astronome français, disait un siècle plus tard que c'était folie de songer à construire une horloge à longitude.

L'observation de phénomènes astronomiques en deux lieux différents à la même heure, permet de situer les longitudes de quelques points mais ne constituait pas une méthode générale.

TYCHO-BRAHÉ, KEPLER ensuite, avaient tenté d'utiliser la différence angulaire entre la lune et une étoile, pour calculer les longitudes. La méthode fut reprise et perfectionnée par l'astronome MORIN sus-nommé. Une commission de savants et de marins fut créée par RICHELIEU pour en faire l'examen. La conclusion fut que la méthode, correcte en théorie, était inapplicable en pratique, pour les raisons suivantes : les tables de la lune n'étaient pas assez exactes et les instruments d'observation trop peu précis. Le problème restait donc à peu près entier.

Pendant, les efforts effectués dans le but de résoudre le problème des longitudes furent développés : PHILIPPE III d'Espagne, les Etats Généraux de Hollande mirent au concours le « secret des longitudes ». Ce problème décevait tellement les gens qui s'y attaquaient que le Père FOURNIER, dans son traité d'hydrographie de 1645, déclarait que : « si l'incertitude de la position réelle du navire devient trop grande, le mieux est de mettre sa confiance dans le saint patron du navire ».

Le problème de la latitude était résolu, un peu plus facilement qu'au siècle précédent, grâce à des instruments plus légers que l'astrolabe et qui, tous, étaient basés sur le même principe, à savoir qu'il s'agissait d'un curseur coulissant sur une règle graduée en degrés. Les observations se faisaient, en plaçant l'œil à l'une des extrémités de la règle et en faisant tangenter l'horizon à la partie inférieure du curseur et l'astre à sa partie supérieure. Ces instruments portaient les noms d'arbalète, d'arbalestrille, de bâton de Jacob ou de rayon astronomique.

C'est encore au xvi^e siècle que le loch prit naissance. On entend par là, l'instrument qui sert à mesurer la vitesse des bateaux. Avec cet instrument, la carte de Mercator et la boussole, les marins avaient à leur disposition un ensemble d'appareils qui leur permettait de pratiquer la navigation à l'estime, où le point est connu par la direction suivie et la distance parcourue.

Toutefois, ces perfectionnements avaient été un peu rapides et les marins n'avaient guère pu se tenir au courant du progrès. Pour parer, dans une certaine mesure, à ce défaut, on avait distingué dans les hommes de mer, le commandant du navire appelé « capitaine » et le navigateur appelé « pilote ». Celui-ci avait passé les examens qui devaient l'habilitier à exercer sa science, mais en réalité ces pilotes n'étaient, jusqu'au xvii^e siècle, que fort peu instruits et il n'était pas rare qu'ils fissent des erreurs de 20° en latitude. Cette ignorance jeta longtemps le discrédit sur la navigation, dite scientifique, basée sur l'estime et les observations astronomiques de latitude.

La recherche de la longitude, qui restait toujours sans solution, avait amené les navigateurs à adopter une méthode de navigation qui, d'ailleurs, est toujours utilisée et qui s'appelle « l'atterrissage en latitude ». Ils repéraient la latitude de l'endroit où ils voulaient toucher la terre, naviguaient jusqu'à ce

qu'ils atteignissent le parallèle considéré, puis n'avaient plus qu'à faire route à l'est ou à l'ouest, pour atteindre la terre.

Tout au cours du XVIII^e siècle les naufrages et les accidents dus à l'erreur commise sur la longitude, furent de plus en plus nombreux à mesure que la navigation se développait. En effet, à la connaissance erronée de leur position propre, les navigateurs ajoutaient la connaissance inexacte de la position des îles et accidents de la côte; c'est ainsi que l'île de Sainte-Hélène fut dédoublée pendant longtemps, l'île de l'Ascension également. Sur des cartes de 1800, on trouvait trois archipels Galapagos, situés sur le même parallèle.

Nous avons vu plus haut que le seul écueil véritable à la résolution du problème de la longitude était la difficulté de réaliser des montres, dont les variations fussent suffisamment faibles pour conserver le temps pendant plusieurs semaines; en effet, nous savons que la seconde de temps vaut 15" d'arc, c'est-à-dire à l'équateur, 1/4 de mille marin. Les meilleures montres du XVII^e siècle avaient des variations de l'ordre de 5 secondes par jour. Nous voyons qu'au bout d'un mois, la position d'un navire sur l'équateur serait fautive de 40 milles marins environ, avec un tel instrument.

Dès le début du XVIII^e siècle, l'Angleterre s'était émue de cet état de chose qui la touchait d'extrêmement près, étant donnée sa grande activité maritime. Le « Board of Longitudes » fut créé, qui offrit des prix magnifiques à qui construirait un chronomètre suffisamment précis. Le prix était de 20 000 livres sterling si le chronomètre permettait de calculer la longitude à un 1/2 degré près. Ce prix fut discerné, en 1775, pour un chronomètre construit par un charpentier du Yorkshire, John HARRISON et qui avait été expérimenté à bord du vaisseau de Cook, lors de son deuxième voyage dans le Pacifique. Le navigateur Cook avait été enthousiasmé par l'emploi de cet instrument. Dès lors, les perfectionnements se multiplièrent, en France particulièrement, et la longitude put être déterminée de façon suffisante pour permettre une navigation sûre.

C'est également au début du XVIII^e siècle que NEWTON mit au point l'« octant », invention qui ne fut connue qu'après la mort du grand savant. L'octant avait été créé pour pallier la difficulté de lecture qu'imposait l'arbalète, étant donnés les mouvements de roulis et de tangage du navire et également pour améliorer la précision de lecture qu'on amena à une ou deux minutes de degré près. Le premier appareil fut construit par l'anglais HADLEY. Ensuite, le sextant succéda normalement à l'octant et, dès lors les navigateurs eurent à leur disposition les instruments classiques qu'ils ont encore pour la résolution du problème du point estimé, de celui du point astronomique et également du problème de la navigation en vue des côtes, effectuée :

- grâce au sextant : point par segment capable;
- grâce au compas : point par relèvement;
- ou, sans instrument : point par alignement.

C'est dans le courant du XIX^e siècle que les méthodes actuelles de navigation astronomique furent créées et appliquées : méthodes de Lalande, de Borda,

de Marcq Saint-Hilaire Auparavant, en effet, on se contentait toujours des calculs de latitude à l'aide de hauteurs méridiennes, ce qui limitait beaucoup le champ d'action de la navigation astronomique

Depuis lors, il n'a pas été apporté de perfectionnement notable aux méthodes de point astronomique, l'effort des navigateurs ayant surtout porté, ces dernières années, sur le sondage acoustique pour la navigation côtière, et la radiogoniométrie pour la navigation hauturière.

MÉTHODES DE NAVIGATION MARITIME

De l'observation simultanée de deux astres, on peut déduire la position d'un lieu, si on connaît l'heure de l'observation et les déclinaisons et ascensions droites des deux astres. En effet, de l'heure de l'observation et de la connaissance des ascensions droites, on tire les angles au pôle \hat{P} et \hat{P}' de chacun des deux astres et les deux triangles sphériques de position donnent (*fig. 1*).

Pour le premier astre :

$$\sin h = \sin \varphi \sin D + \cos \varphi \cos D \cos P,$$

et pour le second :

$$\sin h' = \sin \varphi \sin D' + \cos \varphi \cos D' \cos P'.$$

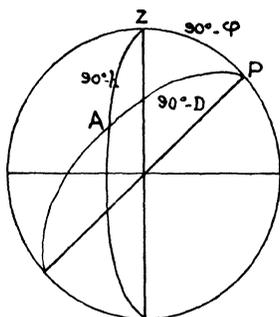


Fig. 1

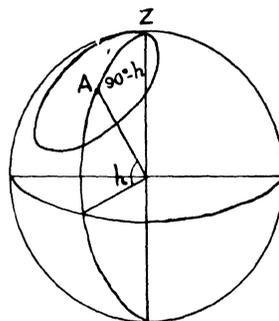


Fig. 2

Or, \hat{P} et \hat{P}' s'expriment en fonction de G , la longitude du lieu d'observation. En effet, on a :

$$\hat{P} \text{ ou } 24 - \hat{P} = Tm_p + ARc - ARa - G,$$

et :

$$\hat{P}' \text{ ou } 24 - \hat{P}' = Tm_p + ARc - ARa' - G.$$

Les deux relations précédentes constituent alors un système de deux équations à deux inconnues φ et G . Il suffit de le résoudre, pour avoir les coordonnées du point de l'observation.

Mais cette résolution est très longue; aussi, pratiquement, ne se sert-on jamais de ce procédé.

Les méthodes les plus en honneur, dans la marine, en ce qui concerne la navigation astronomique, sont les méthodes dites de droites de hauteur.

Nous allons donc résumer rapidement les éléments nécessaires à la compréhension de ces méthodes, sans qu'il soit besoin de se reporter à un ouvrage spécialisé.

CERCLES DE HAUTEUR (fig. 2)

On appelle cercle de hauteur d'un astre le lieu des points d'où l'on voit cet astre sous une même hauteur. Le centre de ce cercle, sur la sphère céleste, est la position de l'astre lui-même et le rayon sphérique du cercle est égal au complément de la hauteur mesurée. Si donc, à un instant donné, on a la possibilité de déterminer le centre du cercle, c'est-à-dire de placer l'astre en position sur la sphère céleste, on pourra, après avoir mesuré la hauteur de l'astre, tracer sur cette sphère le cercle de hauteur.

Or, placer un astre sur la sphère céleste en position est chose possible, si l'on connaît l'angle horaire de l'astre par exemple et sa déclinaison, données qu'on trouve dans les éphémérides nautiques ou aéronautiques :

- pour la première, à l'aide d'une addition;
- pour la deuxième, directement.

Si nous disposons de deux mesures de hauteur d'un astre, nous pouvons tracer deux cercles de hauteur qui se coupent en deux points, dont l'un est à rejeter, *a priori*, comme étant trop éloigné de la position probable, et dont l'autre donne le point exact.

MÉTHODE DES DROITES DE HAUTEUR (fig. 3)

Les cercles de hauteur sont représentés dans les projections de Mercator par des courbes transcendentes. Etant données les échelles employées normalement dans l'établissement de ces cartes, les portions de projection de cercles

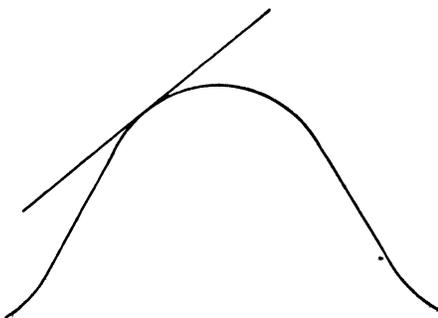


Fig. 3

de hauteur intéressés par une carte, sont toujours de suffisamment faibles dimensions pour pouvoir être assimilables à leur tangente en l'un de leur

point, par conséquent à une droite. C'est cette droite que l'on appelle « droite de hauteur ».

Comme nous l'avons vu plus haut, le point exact donné par l'intersection des deux cercles de hauteur, peut donc être connu sur la carte par l'intersection des deux tangentes à ces deux cercles en ce point. Le problème revient alors, à tracer ces deux tangentes, c'est-à-dire ces deux droites de hauteur.

C'est dans la résolution de ce problème que réside la différence entre les trois méthodes sus-indiquées dites de Lalande, de Borda et de Marq.

MÉTHODE DE LALANDE OU POINT HORAIRE (fig. 4)

Supposons que nous ayons à notre disposition une sphère céleste et que nous ayons pu, grâce aux données trouvées dans les tables : angle horaire de l'astre et déclinaison, placer le centre A du cercle de hauteur, c'est-à-dire la projection de l'astre sur cette sphère. Supposons, d'autre part, que le point calculé Z_e , par les données de l'estime : vitesse et route suivie, soit également connu et placé sur la sphère précédente. Le point Z' d'intersection du parallèle du point estimé avec le cercle de hauteur, à condition de choisir comme point d'intersection le plus proche des deux du point estimé, est choisi comme point de base pour la construction de la droite de hauteur. Il est en effet facile de calculer, en ce point, l'azimut de l'astre et de tracer ainsi la droite de hauteur perpendiculaire à la direction de l'astre et passant par ce point. Ce point de base est appelé « déterminatif » et porte le nom, dans ce cas particulier, de « point déterminatif Lalande ». Ses coordonnées sont facilement calculables. En effet, dans le triangle PZ'A on écrit :

$$\sin^2 \frac{P'}{2} = \frac{\cos S \sin (S - h_v)}{\cos \varphi_e \sin \Delta} \quad (\text{formule de Borda}),$$

avec :

$$2 S = \Delta + \varphi_e + h_v \quad \text{et} \quad \Delta = 90^\circ - D$$

Le défaut de cette méthode est de ne pas être générale. En effet, en gardant les mêmes conventions de signe que plus haut, nous allons montrer que la distance m du point exact Z , situé évidemment sur le cercle de hauteur considéré, au point déterminatif Lalande Z' , peut prendre des valeurs très élevées dans certains cas, rendant ainsi tout à fait imprécise la détermination du point exact, puisqu'aussi bien on n'a plus le droit, à ce moment, de confondre la tangente avec la projection du cercle de hauteur (fig. 5). Le triangle $ZZ'a$, qui peut être considéré comme rectiligne en première approximation, donne :

$$m = \frac{Za}{\sin Z'}$$

Remarquons que Za est l'erreur sur l'estime, en latitude, et que \widehat{Z}' est égal à l'azimut de l'astre.

La limite supérieure de Za est l'erreur que l'on peut commettre sur l'estime. D'autre part, \widehat{Z}' variant de 0 à 360°, la valeur absolue de son sinus est comprise entre 0 et 1, la distance m est donc minimum pour $\widehat{Z}' = 90^\circ$, nous verrons plus loin que nous retombons, dans ce cas, sur la méthode Marq, et elle est infinie pour $\widehat{Z}' = 0$. On admet qu'à partir de $\widehat{Z}' = 30^\circ$, la méthode ne présente plus d'intérêt; à ce moment-là, en effet, la valeur de m vaut deux fois l'erreur sur l'estime.

La méthode Lalande n'était donc appliquée que si l'azimut de l'astre était compris entre 30 et 150°, d'une part, ou entre 210 et 330°, d'autre part. La méthode Lalande est complètement abandonnée aujourd'hui.

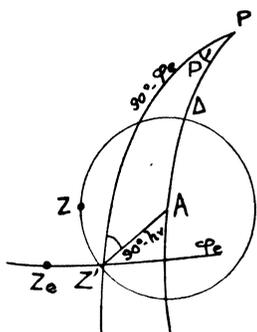


Fig. 4

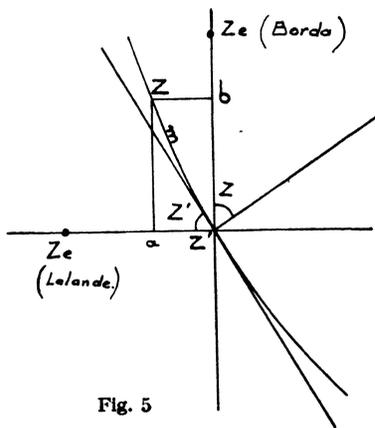


Fig. 5

MÉTHODE DE BORDA (fig. 6)

Au lieu d'utiliser, comme point déterminatif, l'intersection du parallèle du point estimé et du cercle de hauteur, on peut avoir recours au point d'intersection du méridien et de ce cercle, en choisissant toujours le point d'intersection le plus proche du point estimé.

Soit Z_e , le point estimé, et Z' , le point d'intersection qui sera le point déterminatif; dans le triangle $PZ'A$, on peut écrire :

$$\sin h_v = \sin \varphi' \sin D + \cos \varphi' \cos D \cos P_e.$$

En rendant la formule calculable par logarithmes, on obtient :

$$\sin (\varphi' + \alpha) = \frac{\sin h_v \cos \alpha}{\sin D}$$

avec :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\cos P_e}{\operatorname{tg} D}.$$

On peut donc calculer φ' .

L'amiral MARCQ DE SAINT-HILAIRE a établi et exposé pour la première fois, en 1875, la méthode qui suit pour placer la droite de hauteur à partir du point estimé. Il a choisi, comme point déterminatif, le point d'intersection du grand cercle de la sphère céleste passant par le point estimé et le centre du cercle de hauteur, avec ce cercle de hauteur. Il y a évidemment deux points d'intersection desquels on choisit celui qui est le plus près du point estimé. La portion de grand cercle $Z_e A$, comprenant le point d'intersection Z' , est perpendiculaire sur le cercle de hauteur. Nous pouvons noter, tout de suite, que cette portion d'arc de grand cercle fait, avec le méridien de Z_e , un angle égal à l'azimut estimé de l'astre. Il est donc facile de se rendre compte de la méthode employée, pour placer la droite de hauteur sur la carte. Il suffit, en effet, de porter, à partir du point estimé, une portion de droite faisant avec le nord un angle égal à l'azimut estimé et de prendre sur cette droite, à partir du point estimé, une longueur égale à $Z_e Z'$. En Z' , on élève la perpendiculaire à $Z_e Z'$ qui est la droite de hauteur cherchée.

Le calcul de $Z_e Z'$ est très simple. En effet, on peut remarquer que la distance sphérique $Z_e A$ vaut $90^\circ - h_e$ et la distance sphérique $Z' A$ vaut $90^\circ - h_v$.

Or, $Z_e Z'$ est égal à $Z_e A - Z' A$ et, par conséquent, à :

$$(90^\circ - h_e) - (90^\circ - h_v) = h_v - h_e.$$

Si l'on compte cette différence, que l'on appelle « intercept », en minutes d'angle, on peut porter cette distance immédiatement sur la carte à l'échelle, en milles marins, la mesure en minutes d'angle étant la même que la mesure en milles marins. La hauteur vraie h_v est mesurée au sextant par l'observateur. Il faut donc calculer la hauteur estimée et l'azimut estimé. La hauteur estimée est calculée par la formule fondamentale :

$$\sin h_e = \sin \varphi \sin D + \cos \varphi \cos D \cos P.$$

L'azimut \widehat{Z}_e se calcule, le plus souvent, par la formule :

$$\sin Z_e = \frac{\cos D}{\cos h_e} \times \sin P.$$

Cependant, cette formule qui donne l'angle par son sinus ne permet pas de choisir entre les deux solutions possibles \widehat{Z}_e et $180^\circ - \widehat{Z}_e$.

On a donc souvent recours à la formule suivante, qui lève le doute dans tous les cas, qui s'écrira :

$$\cos^2 \frac{Z_e}{2} = \frac{\cos S \cos (S - \Delta)}{\cos \varphi_e \cos h_e} \quad (\text{formule des cosinus})$$

avec :

$$2 S = \Delta + \varphi_e + h_e \quad \text{et} \quad \Delta = 90^\circ - D.$$

REMARQUES GÉNÉRALES

Remarquons que ce point estimé, qui ne sert que de base pour la construction de la droite de hauteur, dans les trois méthodes précitées, peut être plus ou moins erroné, sans que cela ait une influence sensible sur la position de la droite en hauteur. Aussi, peut-on le prendre de façon fictive, en un point de la carte quelconque, pour les commodités diverses. Il porte alors le nom de « point auxiliaire ».

APPROXIMATION DU POINT ASTRONOMIQUE

Le point déterminatif Marcq est connu, grâce à $h_v - h_e$. Or, h_v est déduit de la hauteur observée et, par conséquent, affecté d'une erreur dh_v .

D'autre part, h_e est calculé par la formule :

$$\sin h_e = \sin \varphi_e \sin D + \cos \varphi_e \cos D \cos P$$

avec :

$$\hat{P} \text{ ou } 24^h - \hat{P} = Tm_p + ARc - ARa - G_e$$

Tm_p , étant l'heure civile de Greenwich, de l'observation.

Des quantités entrant dans cette expression, seuls φ_e et G_e sont connus exactement. Cependant, D , ARc et ARa , peuvent être calculés de façon très approchée dans les tables. On néglige les erreurs ainsi commises, fonction de l'heure de l'observation. La seule erreur qui subsiste est donc due à la connaissance de cette heure elle-même qui se reporte intégralement sur l'angle au pôle de l'astre.

Nous allons considérer, l'une après l'autre, les erreurs :

1° Sur h_v ;

2° Sur h_e ,

que déterminent d'une part, pour la première, l'observation et, d'autre part, pour la seconde, la lecture de l'heure.

1° h_v (*fig. 8*).

L'erreur dh_v , due au défaut de l'observation et à l'inexactitude de l'instrument, se reporte en vraie grandeur, à condition d'être mesurée en minutes, sur la valeur de l'intercept $h_v - h_e$. Il en résulte que, partant d'un point estimé Z_e donné, la droite de hauteur E sera comprise dans une bande limitée par deux droites perpendiculaires à la direction estimée de l'astre et distantes chacune de la quantité dh_v du point déterminatif porté sur la carte d'après le calcul de $h_v - h_e$. L'erreur dh_v , à la mer, est au minimum de 2 à 3 minutes, pour les hauteurs d'étoile. La bande peut donc atteindre une largeur variant

de 4 à 10 milles marins. Nous verrons, quand nous traiterons du point astronomique aérien que, l'ordre de grandeur de dh_v étant de 5 minutes, la largeur de la bande sera d'environ 10 milles marins également.

Les données de l'estime, qui ont permis de placer le point Z_e , sont entachées d'erreurs qui se traduisent par une incertitude sur la position de Z_e , qui correspond à une zone circulaire ayant pour centre Z_e et pour rayon e milles marins, quantité tenant compte des éléments suivants :

1° L'erreur sur le cap et sur la vitesse donne une incertitude comprise entre $\frac{1}{16}$ de la distance parcourue, depuis le dernier point exact, et $\frac{1}{8}$ de cette même distance, suivant l'état beau ou mauvais du temps ;

2° L'erreur sur le courant s'ajoute à ces valeurs. Cette erreur est mesurée en pourcentage de la valeur du courant. La valeur absolue est donc fonction du temps écoulé depuis le dernier point exact.

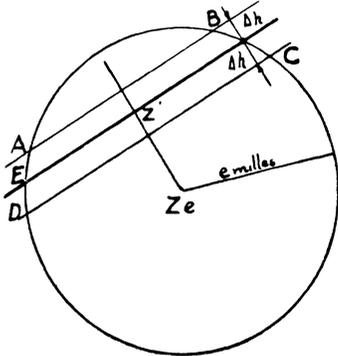


Fig. 8

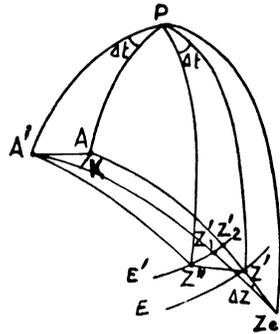


Fig. 9

L'ensemble de ces quantités, s'ajoutant entre elles, donne la valeur absolue e du rayon du cercle d'erreur cherché, cercle que l'on peut ainsi tracer à partir de Z_e comme centre.

Nous voyons donc que le navire se trouve alors certainement dans la portion de surface ABCD déterminée par la bande précitée et le cercle considéré.

2° h_e .

Appelons dt l'erreur du chronomètre, qui se reporte intégralement sur la valeur de l'angle au pôle de l'astre, comme nous l'avons vu plus haut. Il en résulte une erreur sur h_e , qu'on appellera dh_e , et qui satisfera à l'équation :

$$\sin (h_e + dh_e) = \sin \varphi_e \sin D \cos \varphi_e \cos D \cos (P_e + dt).$$

En confondant les cosinus des petits angles h_e et dt avec l'unité et les sinus des mêmes angles, avec ceux-ci exprimés en radians, on obtient :

$$dh_e = \frac{\cos \varphi_e \cos D \sin P_e}{\cos h_e} \times dt;$$

le triangle de position estimé donne :

$$\frac{\cos h_e}{\sin P_e} = \frac{\cos D}{\sin Z_e}.$$

Nous avons donc, en remplaçant dans la deuxième équation :

$$dh_e = \cos \varphi_e \sin Z_e dt \quad \text{en valeur absolue,}$$

valable en grandeur si dh_e et dt sont exprimés avec la même unité. Si dh_e est exprimé en minutes de degré et dt en secondes d'heure, l'expression précédente devient :

$$dh_e = \cos \varphi_e \sin Z_e \times \frac{dt}{4}.$$

Remarquons que cette erreur dh_e se reporte intégralement sur la valeur de l'intercept $h_v - h_e$. Il en résulte la détermination d'une bande d'incertitude, limitée par le cercle d'erreur d'estime qui a son centre en Z_e et pour rayon e milles marins, tout comme il en était pour l'erreur sur h_v . Cependant, avant d'admettre ce résultat, il est bon de voir comment on le retrouve géométriquement, ce qui nous donnera le degré d'approximation où l'on se place pour l'obtenir.

Solution géométrique du 2^o (fig. 9).

Sur la sphère céleste, considérons le pôle P et l'astre A. Une erreur dt sur l'heure entraîne un déplacement fictif du méridien de l'astre, de la même quantité. En supposant, comme nous l'avons fait au début de ce chapitre, que dt ne soit pas suffisamment grand pour influencer la valeur de D, ni celle de ARm , ni de ARa , l'astre A garde sa déclinaison D et vient en A' sur le nouveau méridien de telle façon que AA' soit une portion de parallèle céleste. Le cercle de hauteur, tracé pour la construction du point, a donc A' pour centre avec $90^\circ - h_v$ pour rayon sphérique.

Tous les points du cercle de hauteur exact, tracé avec le même rayon à partir de A comme centre, se trouvent donc déplacés de l'angle dt en longitude. En effet, soit Z' un point du cercle exact et Z'' le point du cercle inexact (centre A'), où le parallèle de Z' coupe ce cercle; les triangles sphériques PAZ' et PA'Z'' sont égaux, ils ont, en effet, les trois côtés égaux. Il en résulte :

$$Z'PZ'' = APA' = dt,$$

ce qui découle de l'égalité des angles en P.

Si l'on mène le grand cercle $Z_e A'$, rencontrant en Z'_1 le cercle de hauteur inexact, l'erreur dt considérée entraîne la détermination du point Marcq Z'_1 au lieu et place du point Marcq exact Z'. Les azimuts estimés de ces deux points, par rapport à Z_e sont différents de la quantité $dZ = AZ_e A'$.

De Z_e comme centre, avec $Z_e A = 90^\circ - h_e$ comme rayon sphérique, on trace un arc de petit cercle qui coupe A' Z_e en K; dt étant petit, le triangle AA'K peut être assimilé à un triangle plan rectangle en K, dans lequel on voit que l'angle A est égal à l'angle \hat{A} , dans le triangle de position estimé $PZ_e A$, ou au supplément de cet angle.

On a donc $AK = AA' \cos A$. D'autre part, en assimilant AK à une portion de grand cercle, le triangle sphérique $Z_e AK$ donne $AK = dZ \cos h_e$, en appelant dZ l'angle en Z_e , et le triangle sphérique PAA' donne :

$$AA' = dt \cos D.$$

On a donc :

$$Z = \frac{\cos D \cos A}{\cos h_e} \times dt$$

De cette relation, on peut déduire :

$$dZ < \frac{dt}{\cos h_e}$$

Les hauteurs mesurées sont, en général, inférieures à 80° . Dans ce cas dZ est toujours inférieur à $\frac{dt}{\cos 80^\circ}$ ou $5,8 dt$.

Si dt vaut une minute, ce qui est une erreur énorme sur l'heure, il en résulte :

$$dZ < 5,8 \text{ minutes ou } 1^\circ,45.$$

Cette valeur constitue donc une limite supérieure maximum que ne dépassera jamais dZ . Etant donnée la précision grossière du demi-degré, exigée pour la détermination des azimuts de points déterminatifs, l'erreur dZ pourra toujours être négligée (*fig. 10*) et les rayons sphériques $Z_e Z'$ et $Z_e Z'_1$ pourront toujours être considérés comme confondus. La droite de hauteur inexacte E' , résultant de l'opération de calcul, sera alors considérée comme étant parallèle à la droite de hauteur E et elle sera obtenue en déplaçant cette droite E en longitude, de dt secondes d'heure ou $\frac{dt}{4}$ minutes de degré.

Si φ est la latitude du point déterminatif Marcq Z' , la distance $Z' Z''$ de E à E' , complétée sur le parallèle de Z' , vaudra :

$$Z' Z'' = \frac{dt}{4} \cos \varphi \quad \text{en milles marins.}$$

Enfin, le triangle $Z' Z'' Z'_1$, rectangle en Z'_1 , donne :

$$Z' Z'_1 = \frac{dt}{4} \cos \varphi \sin Z \quad (\text{fig. 11}).$$

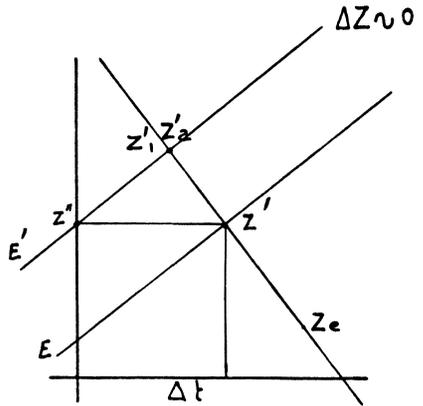


Fig. 10

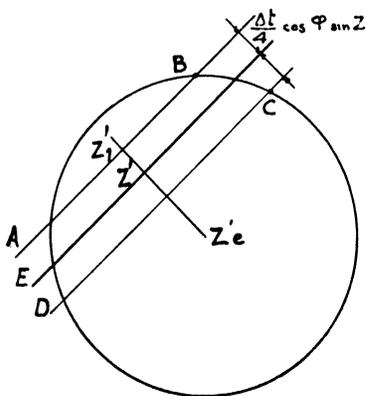


Fig. 11

Notons que cette quantité $Z' Z'_1$ mesure l'erreur dh_e entraînée sur h_e par l'erreur dt sur l'heure. On retrouve donc bien :

$$dh_e = \frac{dt}{4} \cos \varphi \sin Z$$

ce qui nous permet de conclure comme précédemment.

L'expression de cette formule nous montre que l'erreur s'annule pour $Z = 0$ et $Z = 180^\circ$. La droite de hauteur est alors : est-ouest. On voit donc que l'erreur sur l'heure est sans répercussion sur les hauteurs méridiennes d'où on déduit les latitudes par :

$$\varphi = D + N \quad \text{avec} \quad N = 90^\circ - h_v,$$

ce qui illustre ce que nous avons vu dans l'historique à propos des déterminations des latitudes faites par les anciens qui ne possédaient pas le chronomètre et employaient couramment cette méthode de la hauteur méridienne.

Il ne faudrait cependant pas s'imaginer que la latitude, ainsi calculée, est soustraite à toute erreur provenant de dt pour ces azimuts précités, car nous avons fait, à l'origine, l'hypothèse que dt était suffisamment petit pour qu'on puisse négliger son influence sur le calcul de ARm , de ARa et de D . S'il n'en était pas ainsi, l'influence de dt se manifesterait par la voie de ces calculs. A mesure que la valeur de Z se rapproche de 90 ou de 270° , dh_e augmente. Dans ces conditions, pour une même valeur de Z , cette erreur croîtra, si φ décroît.

Il peut arriver que le cercle d'incertitude de l'estime soit compris, tout entier, dans la bande d'erreur due à dh_e , on a à ce moment-là :

$$h_v - h_e + e < \frac{dt}{2} \cos \varphi \sin Z,$$

d'où :

$$dt > 2 \frac{(h_v - h_e + e)}{\cos \varphi \sin Z}.$$

L'observation d'un astre dans l'azimut Z , ne serait alors d'aucune utilité, puisque le cercle d'incertitude de l'estime constitue alors un lieu des points du navire, de dimensions plus restreintes que la bande d'erreur due à l'observation. On devra observer des astres plus voisins du méridien.

Remarquons qu'à l'heure actuelle, le développement de la transmission de l'heure par signaux horaires, permet de réduire sensiblement la valeur de dt . Or, pour $dt = 10$ secondes d'heure, la bande d'erreur est inférieure à environ 5 milles marins à l'équateur et à 2,5 milles marins aux environs des latitudes de 60° , quantité assez faible pour donner toute sa valeur à la méthode Marcq dans un azimut quelconque.

MÉTHODES DE NAVIGATION SPÉCIFIQUEMENT AÉRONAUTIQUE

Les vitesses entrant dans les calculs, beaucoup plus grandes en aviation qu'en marine, ont imposé, d'une part, des méthodes de calcul d'estime plus rapides qu'en marine et, d'autre part, ont réduit considérablement les laps de temps mis à la disposition des navigateurs pour le calcul du point astronomique, rendant en effet périmé, presque instantanément, le résultat d'une observation astronomique.

Pour rendre ces résultats pratiquement exploitables, il a donc fallu, comme pour la navigation à l'estime, faire intervenir des artifices réduisant au maximum la durée des calculs. Il s'en est suivi, soit l'utilisation pure et simple de méthodes nouvelles d'utilisation des cercles de hauteur, soit l'établissement d'appareils ou d'abaques qui n'avaient pour seul but que de diminuer le temps d'établissement de la droite Marcq à partir des éléments classiques.

Nous verrons, d'abord, les méthodes nouvelles d'utilisation des droites de hauteur (I), puis l'ensemble des autres solutions (II).

La précision de l'observation n'ayant pas à excéder 5' d'angle, cette propriété a rendu possible l'usage de ces divers méthodes ou matériels. Certains pessimistes admettent cependant jusqu'à 40' d'erreur avec des avions pilotés à la main pour les sextants à bulle, les erreurs de 5' étant les minimums obtenus en pilotage automatique, avec les niveaux à bulles, ou en pilotage indifférent avec l'horizon naturel.

Il ne faut cependant pas s'effrayer de ces erreurs car, se placer à 20' près, représente une erreur de 2° sur la tenue de cap et de 3 % sur la vitesse moyenne, ce qui est du domaine des possibilités du pilote et du navigateur.

Donc, si l'instrument de mesure, tel que le sextant, doit pouvoir donner la mesure à 1' près par exemple, il n'est pas nécessaire de calculer les valeurs de comparaison — ici la hauteur — à mieux de 5' près, minimum possible de l'erreur sur h_p . Il n'est donc pas nécessaire de faire les calculs aux logarithmes.

MÉTHODE DES COURBES WEEMS (*photo I, fig. 12*)

Cette méthode est d'origine américaine. Elle utilise les hauteurs d'astres simultanées et applique les procédés suivants :

Nous avons vu que les lieux de hauteurs égales, pour un astre donné, sont de petits cercles ayant pour centre l'astre et appelés cercles de hauteur.

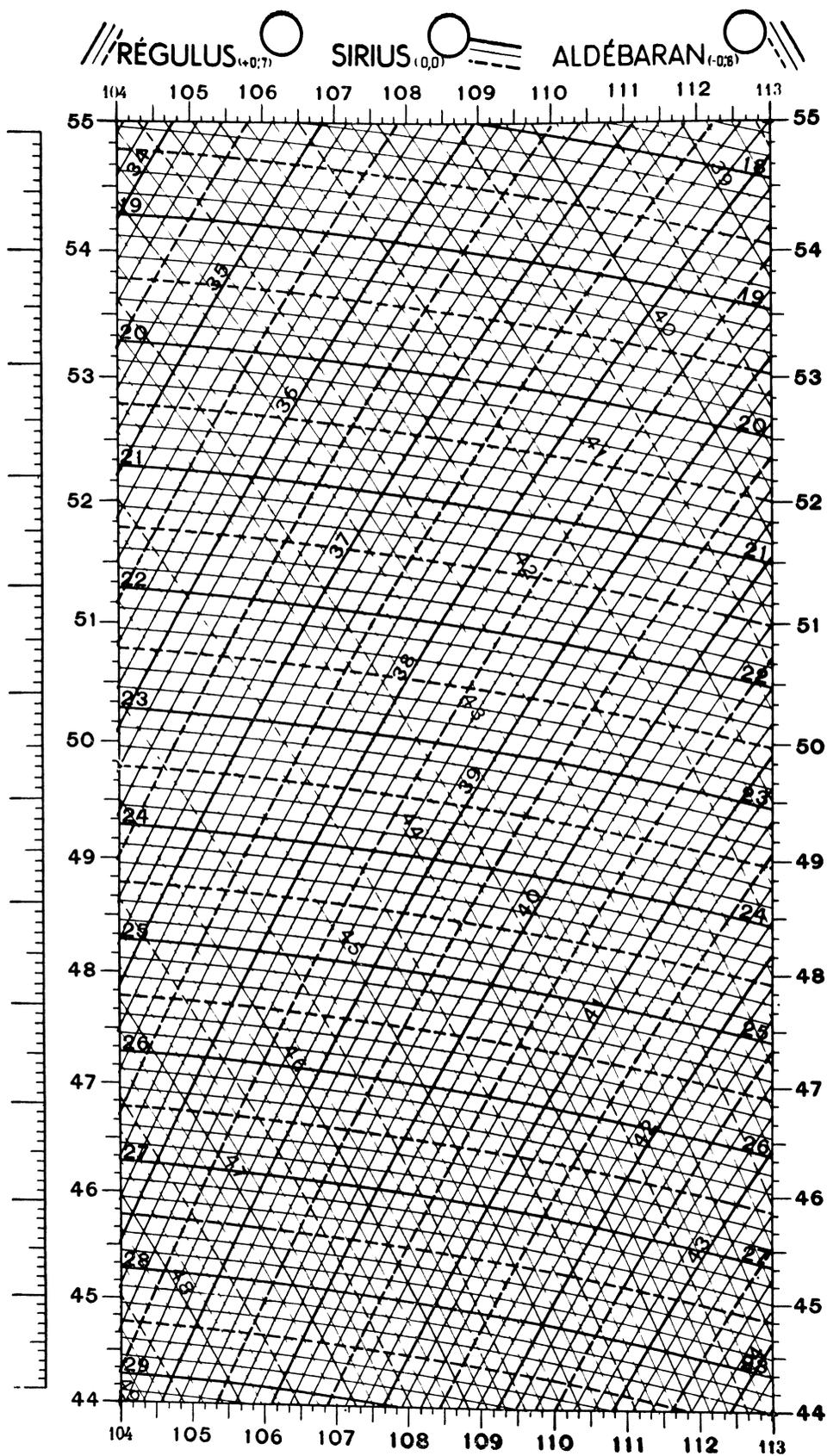


Fig. 12


RÉGULUS $(4,0,6)$

SIRIUS $(0,0)$

ALDÉBARAN $(-0,6)$

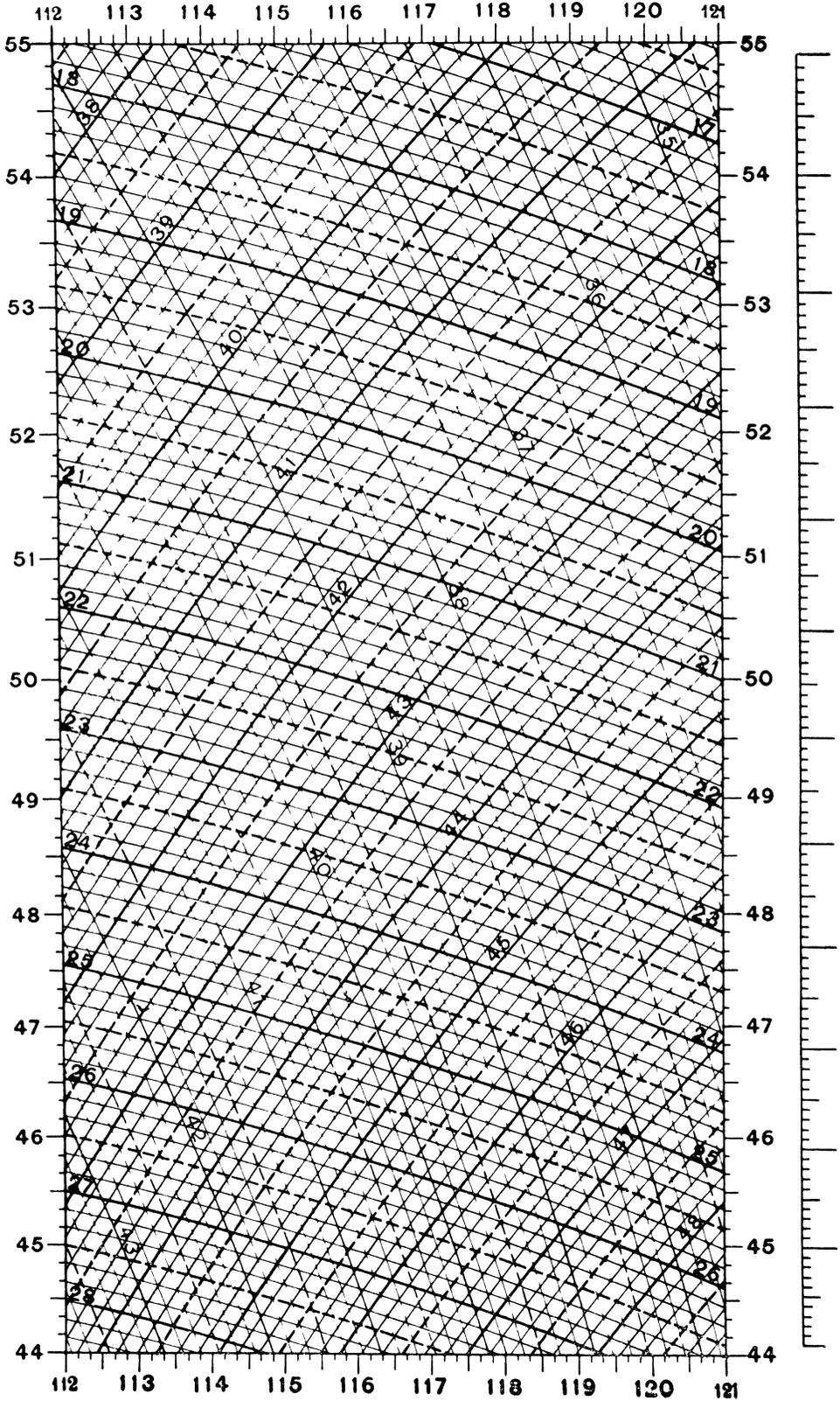


Fig. 12 bis

Nous avons vu que, si nous connaissons la position de deux cercles de hauteur à un instant donné, nous pouvons facilement en déduire le point de l'observation par l'intersection la plus probable des deux cercles de hauteur. La position des astres, centres des cercles de hauteur, est repérée sur la sphère céleste grâce à leurs coordonnées équatoriales : déclinaison et ascension droite.

Il est donc facile, à partir de ces astres connus, de construire des cercles de hauteur correspondant aux mesures effectuées. Or, les coordonnées horaires permettent, à un instant donné, de repérer facilement le point d'intersection des deux cercles de hauteur sur la sphère céleste, par le temps sidéral local par exemple, d'une part, et l'échelle des déclinaisons d'autre part, comme nous allons l'exposer ci-dessous (*fig. 13*).

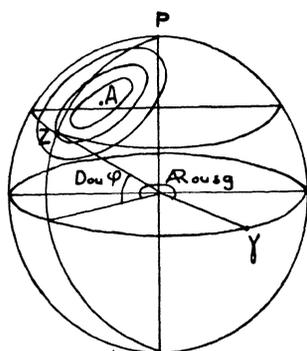


Fig. 13

Latitude :

L'échelle des déclinaisons, étant entièrement confondue avec l'échelle des latitudes, lorsque la sphère céleste est confondue elle-même avec la sphère terrestre, il est évident que le repérage d'un point de la terre en latitude est immédiatement possible, grâce à l'échelle des déclinaisons.

Longitude :

Les astres étant repérés, comme nous l'avons vu, sur la sphère céleste, par leurs coordonnées équatoriales, l'équateur est gradué, à partir du point γ en 360° dans le sens direct. Au moment de l'observation, le méridien du lieu considéré fait, avec le méridien du point γ , l'angle précisément appelé sidéral local. Il en résulte que, si le point de l'observation a été déterminé par l'intersection la plus probable de deux cercles de hauteur, le méridien de cette intersection est repéré sur l'équateur par un nombre de la graduation des ascensions droites qui, dans ce cas particulier, mesure le sidéral local S_g du point d'intersection.

Le chronomètre permet, par l'intermédiaire des éphémérides aéronautiques ou le sidéromètre, directement, de connaître le sidéral de Greenwich S_p de l'instant de l'observation.

La soustraction $S_p - S_g = G$, permet de calculer la longitude du lieu de l'observation.

L'américain WEEMS a projeté les cercles de hauteur relatifs à plusieurs astres particulièrement visibles, sur un canevas de Mercator ayant pour base l'équateur céleste. Il a dessiné les projections des cercles de hauteur, toutes les $10'$ d'angle, pour trois étoiles sur chaque planche. Il a utilisé trois couleurs différentes pour ces projections, afin que les intersections en soient facilement repérables. En abscisse, on trouve le sidéral local et en ordonnée les déclinaisons ou latitudes. Si l'on peut faire une double ou une triple mesure de hauteur simultanée, à l'aide de ces données, on peut entrer dans ces courbes, trouver

l'intersection des deux ou trois courbes considérées, lire en ordonnée directement la latitude du lieu et, en abscisse, le sidéral local correspondant.

Les réalisations qui ont été faites de ces projections portent le nom de « courbes Weems », du nom de l'inventeur de la méthode (U.S.A.). Les premiers albums ont été édités aux Etats-Unis, il y a déjà quelques années, et le service technique du Ministère de l'Air français a fait éditer, chez GAUTHIER-VILLARS, en 1940, un album de ces courbes, paru sous le nom de « courbes d'étoiles Weems A.A.F., type 50 », dans lequel on trouve les courbes de hauteur des étoiles suivantes : La Chèvre, Alioth, Vega, Pollux, Rigel, Procyon, Regulus, Sirius, Aldebaran, Epi, Deneb, Altaïr, Antarès, Polaire, Arcturus.

Sur chaque page, on ne trouve que les courbes relatives à trois étoiles, pour ne pas surcharger le canevas.

A titre d'exemple, notons que dans les courbes françaises, les courbes de hauteur de la Chèvre sont rouges, celles d'Alioth sont noires et celles de Vega sont vertes, ceci pour rendre les lectures plus aisées, comme nous l'avons vu plus haut.

MÉTHODE BRILL (*photo II, fig. 14*)

La méthode Brill est basée sur l'utilisation de la projection stéréographique, dont nous rappelons brièvement qu'elle procède de la projection des points d'une sphère à partir de l'un d'entre eux, appelé pôle, sur un plan tangent à la sphère au point diamétralement opposé au pôle de projection. Ce système de projection, qui jouit des propriétés bien connues de l'inversion, transforme tous les cercles de la sphère, passant par le pôle de projection, en lignes droites et tous les autres cercles de cette même sphère en cercles. Si, par conséquent, on considère comme zénith d'un point de la terre, le point de contact du plan tangent et de la sphère, les verticaux du point considéré, se projettent à partir du pôle de projection, suivant des droites concourantes du zénith *Z*. Les azimuts seront donc repérables facilement autour du point *Z*, puisqu'ils se répartiront uniformément de 0 à 360° autour de ce point. D'autre part, si on considère un astre quelconque *A*, observé sous une certaine hauteur à partir du point de l'observation, il lui correspondra un cercle de hauteur qui se projetera sur le plan tangent suivant un petit cercle. Nous entrevoyons l'intérêt d'une méthode qui utiliserait de semblables propriétés, puisqu'elle ne ferait intervenir que des droites et des cercles. En réalité, le système de projection, qui sera utilisé dans la pratique pour l'exploitation de ces avantages, n'est pas exactement la projection stéréographique, mais une projection stéréographique modifiée en ce sens que, dans les limites de la zone projetée, l'échelle est constante.

La méthode Brill utilise donc une carte de format circulaire, orientable autour de son centre. Cette carte est transparente et laisse apercevoir, à travers elle, un canevas composé d'arcs de cercles de différents rayons qui, à l'échelle de la carte, représentent les cercles de hauteur d'un astre quelconque pour

différentes valeurs de cette hauteur. Les cercles sont tracés sur une bande de toile, enroulée sur deux tambours, qui peuvent donc défiler ainsi sous la carte. Le centre de la carte porte le nom de « point central ». Il est choisi obligatoirement comme point auxiliaire du calcul.

On oriente donc la carte de façon que la direction de l'astre calculé soit confondue avec le rayon commun à tous les cercles, et on déroule le canevas

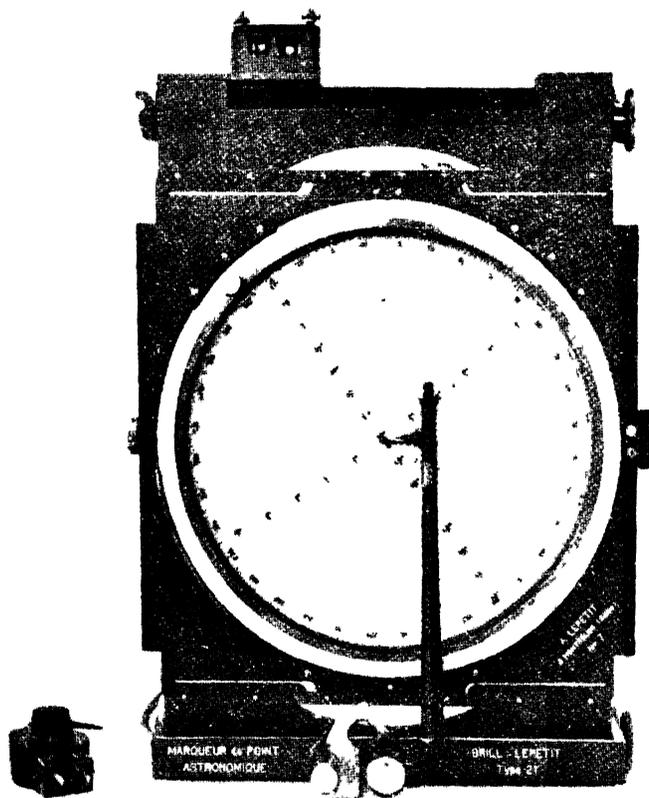


Fig. 14

portant ceux-ci jusqu'à ce que le cercle correspondant à la hauteur estimée vienne passer par le point central. Il en résulte une position donnée du cercle correspondant à la hauteur vraie. Avec un crayon, on calque sur la carte ce cercle. Si l'observation d'un astre a permis le calcul d'un autre azimut et d'une autre hauteur estimés, on recommence l'opération à partir du même point central et l'intersection des deux cercles calqués donne le point exact.

Le défaut de cette méthode est d'utiliser une carte dont l'échelle est trop petite. La précision en souffre et le point astronomique ne donne pas tout le

rendement qu'on peut en attendre. Cette méthode est pratiquement abandonnée à l'heure actuelle.

Notons, à titre d'information, que les rayons des cercles de hauteur varient entre deux limites telles, que ces cercles correspondent à des hauteurs d'astres comprises entre -8° et $+70^\circ$. Les cercles, correspondant à des degrés ronds, sont dessinés en traits forts, ceux qui correspondent aux demi-degrés sont en traits fins et les dizaines de minutes sont repérées grâce à de petits traits sur le diamètre commun à tous ces cercles, constituant la droite médiane du faisceau

La carte, appelée « canevas Brill », a été établie en deux exemplaires, l'un correspondant à une latitude de point central 37° nord, l'autre à 50° nord. Sur chacune de ces cartes, est dessiné un quadrillage représentant les parallèles et les méridiens de la région de la terre avoisinant ce point central. Les parallèles sont dessinés de 2 degrés en 2 degrés, les méridiens de degré en degré, les deux ensembles étant tracés en pointillé

Cette zone terrestre s'étend sur 15° de latitude, pour chacune des cartes. Elle est limitée, sur son pourtour, par une graduation de 0 à 360° , à partir du nord.

MÉTHODE KAHN (fig. 15)

L'Ingénieur en chef du Génie Maritime KAHN a réalisé, il y a quelques années, des cartes dites « itinéraires orthodromiques ». Ces cartes sont des

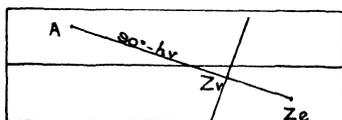


Fig 15

transformations conformes, en canevas de Mercator, des régions de la terre comprenant un trajet au long cours, suivant un arc de grand cercle; ce grand cercle servant de base au canevas.

Sur ces cartes, sont portés les cercles de déclinaison des principales étoiles. Il est ainsi possible de placer ces étoiles, d'après leurs coordonnées horaires, sur les cartes Kahn. Le centre des cercles de hauteur est donc connu. Si, à partir de ce point et sur la droite qui le joint au point estimé, on porte une grandeur égale à $90^\circ - h_v$, on trouvera le point déterminatif Marcq et on pourra construire la droite de hauteur. Cette construction est valable, car le grand cercle AZ_e est bien assimilable à une droite, d'après le principe même de la carte Kahn, dans laquelle tous les grands cercles de la région de la carte sont représentés par des droites (itinéraires orthodromiques).

RÈGLE BYGRAVE (*fig. 16*)

La règle Bygrave est, en somme, une règle à calcul spéciale pour résoudre rapidement le triangle de position. Elle est de conception américaine et porte le nom, en anglais, de « position line slide rule ». Elle se compose, comme l'indique la figure, de deux cylindres dont l'un coulisse dans l'autre. Le cylindre intérieur est séparé en deux moitiés qui peuvent tourner l'une par rapport à l'autre; la partie supérieure porte une courbe graduée en logarithmes tangente, pour des angles variant de $0^{\circ}20'$ à $89^{\circ}40'$ et $90^{\circ}20'$ à $179^{\circ}40'$. La partie inférieure porte une courbe graduée en logarithmes cosinus, pour des angles variant de 0 à 89° . Le cylindre extérieur porte, à sa partie supérieure,

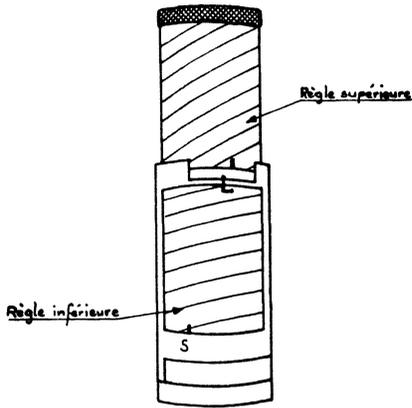


Fig. 16

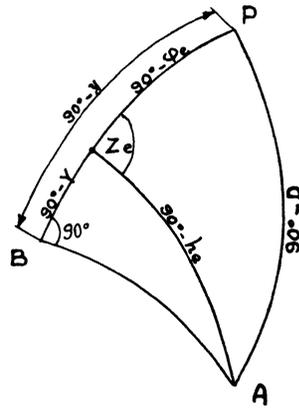


Fig. 17

correspondant à la première courbe, un index L, et à sa partie inférieure, un index S. Nous allons exposer le principe de cette règle et de son fonctionnement.

Soit le triangle de position PZA, avec (*fig. 17*) :

$$PA = 90^{\circ} - D$$

$$PZ = 90^{\circ} - \varphi_e = c$$

$$ZA = 90^{\circ} - h_e.$$

L'angle au pôle étant P et l'azimut Z_e , construisons le grand cercle de la sphère céleste, passant par A, et perpendiculaire au cercle PZ. Il coupe ce cercle en B. Posons :

$$ZB = 90^{\circ} - Y,$$

et :

$$PB = 90^{\circ} - y.$$

Dans le triangle PBA on connaît \widehat{P} l'angle au pôle et D la déclinaison. On peut donc résoudre ce triangle et en tirer, en particulier, PB, c'est-à-dire connaître y et BA, φ_e étant connu et par conséquent c . On en déduit :

$Y = y + c$. On connaît donc ZB dans le triangle ZBA, triangle dans lequel on connaît également BA calculé précédemment. On peut donc le résoudre et connaître ainsi l'angle \widehat{Z}_e et le côté ZA, par conséquent la hauteur h_e .

La résolution des deux triangles sphériques rectangles PBA et PZA donne :

$$\operatorname{tg} y = \frac{\operatorname{tg} D}{\cos P}$$

$$Y = c + y$$

$$\operatorname{tg} Z_e = \frac{\cos y \operatorname{tg} P}{\cos Y}$$

$$\operatorname{tg} h_e = \cos Z_e \operatorname{tg} Y$$

L'utilisation de la règle est la suivante :

Première formule.

Les deux index L et S étant au zéro, on tourne le cylindre supérieur jusqu'à lire la déclinaison en face de L. On tourne ensuite la bague, portant les deux index, jusqu'à ce que S soit en face de l'angle horaire. On lit alors y en face de L. Si $P < 90^\circ$, $y < 90^\circ$ et inversement.

Deuxième formule.

Si D et φ_e sont de même nom, $Y = c + y$

Si D et φ_e sont de noms contraires, $Y = c - y$.

Troisième formule.

On place S en face de y sur le cylindre extérieur inférieur, et on tourne le cylindre intérieur supérieur jusqu'à ce que l'angle horaire soit en face de L. On place alors S en face de Y sur le cylindre extérieur, et on lit l'azimut Z en face de L. Si $Y > 90^\circ$, $Z_e > 90^\circ$ et inversement.

Quatrième formule.

Sur le cylindre extérieur on place S en face de l'azimut, on tourne alors le cylindre intérieur jusqu'à ce que Y soit en face de L. On ramène l'index au zéro et on lit la hauteur h_e en face de L.

CARNET BERTIN (fig. 18)

Le principe du carnet Bertin est fondé, comme celui de la règle Bygrave, sur la décomposition du triangle sphérique de position en deux triangles rectangles PBA et ZBA. Dans ZBA, on connaît P et D; on en tire BA que l'on pose égal à y et PB que l'on pose égal à x . Ces éléments nous serviront, comme nous allons le voir, à résoudre le triangle ZBA d'où l'on tirera l'azimut Z_e et la hauteur h_e .

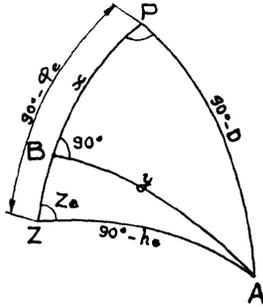


Fig. 18

1° Résolution de PBA.

Cette résolution donne :

$$\frac{\sin (90^{\circ} - D)}{\sin 90^{\circ}} = \frac{\sin y}{\sin P}$$

d'où :

$$\sin y = \cos D \sin P$$

et :

$$\cotg (90^{\circ} - D) \sin x = \cotg 90^{\circ} \sin P + \cos x \cos P$$

d'où :

$$\operatorname{tg} x = \frac{\cos P}{\cotg (90^{\circ} - D)}$$

ou :

$$\operatorname{tg} x = \cos P \cotg D.$$

2° Résolution de ZBA.

Cette résolution donne :

$$\sin (90^{\circ} - h_e) = \cos y \sin (x + \varphi) - \sin y \cos (x + \varphi) \cos 90^{\circ}$$

d'où :

$$\sin h_e = \cos y \sin (x + \varphi)$$

et :

$$- \cotg y \cos (x + \varphi) = \cotg Z_e \sin 90^{\circ} + \sin (x + \varphi) \cos 90^{\circ}$$

d'où :

$$\operatorname{tg} Z_e = \frac{- \operatorname{tg} y}{\cos (x + \varphi)}$$

Posons :

$$Z_w = 90^{\circ} \pm Z$$

On a :

$$\operatorname{tg} Z_w = \frac{- \cos (x + \varphi)}{\operatorname{tg} y}$$

ou :

$$\operatorname{tg} Z_{\omega} = \cos (x + \varphi) \operatorname{cotg} y.$$

Nous voyons que le groupe de formules de la première résolution est absolument identique à celui de la deuxième. La même table établie, pour résoudre les deux formules de ce premier groupe, pourra donc servir à résoudre le deuxième. C'est l'intérêt du carnet Bertin.

M. BERTIN a établi trois sortes de tables dont la plus importante est la tablette Bertin, la plus courante le carnet Bertin, et la plus réduite la mignonnette Bertin. Ces trois tables sont basées sur le principe indiqué ci-dessus. Pour le carnet Bertin, les nombres donnés dans les colonnes de ces tables sont composés de trois chiffres, dont deux en gros caractère gras et le troisième en caractère plus petit, plus mince et légèrement décalé vers le bas. Ce dernier chiffre indique les dixièmes de degré et cette disposition évite l'emploi de la virgule, les deux premiers chiffres donnant le nombre des degrés. Les lignes et les colonnes correspondent à des angles d'entrée variant de $0^{\circ},5$ en $0^{\circ},5$.

La table Bertin est composée de deux parties : la première où les angles d'entrée des lignes vont de 0 à 45° , la deuxième dont les mêmes angles vont de 45 à 90° .

Pour les deux parties, les angles des colonnes vont de 0 à 360° , avec entrée en haut ou en bas de la page. Certaines règles de signes sont à respecter.

Résolution du premier triangle.

On entre dans les lignes avec la valeur de D et dans les colonnes avec la valeur de P .

Le premier groupe de trois chiffres lu donne x et le deuxième groupe y . On forme alors la somme de $x + \psi$ algébriquement.

Résolution du deuxième triangle.

On entre dans les lignes avec y et dans les colonnes avec $x + \varphi$. Le premier nombre de trois chiffres rencontré donne Z_{ω} et le deuxième h_e .

Les règles de signes sont les suivantes :

x est du nom de D pour P aigu, et du nom opposé pour P obtus.

D'autre part Z qui vaut, comme nous l'avons vu, $90^{\circ} \pm Z_{\omega}$, est complé impérativement du pôle de D mais de l'espèce aiguë ou obtuse de $x + \varphi$.

Pratiquement, une bonne façon de repérer l'azimut est de former $90^{\circ} \pm Z_{\omega}$, suivant l'espèce obtuse ou aiguë de $x + \varphi$, et de faire précéder cette valeur du nom de D et suivre du nom du point cardinal est ou ouest de la moitié de l'horizon où se trouve l'astre. Il est facile, ensuite, de passer à l'azimut complé de la façon conventionnellement adoptée dans l'aéronautique, à savoir de 0 à 360° dans le sens rétrograde.

CALCULATEUR DE POINT ASTRONOMIQUE BASTIEN-MORIN, TYPE 12

(photo III, fig. 19)

L'appareil Bastien est un calculateur des éléments h_e et Z_e , à partir de P , de φ_e et de D .

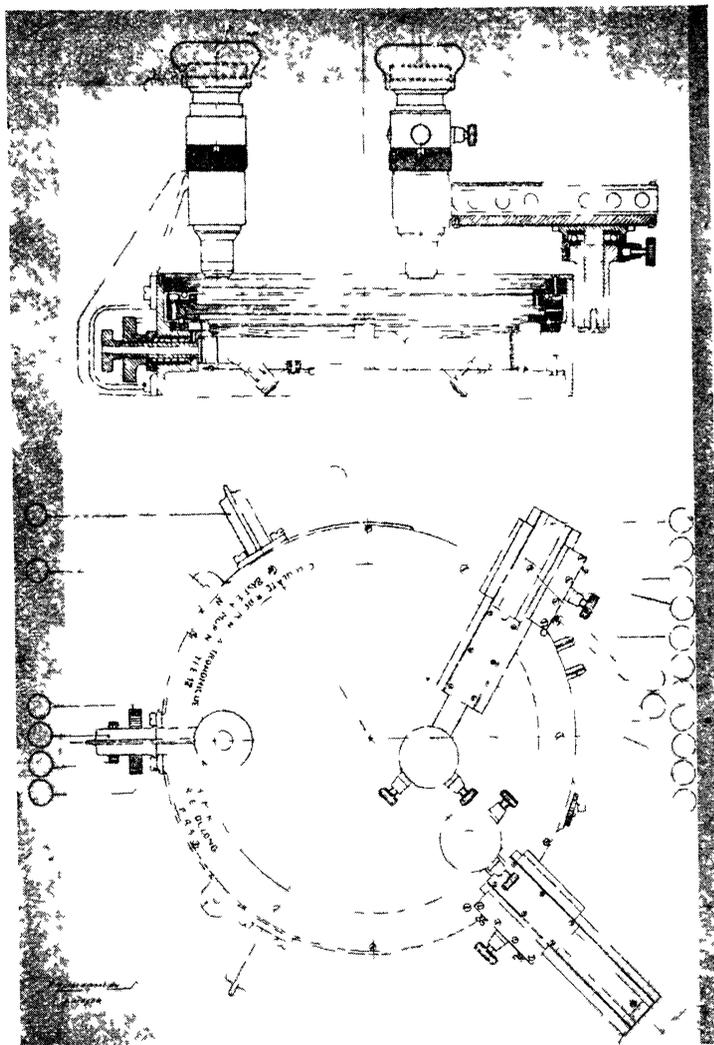


Fig. 19

Il remplace, en cela, la règle Bygrave ou le carnet Bertin. Son principe est basé sur la remarque suivante : si l'on considère la sphère céleste avec les pôles et l'équateur d'une part, le zénith, le nadir et l'horizon d'autre part, on est frappé par l'identité de point de vue entre le premier ensemble et le deuxième

Imaginons que l'on projette la sphère céleste ainsi considérée sur le plan du méridien du lieu estimé. D'une part, en projetant le faisceau des coordonnées horaires sur la feuille de projection et, d'autre part, en projetant le faisceau de coordonnées horizontales, suivant la même loi mathématique que la précédente, sur une autre feuille de projection transparente, si l'on fait coïncider les centres de ces deux projections ainsi que le zénith et le pôle élevé, les deux faisceaux, coordonnées horaires d'une part, coordonnées horizontales d'autre part, sont entièrement confondus. On s'aperçoit, alors, qu'ayant placé un astre sur la sphère céleste par ses coordonnées horaires, on peut en déduire la connaissance de la position de cet astre, grâce à ses coordonnées horizontales, par la simple rotation de la deuxième projection envisagée par rapport à la première. En effet, dans cette rotation, l'un des verticaux est venu passer par l'astre ainsi qu'un des almicantarats. Si ce vertical et cet almicantarats sont repérés, le premier en azimut, le deuxième en hauteur, sur la projection, on peut lire directement sur cette projection l'azimut et la hauteur de l'astre considéré (fig. 20).

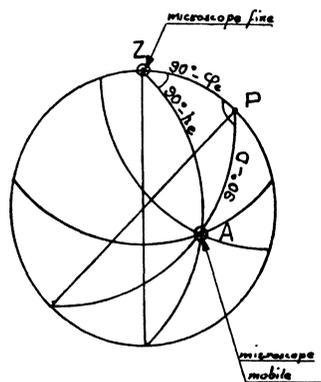


Fig. 20

C'est cet artifice simplifié qui a été utilisé par le Commandant BASTIEN pour l'établissement de son calculateur. Cet appareil se compose de deux plaques gravées superposées. La plaque supérieure porte un réseau de parallèles et de méridiens projetés, suivant une loi mathématique établie par le Commandant BASTIEN, et qui sert pour méridiens, parallèles, cercles de déclinaison, verticaux, almicantarats, etc. La division de ce réseau est peu poussée, de façon à rendre les graduations visibles à l'œil nu. Elle sert à dégrossier l'ensemble des mesures effectuées, grâce au calculateur. La plaque inférieure est identique à la précédente, mais de gravure beaucoup plus fine, le réseau étant beaucoup plus détaillé que celui de la plaque supérieure. C'est cette plaque inférieure qui sert, en vérité, à effectuer les mesures du calculateur.

Ces deux plaques sont circulaires et parallèles entre elles. La plaque inférieure peut tourner sur elle-même, autour de l'axe des deux plaques, grâce à un roulement à billes circulaire, porté par la cage de l'instrument. La plaque supérieure est fixe. Les divisions et les réseaux de la plaque inférieure ne sont pas visibles à l'œil nu. Ils ne sont visibles que grâce à trois microscopes dont l'un, fixe, permet d'effectuer la rotation en latitude et dont les deux autres, mobiles, permettent d'explorer complètement l'ensemble du calculateur.

Les graduations et les réseaux sont rendus visibles, grâce à des ampoules électriques placées au-dessous d'eux qui diffusent une clarté homogène au travers de cette plaque. Les courbes sont tracées de 15' et 15'. Les courbes, correspondant à des degrés ronds, sont repérées par les nombres de ces degrés. Les petits cercles sont repérés par des nombres tracés parallèlement à

eux, les grands cercles, par des nombres perpendiculaires à eux et logés à cheval sur ces courbes qui, d'ailleurs, sont interrompues à cet endroit.

L'usage du calculateur Bastien découle automatiquement de l'énoncé de son principe qui a été fait plus haut.

1^o Le zénith et le pôle ayant été confondus par rotation de la plaque, on amène l'un des deux microscopes mobiles (celui qui, mécaniquement, permet la mesure) en un point de la plaque correspondant à l'angle au pôle d'une part, et à la déclinaison de l'astre d'autre part;

2^o On fait tourner la plaque d'une quantité égale à la colatitude, sans toucher au microscope mobile ayant servi au premier pointé;

3^o On lit, grâce à ce dernier microscope, la hauteur et l'azimut estimés de l'astre considéré.

L'usage du calculateur Bastien est remarquablement facile. Les aviateurs reprochent seulement à cet appareil d'être un peu encombrant et surtout de faire appel au microscope dont l'emploi est difficile à bord d'un avion : délicatesse de mise au point, vibrations gênant l'observateur pour la visée dans le microscope, etc. Il est possible que ce calculateur trouve plus de crédit auprès des marins qui pourraient en faire un usage fort intéressant, à bord de petits bâtiments rapides, comme les torpilleurs par exemple.

ABAQUES DE HAUTEUR ET D'AZIMUT BASTIEN S.T.Aé, TYPE 10

(photo IV, fig. 21)

Pour remédier au défaut de lisibilité reproché par les aviateurs, le Commandant BASTIEN a établi des abaques qui permettent de calculer très rapidement h et Z_e d'un astre, à partir de P_e , φ_e et D .

Ces abaques comportent des courbes traduisant, d'une part, les variations de h en fonction de φ , D et P calculées par la formule fondamentale :

$$\sin h = \sin \varphi \sin D + \cos \varphi \cos D \cos P$$

dans laquelle φ a une valeur constante, qui a été choisie de 48° pour le premier album paru, et, d'autre part, les variations de Z calculées par la formule :

$$\sin Z = \frac{\sin P \cos D}{\cos h}.$$

Les variations de h et de Z sont donc repérées sur le graphique portant en abscisses les P et en ordonnées les D .

Le résultat du calcul est donc immédiat pour les points de latitude 48°, mais il n'en est pas de même pour ceux de latitude différente.

Pour remédier à cet inconvénient, on a porté, de chaque côté du graphique précédent, dit « graphique central », des graphiques annexes qui sont

établis de telle façon qu'en entrant dans ces graphiques en abscisses, avec la latitude exacte estimée et en remontant jusqu'à la courbe de déclinaison de l'astre considéré, on trouve une déclinaison fictive qui, introduite dans la formule fondamentale et dans la formule de $\sin Z$, rétablit la valeur de h , dans le premier cas, et de Z , dans le deuxième cas, comme si les éléments de la première formule avaient été véritablement φ_e , D et P_e . Cette déclinaison fictive est une fonction de la latitude d'une part et d'autre part de P . Il a fallu, pour établir les graphiques, rendre P constant. On a choisi, pour le graphique de gauche, le P moyen de la partie gauche du graphique central et, pour le graphique de droite, le P moyen de la partie droite du graphique central.

Ce procédé permet un emploi extrêmement facile de l'abaque. En effet, grâce à la latitude estimée et à la déclinaison de l'astre, pour la page de l'abaque qui comprend l'angle P considéré, on détermine le point d'intersection de l'ordonnée correspondant à la latitude avec la déclinaison de l'astre et on suit, horizontalement, la parallèle aux abscisses passant par ce point, jusqu'à sa rencontre avec l'ordonnée de l'heure P , considérée dans le graphique central. Ce point permet de lire dans le réseau hauteur, azimut, ces deux quantités pour l'astre considéré. Pour quinze étoiles principales : Sirrah, Pollux, la Perle, Arcturus, Betelgeuse, Procyon, Altair, Aldebaran, Denebola, Regulus, Rigel, l'Epi, Sirius, Antares, Fomalhaut, les courbes de ces astres ont été intercalées entre les courbes de déclinaisons des graphiques annexes, pour éviter l'interpolation nécessaire. Ces courbes de déclinaison définies, sont valables pour le 1^{er} juillet 1940.

Les abaques du Commandant BASTIEN sont extrêmement nouveaux, puisque la première édition date de 1940. Cette première édition comprend un seul album, relatif aux latitudes comprises entre 46° et 50° . Ces abaques ne sont valables que pour des hauteurs d'astres comprises entre 10° et 75° . L'album paru, comme ceux qui doivent suivre, correspond à une bande de 4° de latitude nord pour des astres dont la déclinaison est comprise entre -32° et $+32^\circ$. D'autres albums ont été établis, pour les six autres étoiles principales, dont les déclinaisons sortent des limites précitées.

Les abaques Bastien n'ont pas reçu la sanction de l'expérience; néanmoins, ils semblent des plus simples qu'on ait rencontrés jusqu'à présent.

TABLES A.N.T. (photo V, fig. 22)

Les premières de ces tables ont été établies par l'aéronautique anglaise. Elles sont un simple recueil de calcul des hauteurs et azimuts en fonction de φ , D et AH .

Le S.T.Aé français a fait établir des tables analogues. Les résultats sont donnés, à la minute près pour la hauteur et au degré près pour les azimuts. Les arguments φ , D et AH étant des degrés ronds, cela implique une interpolation pour D et l'emploi d'un point estimé auxiliaire pour lequel φ et AH sont des degrés ronds.

16° DECLINAISON ET LATITUDE DE NOM CONTRAIRE **16°**

45°		46°		47°		48°		49°		LAT.	
A.H.	H	Z	H	Z	H	Z	H	Z	H	Z	A.H.
0	21 00	180	28 00	180	27 00	180	26 00	180	25 00	180	330
1	23 00	179	28 00	179	25 59	179	25 58	179	24 57	179	340
2	25 00	178	28 00	178	24 58	178	24 57	178	23 56	178	350
3	27 00	177	27 59	177	23 57	177	23 56	177	22 55	177	357
4	29 00	176	27 58	176	22 54	176	22 54	176	21 54	176	356
5	29 50	175	27 50	175	21 53	175	21 51	175	20 50	175	355
6	29 45	174	27 46	174	20 46	174	20 45	174	19 44	174	354
7	29 40	173	27 41	173	19 39	173	19 38	173	18 42	173	353
8	29 35	172	27 36	172	18 32	172	18 31	172	17 40	172	352
9	29 30	171	27 31	171	17 25	171	17 24	171	16 38	171	351
10	29 25	170	27 26	170	16 18	170	16 17	170	15 36	170	350
11	29 20	169	27 21	169	15 11	169	15 10	169	14 34	169	349
12	29 15	168	27 16	168	14 04	168	14 03	168	13 32	168	348
13	29 10	167	27 11	167	12 57	167	12 56	167	12 30	167	347
14	29 05	166	27 06	166	11 50	166	11 49	166	11 24	166	346
15	29 00	165	27 01	165	10 43	165	10 42	165	10 18	165	345
16	28 55	164	26 56	164	9 36	164	9 35	164	9 12	164	344
17	28 50	163	26 51	163	8 29	163	8 28	163	8 04	163	343
18	28 45	162	26 46	162	7 22	162	7 21	162	6 58	162	342
19	28 40	161	26 41	161	6 15	161	6 14	161	5 52	161	341
20	28 35	160	26 36	160	5 08	160	5 07	160	4 46	160	340
21	28 30	159	26 31	159	4 01	159	4 00	159	3 38	159	339
22	28 25	158	26 26	158	2 54	158	2 53	158	2 36	158	338
23	28 20	157	26 21	157	1 47	157	1 46	157	1 24	157	337
24	28 15	156	26 16	156	0 40	156	0 39	156	0 22	156	336
25	28 10	155	26 11	155	23 33	155	23 32	155	22 30	155	335
26	28 05	154	26 06	154	22 26	154	22 25	154	21 23	154	334
27	28 00	153	26 01	153	21 19	153	21 18	153	20 16	153	333
28	27 55	152	25 56	152	20 12	152	20 11	152	19 09	152	332
29	27 50	151	25 51	151	19 05	151	19 04	151	18 06	151	331
30	27 45	150	25 46	150	17 58	150	17 57	150	17 03	150	330
31	27 40	149	25 41	149	16 51	149	16 50	149	16 00	149	329
32	27 35	148	25 36	148	15 44	148	15 43	148	15 04	148	328
33	27 30	147	25 31	147	14 37	147	14 36	147	14 09	147	327
34	27 25	146	25 26	146	13 30	146	13 29	146	13 12	146	326
35	27 20	145	25 21	145	12 23	145	12 22	145	12 15	145	325
36	27 15	144	25 16	144	11 16	144	11 15	144	11 09	144	324
37	27 10	143	25 11	143	10 09	143	10 08	143	10 02	143	323
38	27 05	142	25 06	142	9 02	142	9 01	142	8 55	142	322
39	27 00	141	25 01	141	7 55	141	7 54	141	7 48	141	321
40	26 55	140	24 56	140	6 48	140	6 47	140	6 41	140	320
41	26 50	139	24 51	139	5 41	139	5 40	139	5 34	139	319
42	26 45	138	24 46	138	4 34	138	4 33	138	4 27	138	318
43	26 40	137	24 41	137	3 27	137	3 26	137	3 20	137	317
44	26 35	136	24 36	136	2 20	136	2 19	136	2 13	136	316
45	26 30	135	24 31	135	1 13	135	1 12	135	1 06	135	315

15° DECLINAISON ET LATITUDE DE MEME NOM **15°**

40°		41°		42°		43°		44°		LAT.	
A.H.	H	Z	H	Z	H	Z	H	Z	H	Z	A.H.
0	9 55	78	9 47	78	9 38	78	9 29	78	9 20	78	270
1	8 50	78	8 42	78	8 33	78	8 24	78	8 15	78	279
2	8 05	77	8 18	77	8 09	77	7 59	77	7 50	77	288
3	7 20	77	7 34	77	7 41	77	7 31	77	7 22	77	297
4	6 35	76	6 50	76	7 04	76	6 54	76	6 45	76	306
5	5 51	75	6 06	75	6 21	75	6 10	75	6 01	75	315
6	5 06	75	5 22	75	5 38	75	5 27	75	5 18	75	324
7	4 22	74	4 38	74	4 54	74	4 43	74	4 34	74	333
8	3 37	73	3 53	73	4 09	73	3 58	73	3 49	73	342
9	2 52	72	3 08	72	3 24	72	3 13	72	3 04	72	351
10	2 07	71	2 23	71	2 39	71	2 28	71	2 19	71	360

Dans l'hémisphère pour { AH à gauche Z = 180° - Z la } Voir page 309
 SUD { AH à droite Z = 180° - Z la } 15

Dans l'hémisphère pour { AH à gauche Z = 360° - Z la } Voir page 308
 NORD { AH à droite Z = Z la } 162

Fig. 22

Les tables françaises sont établies pour :

$$- 69^{\circ} 59' < \varphi < 69^{\circ} 59'$$

et :

$$- 29^{\circ} 59' < D < 29^{\circ} 59'$$

Les tables de Ball (Davis H. O. 214 et 203) donnent, également tout fait, le calcul de h au 1/10 de degré près, à partir de φ , D et AH .

TABLES DE CORNET ET D'AGETON

Ces tables utilisées dans la marine sont également commodes en aéronautique; elles reposent sur le principe suivant (*fig. 23*) :

Soit BE l'arc de grand cercle perpendiculaire au méridien du lieu, posons :

$$x = EA = 90^{\circ} - AB$$

$$y = QB = 90^{\circ} - PB$$

On tire des deux triangles BAP et ZBA :

$$\cos x = \cos D \sin P \quad \sin y = \frac{\sin D}{\sin x}$$

et :

$$\sin h = \cos (y - \varphi) \sin x \quad \sin Z = \frac{\cos x}{\cos h}$$

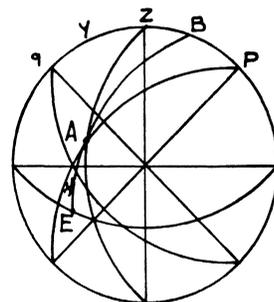


Fig. 23

en remarquant que les sécantes et cosécantes sont toujours supérieures à 1 en valeurs absolues; on en déduit que leurs logarithmes sont toujours positifs. On a multiplié par 10^5 ces logarithmes et on en a fait des tables sur la base suivante :

$$\log \sec x = \log \sec D + \log \operatorname{cosec} P$$

$$\log \operatorname{cosec} y = \log \operatorname{cosec} D - \log \operatorname{cosec} x$$

$$\log \operatorname{cosec} h = \log \sec (y - \varphi) + \log \operatorname{cosec} x$$

$$\log \operatorname{cosec} Z = \log \sec x - \log \sec h$$

On y désigne par la lettre C les $\log \sec$ et par la lettre S les $\log \operatorname{cosec}$.

La table de Cornet date de 1928 et les nombres varient de minute en minute d'arc (et équivalent en heure).

La table d'Ageton date de 1931 et les nombres varient de 1/2 minute en 1/2 minute d'arc.

D'autres matériels ont été conçus et réalisés, pour la résolution rapide du triangle de position. On peut citer parmi les plus importants :

- 1° La règle à calcul Cornet,
 - 2° Le nomogramme d'azimut Rust;
 - 3° Les appareils à résolution mécanique : Willis, Hafner, le Sphérant.
-

MÉTHODE NOUVELLE DE POINT ASTRONOMIQUE

La méthode, qui fait l'objet de l'exposé ci-dessous, est employée assez couramment en géodésie. Nous exposerons plus loin les différences essentielles cependant qui distinguent la méthode actuelle de celle dont elle découle.

MÉTHODE

Dans le triangle de position d'un astre, deux éléments sont fonction des coordonnées géographiques des lieux d'observation : ce sont (*fig. 1*) : le côté PZ qui vaut $90^\circ - \varphi$ et l'angle \hat{P} déduit de AHa_g qui, par la formule $S_g = AHa_g + ARa$, permet de calculer la longitude par différence avec S_p déduit des tables.

Si l'on peut, à partir d'observations astronomiques, déterminer certains éléments du triangle PZA et résoudre ensuite ce triangle, nous voyons que la connaissance ainsi obtenue de PZ et de \hat{P} nous permet de connaître φ et G.

Les éléments du triangle PZA autres que ZP et \hat{P} sont :

$$ZA = 90^\circ - h$$

$$PA = 90^\circ - D$$

$$\hat{Z} \quad \text{et} \quad \hat{A}$$

Laissons de côté l'angle \hat{A} , appelé angle à l'astre, qui ne sera pas utilisé. Il reste donc trois éléments qui suffisent d'ailleurs à la résolution complète du triangle et qui sont : h , \hat{Z} et D. Ce dernier élément se trouve tout calculé dans les tables (éphémérides nautiques et aéronautiques) comme le S_p (Sidéral de Greenwich); h et \hat{Z} restent les seules données à connaître. Comme ce sont des coordonnées horizontales, elles sont directement mesurables à partir du lieu de l'observation, h est la hauteur de l'astre et \hat{Z} son azimut. h est facilement mesurable, grâce au sextant : marine ou aviation. \hat{Z} pourrait se mesurer à l'aide du compas, si on pouvait se contenter d'une précision de l'ordre du demi-degré sur cet élément; mais nous savons que les éléments du triangle, hauteur et azimut, doivent être déterminés, à moins de 5' près, pour que la méthode soit viable.

La géodésie a résolu le problème en opérant comme suit :

Mesure d'azimut par le procédé géodésique.

La géodésie emploie, comme instrument, le « théodolite » aussi bien pour la hauteur que pour l'azimut. L'instrument étant parfaitement nivelé, on peut obtenir des mesures de hauteur, avec une précision de l'ordre de 10 ou 20 secondes. La mesure d'azimut est basée sur la détermination du 0 qui se fait, dans ce cas, de la façon suivante : l'observateur choisit une étoile, dont l'angle au pôle est d'environ une heure ou deux. Il vise en hauteur et note, à la fois, l'instant de l'observation et la division du cercle d'horizon à laquelle correspond le vertical de l'astre à cet instant, ce cercle d'horizon étant, bien entendu, immobilisé en position.

Après que cette étoile soit passée au méridien, et au moment où elle retrouve la hauteur qu'elle avait à l'instant de la première observation, l'observateur la vise à nouveau dans le théodolite, dont la position de la lunette n'a pas été modifiée en hauteur. Il note, alors, la graduation du cercle d'horizon qui correspond au vertical de l'astre; la demi-somme des deux indications, lues sur le cercle d'horizon, donne la position exacte du pôle nord du monde, ce qui permet de placer le 0 du cercle d'horizon à la précision de l'instrument près.

Ce réglage étant effectué, il est ensuite infiniment facile de mesurer la hauteur et l'azimut d'un astre, par simple visée de cet astre dans la lunette du théodolite avec, d'une part, lecture des indications du cercle de hauteur et du cercle d'horizon de l'appareil et, d'autre part, lecture de l'indication du chronomètre au même instant.

Mesure de l'azimut par le procédé nouveau.

L'aviateur, à cause de son déplacement dans l'espace, de son instabilité de plate-forme et du peu de temps dont il dispose, ne peut absolument pas employer la méthode précédente pour mesurer l'azimut de l'astre observé. Nous avons pensé à utiliser la propriété d'un astre circompolaire qui permet de mesurer, à chaque instant, l'angle du vertical de cet astre avec celui de l'astre observé. Cette mesure est égale à l'azimut de l'astre observé, à une erreur près, qui est égale à l'azimut du circompolaire considéré.

Dans l'hémisphère nord ce circompolaire évident est l'étoile Polaire, et une table d'azimuts de la Polaire fonction de l'angle au pôle de celle-ci et de la latitude d'observation, permettra de corriger rapidement les mesures faites de l'angle dièdre des deux verticaux de l'astre observé et de l'étoile Polaire.

Ces tables peuvent même être transformées en courbes, qui rendent la lecture plus rapide et plus précise, sans avoir à interpoler par le calcul; c'est ce qui a été fait ici.

Dans l'hémisphère sud, les étoiles les plus voisines du pôle étant de magnitude trop élevée, il sera nécessaire de faire appel à l'étoile la plus voisine du pôle observable nettement à l'œil nu et qui est β Hydre Mâle.

Nous verrons, plus loin, les courbes de correction d'azimut établies pour cette étoile de l'hémisphère sud, comme elles l'ont été pour la Polaire, étoile de l'hémisphère nord. On pourra, tout de suite, nous objecter que cette correction d'azimut étant elle-même un azimut, est fonction à la fois de la latitude du lieu de l'observation et, par l'intermédiaire des angles horaires et des angles au pôle, de la longitude du lieu de l'observation. Or, ces deux données sont celles que nous nous proposons justement de calculer. Nous ferons remarquer, à ce propos, que la longitude et la latitude interviennent ici au deuxième ordre, puisqu'elles ne servent à déterminer qu'un élément correctif de l'élément principal. Nous verrons, dans la suite de l'exposé, quelle est l'importance de l'erreur ainsi commise, par un calcul très simple.

Nous allons voir, ci-dessous, ce qu'on peut attendre de la méthode énoncée et quelles sont les conditions d'observation dans lesquelles on doit se placer pour en retirer le maximum de précision.

ÉTUDE CRITIQUE DE LA MÉTHODE

Le triangle de position PZA donne :

$$(1) \quad \frac{\cos D}{\sin Z} = \frac{\cos h}{\sin P}$$

d'une part et, d'autre part :

$$(2) \quad \sin \varphi \sin h + \cos \varphi \cos h \cos Z = \sin D$$

L'équation (1) permet le calcul de P et l'équation (2) le calcul de φ . En effet (1) donne :

$$\sin P = \sin Z \times \frac{\cos h}{\cos D}$$

d'où l'on tire immédiatement P, puis AHa_g , puis S_g par :

$$S_g = AHa_g + ARa$$

et enfin G par :

$$G = S_p - S_g$$

S_p étant donné par les tables (éphémérides nautiques et aéronautiques), comme nous l'avons indiqué plus haut.

L'équation (2) n'est pas résoluble de façon aussi simple C'est une équation de la forme :

$$a \sin x + b \cos x = c,$$

pour laquelle on doit passer par une ligne trigonométrique intermédiaire.

Pour faciliter les calculs, posons :

$$a = \sin h \quad \text{et} \quad b = \cos h \cos Z$$

L'équation (2) peut s'écrire :

$$a \left(\sin \varphi + \frac{b}{a} \cos \varphi \right) = \sin D$$

Posons :

$$\frac{b}{a} = \operatorname{tg} \alpha$$

l'équation devient :

$$a \left(\sin \varphi + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cos \varphi \right) = \sin D$$

Chassons le dénominateur, il vient :

$$a (\sin \varphi \cos \alpha + \sin \alpha \cos \varphi) = \sin D \cos \alpha$$

mais $a = \sin h$.

Cette équation devient donc :

$$\sin h (\sin \varphi \cos \alpha + \sin \alpha \cos \varphi) = \sin D \cos \alpha$$

ou :

$$\sin h \sin (\varphi + \alpha) = \sin D \cos \alpha$$

Calculons $\cos \alpha$:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$$

d'où :

$$\cos \alpha = \pm \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

ou :

$$\cos \alpha = \pm \frac{\sin h}{\sqrt{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z}}$$

La dernière forme de l'équation (2) permet d'écrire :

$$\sin (\varphi + \alpha) = \pm \sin D \times \frac{1}{\sqrt{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z}}$$

Nous voyons que le problème est pratiquement résolu, puisque cette dernière équation nous donne $\varphi + \alpha$.

$\frac{b}{a}$ nous donnant $\operatorname{tg} \alpha$ donc α , on en tirera facilement φ par différence.

L'ambiguïté apparente, qui provient du signe plus ou moins, devant affecter la valeur de $\varphi + \alpha$ ne subsiste pas à un examen plus profond. En effet, l'observateur, à moins de cas extrêmement particuliers (voisinage de l'équateur), doit savoir dans quel hémisphère il se trouve et par conséquent le signe de φ , d'autre part, les lignes trigonométriques de h sont toujours positives, excepté le cas extrêmement particulier d'une hauteur négative qui, dans ce cas, est très faible, atteint un maximum de 3° pour une altitude de 10 km et, en général, de 1° pour les altitudes de vol normales. Le signe de $\cos Z$ est connu d'après l'observation de l'astre; on connaît donc, *a priori*, le signe de $\operatorname{tg} \alpha$ donc celui de α , ensemble de renseignements qui permet de donner à $\sin(\varphi + \alpha)$, son signe plus ou moins.

DÉTERMINATION DES CONDITIONS FAVORABLES POUR L'APPLICATION OPTIMUM DE LA MÉTHODE

Erreur sur P.

Nous allons voir quelle est l'influence d'une erreur dh et d'une erreur dZ sur la détermination de P.

On a :

$$(1) \quad \sin P = \sin Z \frac{\cos h}{\cos D}$$

si $D = 90^\circ$, l'erreur est infinie; il faut choisir des astres assez éloignés du pôle.

Z constant.

Dérivons la formule ci-dessus, par rapport à h :

$$\cos P \, dP = \sin Z \times \frac{1}{\cos D} \times (-\sin h \, dh)$$

$$dP = -\frac{\sin Z}{\cos D} \times \frac{\sin h \, dh}{\cos P} .$$

Mais d'après (1) :

$$\cos P = \sqrt{1 - \sin^2 Z \frac{\cos^2 h}{\cos^2 D}}$$

ou :

$$\cos P = \frac{\sqrt{\cos^2 D - \sin^2 Z \cos^2 h}}{\cos D}$$

d'où :

$$dP = \frac{-\sin Z \sin h \cos D dh}{\cos D \sqrt{\cos^2 D - \sin^2 Z \cos^2 h}} = \frac{-\sin Z \sin h dh}{\sqrt{\cos^2 D - \sin^2 Z \cos^2 h}}.$$

Supposons h voisin de 90°.

Le dénominateur est équivalent à $\cos D$.

La fraction et dP valent donc :

$$dP = -\frac{\sin Z \cdot dh}{\cos D},$$

qui varie comme \hat{Z} . Il faut éviter d'observer des astres pour lesquels \hat{Z} est voisin de 90 ou de 270°, c'est-à-dire des astres à l'est ou à l'ouest.

Supposons h voisin de 0.

Le dénominateur est équivalent à $\sqrt{\cos^2 D - \sin^2 Z}$, c'est-à-dire un terme fini. Le numérateur est équivalent à 0. La fraction et dP sont donc équivalents à 0.

h constant.

Dérivons (1) par rapport à Z :

$$\cos P dP = \frac{\cos h}{\cos D} \cos Z dZ,$$

$$dP = \frac{\cos h}{\cos D} \cos Z dZ \cdot \frac{\cos D}{\sqrt{\cos^2 D - \sin^2 Z \cos^2 h}} = \frac{\cos h \cos Z dZ}{\sqrt{\cos^2 D - \sin^2 Z \cos^2 h}}.$$

Supposons Z voisin de 90°.

Le dénominateur de la fraction est équivalent à $\sqrt{\cos^2 D - \cos^2 h}$, c'est-à-dire un terme fini.

Le numérateur est équivalent à 0, la fraction et dP sont donc équivalents à 0.

Supposons Z voisin de 0°.

Le dénominateur est équivalent à $\cos D$.

La fraction et dP valent donc :

$$dP = \frac{\cos h dZ}{\cos D},$$

dP varie comme $\cos h$, donc décroît quand h grandit. Il faut donc éviter d'observer les astres de hauteurs faibles et, au contraire, rechercher les astres de hauteurs élevées.

Erreur sur φ .

Voyons maintenant l'influence des mêmes erreurs dh et dZ sur la détermination de φ .

Z constant.

L'équation du problème s'écrit :

$$\sin(\varphi + \alpha) = \sin D (\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z)^{-\frac{1}{2}}.$$

En dérivant par rapport à h , on obtient :

$$\begin{aligned} \cos(\varphi + \alpha) d(\varphi + \alpha) &= \\ \sin D \times -\frac{1}{2} (\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z)^{-\frac{3}{2}} (2 \sin h \cos h - 2 \sin h \cos h \cos^2 Z) dh &= \\ = -\sin D (\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z)^{-\frac{3}{2}} \sin h \cos h \sin^2 Z dh &= \\ = -\frac{\sin D \sin h \cos h \sin^2 Z dh}{(\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z) \sqrt{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z}} \end{aligned}$$

mais :

$$\cos(\varphi + \alpha) = \sqrt{\frac{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z - \sin^2 D}{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z}},$$

d'où :

$$d(\varphi + \alpha) = \frac{-\sin D \sin h \cos h \sin^2 Z dh}{\sqrt{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z - \sin^2 D} \cdot (\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z)}.$$

Mais on a aussi :

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{\cos^2 \alpha} &= \cos Z \times -1 \times \operatorname{tg}^{-2} h \times \frac{dh}{\cos^2 h} = -\cos Z \times \frac{dh}{\sin^2 h} \\ d\alpha &= \frac{-\cos Z}{\sin^2 h} \times \frac{\operatorname{tg}^2 h}{\operatorname{tg}^2 h + \cos^2 Z} \times dh = \frac{-\cos Z dh}{\cos^2 h (\operatorname{tg}^2 h + \cos^2 Z)} \\ &= \frac{-\cos Z dh}{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z}, \end{aligned}$$

d'où l'on tire que :

$$d\varphi = \frac{-\sin D \sin h \cos h \sin^2 Z \, dh}{(\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z) \sqrt{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z - \sin^2 D}} - \frac{-\cos Z \, dh}{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z}$$

$$d\varphi = \frac{dh}{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z} \left[\frac{-\sin D \sin h \cos h \sin^2 Z}{\sqrt{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z - \sin^2 D}} + \cos Z \right].$$

Supposons h voisin de 90° .

Voyons à quoi est équivalente l'erreur $d\varphi$ précédemment calculée. Le dénominateur de la première fraction est équivalent à 1. Dans la parenthèse, le dénominateur est équivalent à $\sqrt{1 - \sin^2 D} = \cos D$, terme fini. Mais le numérateur contient $\sin h \cos h$ qui vaut $\frac{\sin 2h}{2}$, équivalent à 0. La fraction elle-même est donc équivalente à 0. $d\varphi$ est donc équivalent au total à :

$$d\varphi \sim \cos Z \, dh.$$

Cette erreur varie donc comme $\cos Z$. On voit qu'il faut éviter d'observer des astres pour lesquels Z est voisin de 0 ou de 180° , c'est-à-dire des astres voisins du méridien. Au contraire, il sera opportun d'observer des astres voisins des verticaux 90 et 270° , c'est-à-dire à l'est et à l'ouest.

Supposons h voisin de 0° .

Le dénominateur de la première fraction est équivalent à $\cos^2 Z$. Dans la parenthèse, le dénominateur est équivalent à $\sqrt{\cos^2 Z - \sin^2 D}$, c'est-à-dire une valeur finie, mais le numérateur de cette fraction contient $\sin h \cos h$, c'est-à-dire $\frac{\sin 2h}{2}$ équivalent à 0. La fraction est donc elle-même équivalente à 0.

$d\varphi$ est donc équivalent à :

$$d\varphi \sim \frac{dh}{\cos^2 Z} \times \cos Z = \frac{dh}{\cos Z}.$$

Cette erreur varie inversement proportionnellement à $\cos Z$. L'erreur est maximum, quand $\cos Z$ est petit. Il faut donc éviter d'observer des astres voisins des verticaux 90 ou 270° , c'est-à-dire à l'est ou à l'ouest. Il conviendra, au contraire, d'observer des astres pour lesquels Z est voisin de 0 et 180° , c'est-à-dire voisins du méridien.

h constant.

L'équation du problème peut s'écrire comme plus haut :

$$\sin(\varphi + \alpha) = \sin D (\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z)^{-\frac{1}{2}}.$$

Dérivons par rapport à Z , on obtient :

$$\begin{aligned} \cos(\varphi + \alpha) d(\varphi + \alpha) &= \sin D \times -\frac{1}{2} (\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z)^{-\frac{3}{2}} (\cos^2 h \cos Z \sin Z) \times -2 dZ \\ &= \sin D \times \sin Z \cos Z \cos^2 h (\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z)^{-\frac{3}{2}} dZ; \end{aligned}$$

mais :

$$\cos(\varphi + \alpha) = \sqrt{\frac{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z - \sin^2 D}{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z}}.$$

Or, on a aussi :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\cos Z}{\operatorname{tg} h} & \frac{d\alpha}{\cos^2 \alpha} &= -\frac{\sin Z dZ}{\operatorname{tg} h}, \\ \frac{1}{\cos^2 \alpha} &= 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = 1 + \frac{\cos^2 Z}{\operatorname{tg}^2 h} = \frac{\operatorname{tg}^2 h + \cos^2 Z}{\operatorname{tg}^2 h}, \\ d\alpha &= \frac{-\operatorname{tg}^2 h}{\operatorname{tg}^2 h + \cos^2 Z} \times \frac{\sin Z}{\operatorname{tg} h} dZ = \frac{-\sin Z \operatorname{tg} h}{\operatorname{tg}^2 h + \cos^2 Z} dZ, \end{aligned}$$

d'où on tire :

$$\begin{aligned} d\varphi &= \frac{\sin D \sin Z \cos Z \cos^2 h \sqrt{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z}}{(\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z) \sqrt{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z} \sqrt{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z - \sin^2 D}} dZ \\ &\quad + \frac{\sin Z \sin h \cosh dZ}{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z} \\ &= \frac{\sin D \sin Z \cos Z \cos^2 h}{(\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z) \sqrt{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z - \sin^2 D}} dZ + \frac{\sin Z \sin h \cosh dZ}{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z} \\ &= \frac{\sin Z \cosh dZ}{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z} \left[\frac{\sin D \cos Z \cos h}{\sqrt{\sin^2 h + \cos^2 h \cos^2 Z - \sin^2 D}} + \sin h \right]. \end{aligned}$$

Supposons Z voisin de 90° .

Cherchons à quoi l'erreur $d\varphi$ est équivalente. Le dénominateur de la première fraction est équivalent à $\sin^2 h$, le numérateur reste inchangé. Dans la parenthèse, le dénominateur est équivalent à $\sqrt{\sin^2 h - \sin^2 D}$, terme fini; mais le numérateur, qui contient $\cos Z$, est équivalent à 0. $d\varphi$ est donc équivalent à :

$$d\varphi \sim \frac{\sin Z \cosh dZ}{\sin^2 h} \times \sin h,$$

ou :

$$\frac{\sin Z}{\operatorname{tg} h \, dZ}$$

Nous voyons que cette erreur varie inversement, proportionnellement à $\operatorname{tg} h$. Il faudra donc éviter les hauteurs faibles et, au contraire, rechercher les astres de hauteurs élevées.

Supposons Z voisin de 0°.

Le dénominateur de la première fraction est équivalent à 1. Le numérateur de cette fraction, qui contient $\sin Z$, est donc équivalent à 0. Dans la parenthèse, le dénominateur de la fraction est équivalent à :

$$\sqrt{\sin^2 h + \cos^2 h - \sin^2 D} = \sqrt{1 - \sin^2 D} = \cos D,$$

terme fini Le numérateur de cette fraction est équivalent à $\sin D$. La parenthèse est donc un terme fini La première fraction étant équivalente à 0, le produit des deux est également équivalent à 0 et l'erreur $d\varphi$ est équivalente aussi à 0 On peut donc, dans ce cas, observer les astres sans inconvénient à une hauteur quelconque

TABLEAU DES RÉSULTATS PRÉCÉDENTS
RELATIFS AUX CIRCONSTANCES FAVORABLES A L'APPLICATION DE LA MÉTHODE

P	φ
<i>Z constant :</i>	<i>Z constant :</i>
$h \sim 90^\circ$ éviter les astres au voisinage des azimuts 90° ou 270° .	$h \sim 90^\circ$ éviter les astres au voisinage des azimuts 0° ou 180° .
$h \sim 0^\circ$ erreur = 0 dans tous les cas.	$h \sim 0^\circ$ éviter les astres au voisinage des azimuts 90° ou 270° .
<i>h constant :</i>	<i>h constant :</i>
$Z \sim 90^\circ$ erreur = 0 dans tous les cas.	$Z \sim 90^\circ$ éviter les hauteurs faibles.
$Z \sim 0^\circ$ éviter les hauteurs faibles.	$Z \sim 0^\circ$ erreur = 0 dans tous les cas.

CONCLUSION

En résumé, pour h moyen, on peut observer dans tous les azimuts.

**IMPORTANCE DE LA CORRECTION D'AZIMUT DUE AU MOUVEMENT
DIURNE DE L'ASTRE CIRCOMPOLAIRE DE RÉFÉRENCE (fig. 24)**

Considérons comme astre le circompolaire déjà cité. Dans le triangle PZA ainsi formé, nous pouvons écrire :

$$\cotg (90^\circ - D) \sin (90^\circ - \varphi) - \cotg Z \sin P = \cos (90^\circ - \varphi) \cos P,$$

ou :

$$\tg D \cos \varphi - \cotg Z \sin P = \sin \varphi \cos P;$$

ce qu'on peut écrire :

$$\cotg Z \sin P + \sin \varphi \cos P = \cotg \Delta \cos \varphi,$$

avec :

$$\Delta = 90^\circ - D.$$

Hémisphère nord : cas de l'étoile Polaire.

Z et Δ sont toujours petits

Ecrivons l'équation précédente sous la forme :

$$\frac{\cos Z}{\sin Z} \times \sin P + \sin \varphi \cos P = \frac{\cos \Delta}{\sin \Delta} \times \cos \varphi.$$

En tenant compte du fait que les angles Z et Δ sont petits, ceci peut s'écrire :

$$\frac{1 - \frac{Z^2}{2}}{Z} \times \sin P + \sin \varphi \cos P = \frac{1 - \frac{\Delta^2}{2}}{\Delta} \times \cos \varphi.$$

En se débarrassant des dénominateurs, nous avons :

$$\Delta \left(1 - \frac{Z^2}{2}\right) \sin P + \Delta Z \sin \varphi \cos P = Z \left(1 - \frac{\Delta^2}{2}\right) \cos \varphi$$

ou, en développant :

$$(1) \quad \Delta \sin P - \Delta \frac{Z^2}{2} \sin P + \Delta Z \sin \varphi \cos P = Z \cos \varphi - Z \frac{\Delta^2}{2} \cos \varphi.$$

\parallel
0

\parallel
0

Les termes du deuxième ordre et du troisième ordre, en Z et Δ ou ΔZ , sont équivalents à 0.

Il reste donc :

$$\Delta \sin P = Z \cos \varphi,$$

d'où :

$$Z = \frac{\Delta \sin P}{\cos \varphi}.$$

Nous pouvons remplacer, dans l'équation (1), Z par la valeur que nous venons de calculer.

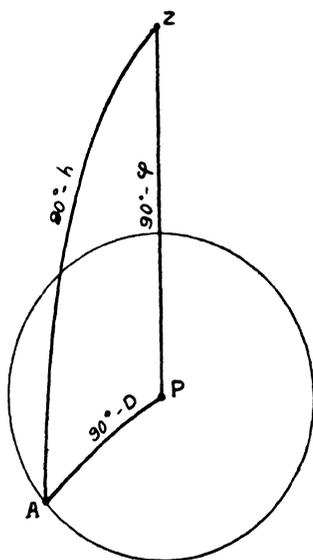


Fig. 24

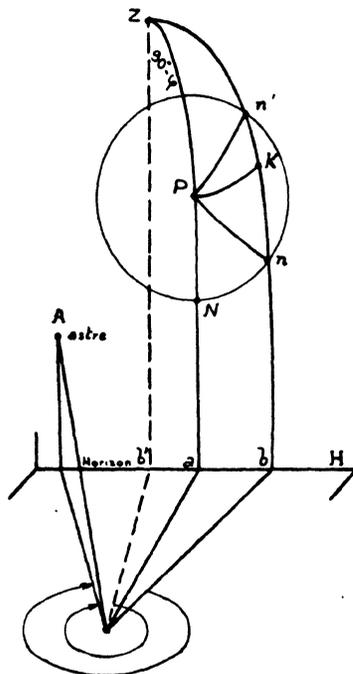


Fig. 25

Cela donne :

$$(2) \Delta \sin P - \frac{\Delta}{2} \times \Delta^2 \times \frac{\sin^2 P}{\cos^2 \varphi} \times \sin P + \Delta^2 \sin P \cos P \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = Z \cos \varphi - \frac{\Delta^3 \sin P \cos \varphi}{2 \cos \varphi}$$

d'où l'on tire :

$$Z = \Delta \frac{\sin P}{\cos \varphi} + \Delta^2 \frac{\sin 2 P \operatorname{tg} \varphi}{2 \cos \varphi}$$

en négligeant les termes du troisième ordre en Δ . Nous allons montrer que le deuxième terme est inutile dans le calcul de Z, relatif à la Polaire.

Choisissons des conditions très défavorables :

$$\begin{aligned} P &= 3 h & \varphi &= 60^\circ \\ 2 P &= 6 h = 90^\circ & \sin 2 P &= 1 \\ \operatorname{tg} \varphi &= \sqrt{3} = 1,732 & \cos \varphi &= \frac{1}{2} = 0,5 \end{aligned}$$

Le coefficient de Δ^2 vaut :

$$\frac{1}{2} \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi} \times \sin 2 P = \frac{1}{2} \times \frac{1,732 \times 1}{0,5} = 1,732$$

Le deuxième terme vaut donc 1,732 Δ^2 en radians. En degrés, cette expression devient :

$$1,732 \times \left(\frac{\Delta \times \pi}{180} \right)^2 \times \frac{180}{\pi}$$

c'est-à-dire, si l'on appelle cette fraction ε :

$$\varepsilon = 1,732 \times \Delta^2 \times \frac{\pi}{180}$$

Or, dans le cas de la Polaire $\Delta = 1,12$ degré, on a donc :

$$\varepsilon = 1,732 \times 1,12^2 \times \frac{\pi}{180} = 1,732 \times 1,25 \times \frac{1}{57,3}$$

$$\varepsilon = 0^{\circ},378, \text{ c'est-à-dire } 2,27.$$

Dans l'état actuel de la précision des mesures envisagées que nous déterminerons d'ailleurs plus loin, cette valeur peut être négligée et nous pouvons nous contenter aisément du premier terme de la formule.

Remarquons que nous pouvons d'ailleurs retrouver cette formule géométriquement très facilement (*fig. 25*).

Soit P, le pôle ;

Nn n', le cercle diurne de la Polaire ;

a, le point où le méridien du lieu coupe l'horizon ;

b, le point où le vertical considéré de la Polaire coupe également l'horizon ;

n' et n, les points d'intersection de ce vertical avec le cercle diurne de la Polaire ;

enfin K, le point où le grand cercle, passant par P et perpendiculaire au vertical considéré, coupe ce vertical.

Notons, tout de suite, que sur l'horizon l'arc *ab* mesure l'azimut de la Polaire.

Le cercle diurne de la Polaire étant de dimensions très petites, on peut assimiler les figures curvilignes, tracées dans ces limites, à des figures planes. Le triangle Pn'K, considéré comme plan, donne :

$$PK = Pn' \sin n'.$$

Mais $Pn' = \Delta$ (Δ étant la distance polaire de l'étoile Polaire). D'autre part, toujours dans les mêmes conventions planes, on a :

$$n' = P ;$$

on a donc :

$$PK = \Delta \sin P,$$

d'autre part, PK étant une portion d'un almicantrat correspondant à une hauteur au-dessus de l'horizon égal à φ . On a, de façon absolue :

$$PK = ab \cos \varphi.$$

De ces deux équations, donnant chacune la valeur de PK, on tire :

$$Z = \frac{\Delta \sin P}{\cos \varphi},$$

qui est bien la formule que nous avons trouvée tout à l'heure.

Hémisphère sud : cas de β Hydre Mâle.

Nous allons voir si, dans le cas de cet astre, le deuxième terme de la valeur de Z est encore négligeable :

$$\Delta = 12^\circ 35' = 12^\circ,584.$$

Faisons $P = 3$ heures et $\varphi = 60^\circ$, comme pour la Polaire tout à l'heure, on a :

$$\varepsilon = 1,732 \times \overline{12,584^2} \times \frac{\pi}{180} = 1,732 \times 158,2 \times \frac{1}{57,3};$$

$$\varepsilon = 4^\circ,79, \text{ c'est-à-dire } 4^\circ 47'.$$

Nous voyons que ce terme n'est absolument pas négligeable et ceci nous invite à calculer un troisième terme du développement de Z.

En conservant, dans l'équation (2), les termes du troisième ordre en Δ on obtient le terme complémentaire cherché qui vaut :

$$-\frac{\Delta^3 \sin^3 P}{2 \cos^3 \varphi} + \frac{\Delta^3 \sin P}{2 \cos \varphi},$$

ce qui s'écrit :

$$\frac{\Delta^3 \sin P}{2 \cos \varphi} \left(1 - \frac{\sin^2 P}{\cos^2 \varphi} \right).$$

Calculons ce terme dans des conditions très défavorables avec $P = 6 \text{ h} = 90^\circ$ et $\varphi = 60^\circ$, le coefficient de Δ^3 devient :

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{1/2} \left(1 - \frac{1}{1/4} \right),$$

ce qui vaut :

$$\frac{1}{2} \times 2 \times (-3) = -3.$$

Ce terme vaut donc, en valeur absolue :

$$3 \Delta^3 \text{ en radians.}$$

En degrés, il vaut :

$$3 \left(\Delta \times \frac{\pi}{180} \right)^3 \times \frac{180}{\pi}.$$

Appelons ϵ' ce terme, on a :

$$\epsilon' = 3 \Delta^3 \times \left(\frac{\pi}{180} \right)^2.$$

Faisons le calcul pour β Hydre Mâle pour lequel $\Delta = 12^{\circ},584$ comme nous l'avons déjà vu, on a alors :

$$\epsilon' = 3 \times 12,584^3 \times \left(\frac{\pi}{180} \right)^2 = 3 \times 2000 \times \frac{1}{3290};$$

$\epsilon' = 1^{\circ},82$, c'est-à-dire $1^{\circ} 49'$, ceci avec le signe en moins.

Dans le présent cas, la correction, au terme fondamental, ϵ'' qui vaut $\epsilon'' = \epsilon + \epsilon' = 4^{\circ} 47' - 1^{\circ} 49' = 2^{\circ} 58'$, n'est absolument pas négligeable et il conviendrait de maintenir dans le développement de Z les trois termes calculés. Z s'écrirait alors :

$$Z = \Delta \frac{\sin P}{\cos \varphi} + \Delta^2 \frac{\sin 2 P}{2} \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi} + \frac{\Delta^3 \sin P}{2 \cos \varphi} \left(1 - \frac{\sin^2 P}{\cos^2 \varphi} \right).$$

Cependant, étant donnée la complication de l'opération de calcul ci-dessus indiquée, il vaut mieux purement et simplement résoudre directement l'équation primitive rencontrée déjà plus haut, à savoir :

$$\operatorname{cotg} Z \sin P + \sin \varphi \cos P = \operatorname{cotg} \Delta \cos \varphi$$

qui peut s'écrire en passant aux tangentes et en se débarrassant des dénominateurs :

$$\sin P \operatorname{tg} \Delta + \operatorname{tg} Z \operatorname{tg} \Delta \sin \varphi \cos P = \operatorname{tg} Z \cos \varphi$$

c'est-à-dire :

$$\operatorname{tg} Z (\cos \varphi - \operatorname{tg} \Delta \sin \varphi \cos P) = \sin P \operatorname{tg} \Delta$$

d'où nous tirons évidemment :

$$\operatorname{tg} Z = \frac{\sin P \operatorname{tg} \Delta}{\cos \varphi - \operatorname{tg} \Delta \sin \varphi \cos P}$$

formule qui nous a servi à établir les courbes de corrections que nous verrons plus loin.

CALCUL DE L'ERREUR SUR AZIMUT DE L'ASTRE CIRCOMPOLAIRE ENTRAÎNÉE PAR L'ERREUR SUR φ ET G ESTIMÉS

Nous allons calculer l'erreur sur Z , due à P et à φ . Nous n'effectuerons ce calcul d'erreur que dans le cas de l'étoile Polaire dont l'application sera sans doute la plus courante; d'autre part, la mise en œuvre de ce calcul d'erreur est beaucoup plus rentable dans ce cas, toutes choses égales d'ailleurs.

Erreur due à \hat{P} .

Remarquons que l'erreur dP , sur la connaissance de l'angle au pôle, est égale à l'erreur dG sur la longitude, si l'on suppose que l'on n'a fait aucune erreur sur la mesure de l'heure. C'est ce que nous supposons :

$$dP = dG$$

Dérivons par rapport à P la formule :

$$Z = \frac{\sin P}{\cos \varphi}$$

on a :

$$dZ = \frac{\cos P dP}{\cos \varphi}$$

Nous voyons que cette erreur varie comme $\cos P$. Elle est donc maximum quand $P = 0$, et décroît quand P tend vers 90° .

Si l'on résout cette équation par rapport à dG , en faisant dZ égal à la valeur maximum que l'on peut admettre comme négligeable dans nos calculs de navigation astronomique, on en tirera, pour dG , la tolérance maximum à admettre sur la connaissance de la longitude pour que l'erreur sur la détermination de la correction, envisagée plus haut à l'azimut de l'astre faisant l'objet de l'observation, ne soit pas trop importante. Cette résolution donne :

$$dG = \frac{\cos \varphi}{\Delta} dZ$$

Nous prendrons $\Delta = 60'$, c'est-à-dire $\frac{\pi}{180}$, et $dZ = 5'$ qui est la limite admise de la précision à obtenir dans les mesures astronomiques, à bord des aéronefs, pour la détermination du point.

Cette limite est un résultat d'expérience des Services officiels et entraînée par les mauvaises conditions d'observation en vol. Nous allons calculer le maximum de cette valeur dG ($P = 0$) pour les latitudes de 0, 30, 45 et 60° qu'on peut considérer, à juste titre, comme étant la latitude maximum d'utilisation de la méthode de navigation astronomique aérienne :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = 0^\circ \\ dG = \frac{1}{\pi/180} \times 5' = 287' \text{ ou } 287 \text{ milles marins} = 532 \text{ km.} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = 30^\circ \\ dG = \frac{\sqrt{3}/2}{\pi/180} \times 5' = 248' = \text{distance EW} = 248 \cos 30^\circ = 215 \text{ milles ou } 400 \text{ km.} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = 45^\circ \\ dG = \frac{\sqrt{2}/2}{\pi/180} \times 5' = 202' = \text{distance EW} = 202 \cos 45^\circ = 143 \text{ milles ou } 266 \text{ km.} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = 60^\circ \\ dG = \frac{1/2}{\pi/180} \times 5' = 143' = \text{distance EW} = 143 \cos 60^\circ = 71 \text{ milles ou } 133 \text{ km.} \end{array} \right.$$

Nous voyons donc qu'aux environs de l'équateur l'observateur peut, en longitude, effectuer une erreur de 500 km environ sans que la correction à apporter à l'angle dièdre du vertical de l'astre observé et de celui de la Polaire, pour obtenir l'azimut de cet astre observé, soit entachée d'une erreur non négligeable. A 60° de latitude, cette tolérance n'est plus que de 130 km environ, ce qui est encore, cependant, assez large. Et, dans nos latitudes, c'est 260 km environ qui nous sont accordés comme marge de la connaissance de notre longitude, pour que le point final reste acceptable.

Erreur due à φ .

Dérivons Z par rapport à φ , on a :

$$dZ = \Delta \sin P \times (-1) (\cos \varphi)^{-2} \times (-\sin \varphi d\varphi);$$

$$dZ = \Delta \frac{\sin P \operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi} \times d\varphi.$$

Nous voyons que, Δ étant constant, dZ est fonction de D et φ .

Variation de dZ en fonction de P et φ

I. — φ constant.

dZ varie comme P , l'erreur est maximum pour $P = 6$ h ou $P = 18$ h.

II. — P constant.

Etudions la variation de :

$$y = \frac{\sin \varphi}{\cos^2 \varphi}.$$

Formons y' :

$$y' = \frac{\cos^3 \varphi - \sin \varphi \times 2 \cos \varphi \times - \sin \varphi}{\cos^4 \varphi} = \frac{\cos^2 \varphi + 2 \sin^2 \varphi}{\cos^3 \varphi};$$

$$y' = \frac{1 + \sin^2 \varphi}{\cos^3 \varphi} \quad \text{du signe de } \cos \varphi;$$

or $-90^\circ < \varphi < +90^\circ$ donc $\cos \varphi$ reste toujours positif, donc y est une fonction croissante quand y varie de -90° à $+90^\circ$, donc Z croît avec φ et est maximum pour $\varphi = +90^\circ$.

De même que plus haut, nous résoudrons cette équation par rapport à $d\varphi$ pour délimiter les tolérances qui nous sont accordées sur la connaissance de la latitude, sans que Z en soit entaché d'une erreur non négligeable.

Nous effectuerons ce calcul pour :

$$\Delta = 60' = \frac{\pi}{180},$$

et pour :

$$\hat{P} = 6 \text{ h ou } 90^\circ,$$

cette dernière valeur étant la plus défavorable pour ce calcul de l'erreur.

Nous fixerons toujours dZ à 5' comme plus haut.

$$\varphi = 0 \quad d\varphi \infty$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = 30^\circ \quad d\varphi = \frac{\cos \varphi d\varepsilon}{\Delta \sin P \operatorname{tg} \varphi} \times \frac{2}{\pi/180 \times 1 \times \sqrt{3}/3} \times 5 = 430 \text{ milles marins ou } 797 \text{ km.} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = 45^\circ \quad d\varphi = \frac{\sqrt{2}/2}{\pi/180 \times 1 \times 1} \times 5 = 203 \text{ milles marins ou } 377 \text{ km.} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = 60^\circ \quad d\varphi = \frac{1/2}{\pi/180 \times 1 \times \sqrt{3}} \times 5 = 82 \text{ milles marins ou } 152 \text{ km.} \end{array} \right.$$

DÉTERMINATION DES GRAPHIQUES POUR LE CALCUL RAPIDE DE LA CORRECTION D'AZIMUT

Cas de la Polaire.

Les éphémérides nautiques, dans leur page n° 84, présentent une table de valeurs de Z fonction de l'angle horaire local de la Polaire et de la latitude. Il est tout à fait aisé, soit de se servir directement de cette table, soit de construire à partir d'elle un réseau de courbes qui ont, sur la table, l'avantage d'éviter l'interpolation par calcul. C'est pourquoi nous nous sommes ralliés à cette dernière solution que nous présentons (*fig. 26*).

La *figure 25* nous montre que :

— si l' AHq_g de la Polaire est compris entre 0 h et 12 h, la correction est négative;

— si l' AHq_g de la Polaire est compris entre 12 h et 24 h, la correction est positive.

Cas de β Hydre Mâle.

Dans le cas de β Hydre Mâle, nous avons été conduits à résoudre la formule de base :

$$\operatorname{tg} Z = \frac{\sin P \operatorname{tg} \Delta}{\cos \varphi - \operatorname{tg} \Delta \sin \varphi \cos P}$$

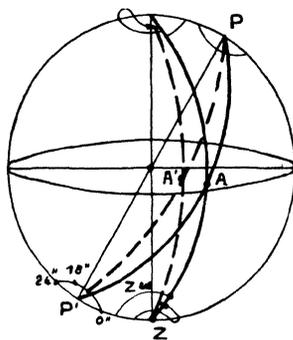


Fig. 27

Nous avons calculé 9 points par latitude choisie et effectué le calcul pour 17 latitudes différentes, de 0 à 60° incluses, ce qui nous a donné le tableau ci-après, grâce auquel nous avons été à même de construire le réseau de courbes présenté (*fig. 28 et 29*).

TABLEAU DES CORRECTIONS D'AZIMUT

I. — Étoile Polaire

φ \ P	0 h	20 mn	40 mn	1 h	20 mn	40 mn	2 h	20 mn	40 mn	3 h	20 mn	40 mn	4 h	20 mn	40 mn	5 h	20 mn	40 mn
0°	0° 0'	0° 05'	0° 10'	0° 15'	0° 19'	0° 24'	0° 29'	0° 34'	0° 38'	0° 42'	0° 45'	0° 48'	0° 51'	0° 54'	0° 56'	0° 58'	0° 59'	1° 00'
5°	0° 0'	0° 05'	0° 10'	0° 15'	0° 20'	0° 25'	0° 30'	0° 34'	0° 39'	0° 43'	0° 46'	0° 49'	0° 52'	0° 55'	0° 57'	0° 58'	1° 00'	1° 00'
10°	0° 0'	0° 05'	0° 11'	0° 16'	0° 22'	0° 27'	0° 32'	0° 36'	0° 40'	0° 45'	0° 48'	0° 51'	0° 54'	0° 57'	0° 59'	1° 01'	1° 02'	1° 03'
15°	0° 0'	0° 06'	0° 11'	0° 16'	0° 22'	0° 27'	0° 32'	0° 36'	0° 40'	0° 45'	0° 48'	0° 51'	0° 54'	0° 57'	0° 59'	1° 01'	1° 02'	1° 03'
20°	0° 0'	0° 06'	0° 11'	0° 17'	0° 22'	0° 27'	0° 32'	0° 37'	0° 42'	0° 46'	0° 50'	0° 53'	0° 56'	0° 59'	1° 01'	1° 02'	1° 04'	1° 04'
25°	0° 0'	0° 06'	0° 12'	0° 17'	0° 23'	0° 28'	0° 34'	0° 39'	0° 43'	0° 48'	0° 51'	0° 55'	0° 58'	1° 01'	1° 03'	1° 05'	1° 06'	1° 07'
30°	0° 0'	0° 06'	0° 12'	0° 18'	0° 24'	0° 30'	0° 35'	0° 40'	0° 45'	0° 50'	0° 54'	0° 58'	1° 01'	1° 04'	1° 06'	1° 08'	1° 09'	1° 10'
35°	0° 0'	0° 07'	0° 13'	0° 19'	0° 26'	0° 32'	0° 37'	0° 43'	0° 48'	0° 53'	0° 57'	1° 01'	1° 04'	1° 07'	1° 10'	1° 12'	1° 13'	1° 14'
40°	0° 0'	0° 07'	0° 14'	0° 21'	0° 27'	0° 34'	0° 40'	0° 46'	0° 51'	0° 57'	1° 01'	1° 05'	1° 09'	1° 12'	1° 15'	1° 17'	1° 18'	1° 19'
45°	0° 0'	0° 08'	0° 15'	0° 23'	0° 30'	0° 37'	0° 44'	0° 50'	0° 56'	1° 01'	1° 06'	1° 11'	1° 15'	1° 18'	1° 21'	1° 23'	1° 25'	1° 25'
50°	0° 0'	0° 08'	0° 17'	0° 25'	0° 33'	0° 41'	0° 48'	0° 55'	1° 02'	1° 08'	1° 13'	1° 18'	1° 22'	1° 26'	1° 29'	1° 32'	1° 33'	1° 34'
55°	0° 0'	0° 10'	0° 19'	0° 28'	0° 37'	0° 46'	0° 54'	1° 02'	1° 09'	1° 16'	1° 22'	1° 28'	1° 33'	1° 37'	1° 40'	1° 43'	1° 44'	1° 45'
60°	0° 0'	0° 11'	0° 22'	0° 32'	0° 43'	0° 53'	1° 02'	1° 11'	1° 20'	1° 28'	1° 33'	1° 41'	1° 46'	1° 51'	1° 55'	1° 58'	2° 00'	2° 01'

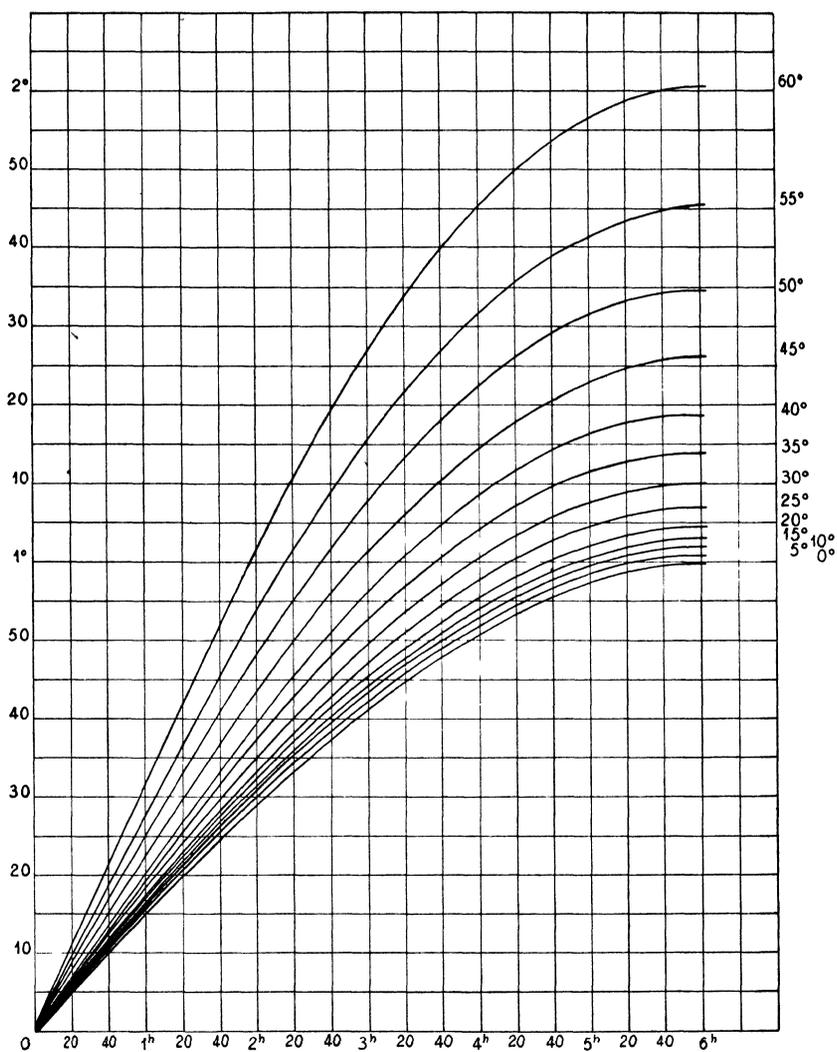


Fig. 26. — Graphique des corrections d'azimut : étoile Polaire

Exemple de calcul pour β Hydre Mâle :

Latitude 48° :	P = 4 heures	
$\log \operatorname{tg} \Delta = \bar{1},34874$	$\cos \varphi = 0,6691$	$\log \operatorname{tg} \Delta = \bar{1},34874$
$\log \sin \varphi = \bar{1},87107$	$a = \underline{0,0829}$	$\log \sin P = \bar{1},93753$
$\log \cos P = \bar{1},69897$	$b = 0,5862$	$\bar{1},28627$
$\log a = \underline{2,91878}$		$\log b = \bar{1},76805$
		$\log \operatorname{tg} Z = \bar{1},51822$
	$Z = 18^\circ 15'$	

REMARQUE : La *figure 27* montre que :

Soit Z_w l'azimut mesuré sur β Hydre Mâle compte tenu de la correction ci-dessus. L'azimut Z , par rapport au nord, vaudra $180^\circ - Z_w$ que l'astre soit dans l'est ou dans l'ouest. Or, les corrections sur Z_w se comptent en signe comme pour la Polaire donc, en ce qui concerne Z , il résulte de ce qu'on vient de dire que :

— si l' $AH a_g$ de β Hydre Mâle est compris entre 0 h et 12 h, la correction pour Z est positive;

— si l' $AH a_g$ de β Hydre Mâle est compris entre 12 h et 24 h, la correction pour Z est négative.

TABLEAU DES CORRECTIONS D'AZIMUT

II. — β Hydre Mâle

φ \ P	20 mn	1 h	2 h	2 h 40	3 h	3 h 20	4 h	5 h	6 h
0°	1° 06'	3° 50'	6° 22'	8° 09'	8° 58'	9° 42'	10° 56'	12° 10'	12° 35'
5°	1° 08'	3° 55'	6° 30'	8° 19'	9° 07'	9° 51'	11° 06'	12° 16'	12° 37'
10°	1° 10'	4° 02'	6° 41'	8° 32'	9° 21'	10° 06'	11° 19'	12° 28'	12° 46'
15°	1° 18'	4° 12'	6° 56'	8° 50'	9° 41'	10° 25'	11° 50'	12° 45'	13° 00'
20°	1° 17'	4° 25'	7° 16'	9° 14'	10° 06'	10° 52'	12° 06'	13° 11'	13° 21'
25°	1° 22'	4° 42'	7° 42'	9° 45'	10° 40'	11° 25'	12° 40'	13° 44'	13° 50'
30°	1° 28'	5° 03'	8° 15'	10° 25'	11° 20'	12° 08'	13° 25'	14° 27'	14° 28'
35°	1° 36'	5° 30'	8° 57'	11° 15'	12° 13'	13° 03'	14° 21'	15° 20'	15° 14'
40°	1° 47'	6° 05'	9° 51'	12° 20'	13° 21'	14° 14'	15° 33'	16° 27'	16° 14'
45°	2° 01'	6° 52'	11° 04'	13° 45'	14° 50'	15° 46'	17° 06'	17° 56'	17° 31'
48°	2° 12'	7° 29'	11° 59'	14° 49'	15° 57'	16° 54'	18° 15'	19° 00'	18° 26'
50°	2° 21'	7° 57'	12° 42'	15° 39'	16° 49'	17° 47'	19° 07'	19° 48'	19° 09'
52°	2° 31'	8° 31'	13° 32'	16° 36'	17° 48'	18° 47'	20° 07'	20° 42'	19° 55'
54°	2° 44'	9° 10'	14° 30'	17° 49'	18° 56'	19° 55'	21° 14'	21° 43'	20° 47'
56°	2° 58'	9° 56'	15° 37'	18° 58'	20° 13'	21° 13'	22° 30'	22° 51'	21° 45'
58°	3° 15'	10° 52'	16° 57'	20° 26'	21° 43'	22° 43'	24° 03'	24° 08'	22° 50'
60°	3° 37'	12° 00'	18° 32'	22° 10'	23° 28'	24° 28'	25° 36'	26° 36'	24° 03'

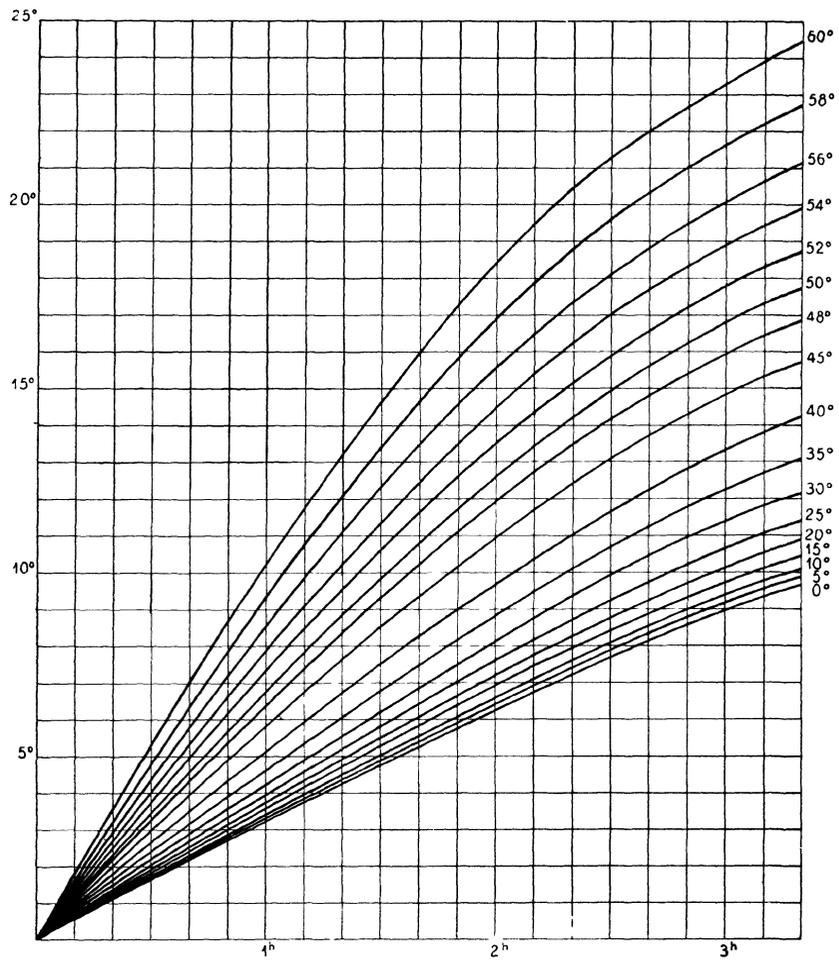


Fig. 28. — Graphique des corrections d'azimut : β Hydre Mâle $0 < P < 3$ h

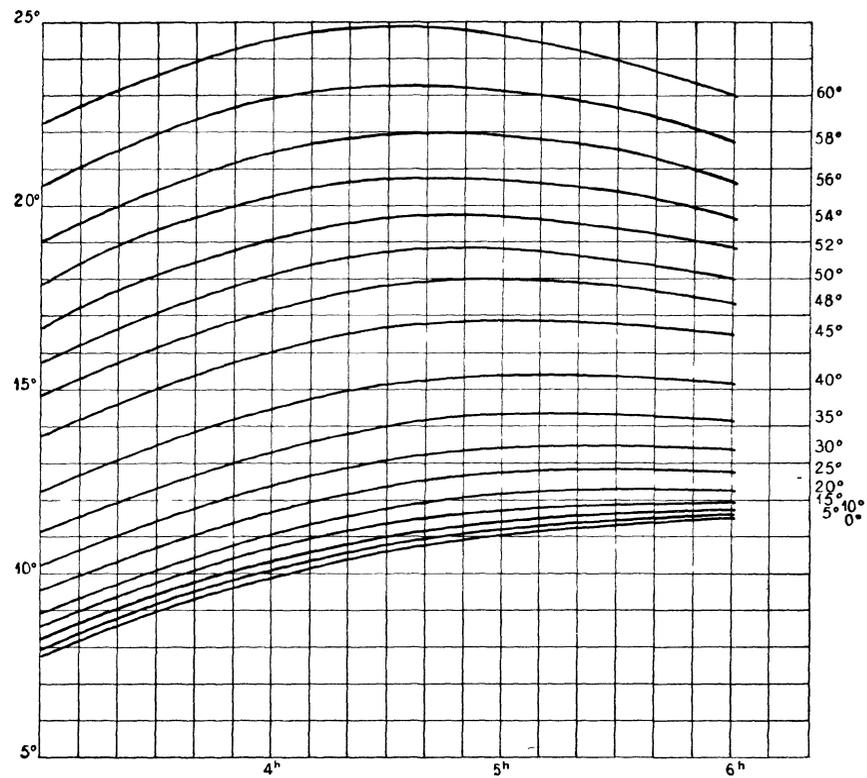


Fig. 29. — Graphique des corrections d'azimut : β Hydre Mâle 3 h $< P < 6$ h

PROCÉDÉS DE RÉOLUTION RAPIDE DE L'ÉQUATION FONDAMENTALE DE LA MÉTHODE

Nous avons vu plus haut combien était laborieuse la résolution de l'équation fondamentale de notre méthode (page 41, équation 2). Nous avons donc pensé à simplifier ce calcul par divers artifices : abaques et tables.

Nous donnerons ci-après les indications relatives à l'établissement de ces méthodes de calcul simplifié, en notant tout de suite que nous nous sommes arrêtés, en définitive, à la table de calcul, seule compatible avec la précision demandée, à savoir les 5' d'angle, c'est-à-dire environ le 1/10 de degré.

ÉTABLISSEMENT DES ABAQUES ET DES TABLES DE CALCUL

Abaques de M. D'OCAGNE.

Abaque à deux parallèles et une courbe pour la forme :

$$f_1 g_3 + f_2 + f_3 = 0.$$

Posons momentanément :

$$x = l_1 f_1$$

$$y = l_2 f_2$$

d'où :

$$l_2 g_3 x + l_1 y + l_1 l_2 f_3 = 0.$$

L'élimination de x et de y , entre les trois équations précédentes, donne le déterminant suivant :

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & l_1 f_1 \\ 0 & 1 & l_2 f_2 \\ l_2 g_3 & l_1 & -l_1 l_2 f_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Ajoutons la première et la deuxième colonnes et multiplions la deuxième colonne par d , on obtient :

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & l_1 f_1 \\ 1 & d & l_2 f_2 \\ l_1 + l_2 g_3 & l_1 d & -l_1 l_2 f_3 \end{vmatrix} = 0.$$

On a donc les trois échelles :

$$\begin{aligned}
 y &= l_1 f_1 \text{ sur la droite} & x &= 0, \\
 y &= l_2 f_2 \text{ sur la droite} & x &= d, \\
 \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{l_1 d}{l_1 + l_2 g_3}, \\ y = \frac{-l_1 l_2 f_3}{l_1 + l_2 g_3}. \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Application à la formule fondamentale de la trigonométrie sphérique.

C'est précisément cette formule que nous voulons résoudre ici, par rapport à φ , connaissant h , Z et D , sous la forme :

$$\sin D = \sin \varphi \sin h + \cos \varphi \cos h \cos Z.$$

Première solution (abaque n° 1) (*fig. 30*).

Ecrivons cette formule comme suit :

$$-\sin D \times \frac{1}{\cos \varphi \cos h} + \cos Z + \frac{\sin \varphi \sin h}{\cos \varphi \cos h} = 0;$$

relation de la forme :

$$f_1 g_{34} + f_2 + f_{34} = 0.$$

Il suffit d'appliquer les formules établies précédemment, en remplaçant f_3 et g_3 par f_{34} et g_{34} , ce qui donne un point à deux cotes. On prendra les modules égaux à 1, ce qui donne les points alignés suivants :

$$\begin{array}{llll}
 D & y = -\sin D & \text{sur la droite} & x = 0, \\
 Z & y = \cos Z & \text{sur la droite} & x = 1,
 \end{array}$$

$$\varphi, h \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\cos \varphi \cos h}{1 + \cos \varphi \cos h}, \\ y = \frac{-\sin \varphi \sin h}{1 + \cos \varphi \cos h}. \end{array} \right.$$

quand φ et h varient entre 0 et 180°. L'abaque est limité par les deux échelles parallèles D et Z . Le point à deux cotes a ses coordonnées symétriques en φ et h . Il est donc défini par un faisceau unique de courbes φ qui se recoupent elles-mêmes et dont l'équation s'obtient en calculant $\sin h$, $\cos h$, puis en substituant dans $\sin^2 h + \cos^2 h = 1$.

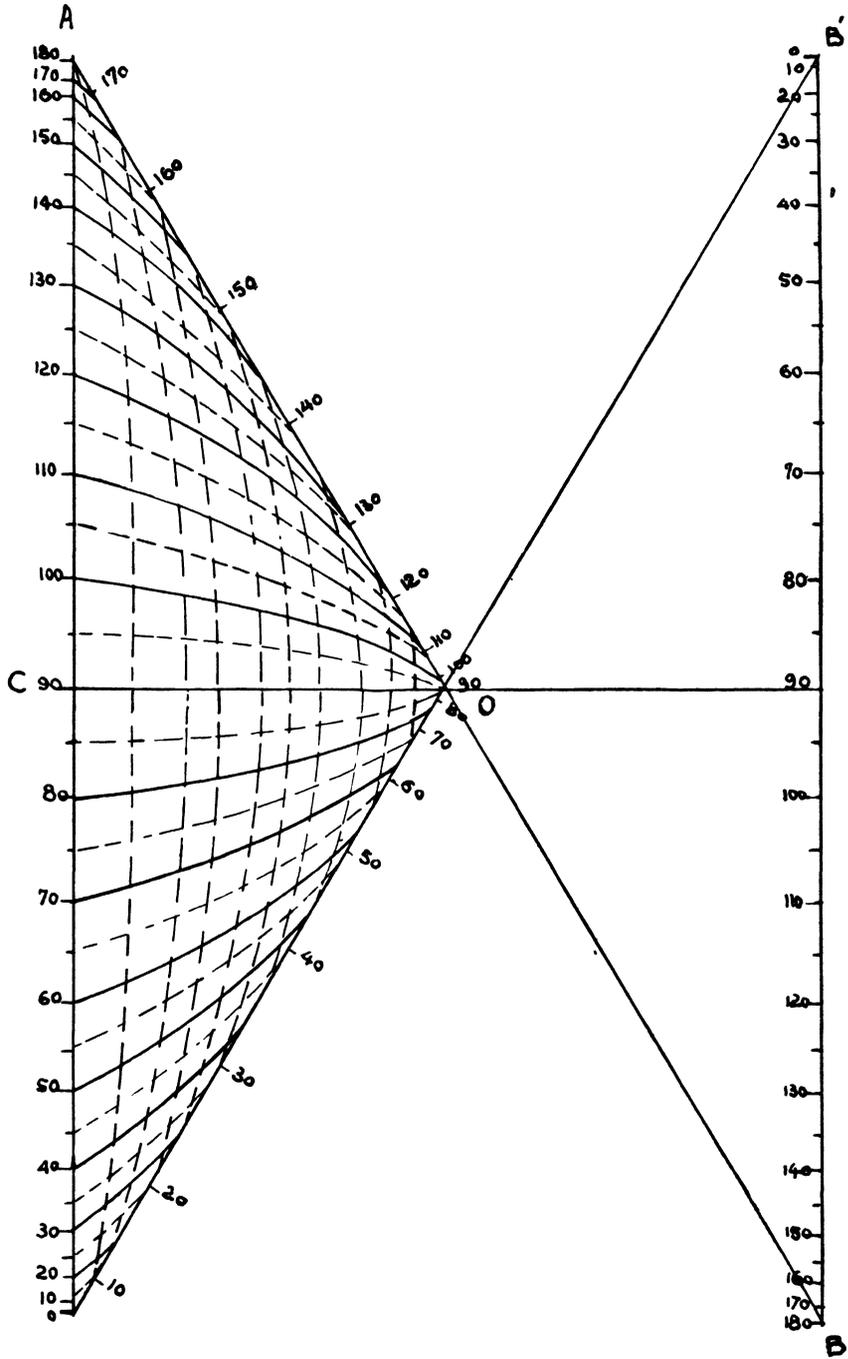


Fig. 30. — Abaque première solution. N° 1

On trouve ainsi le faisceau d'ellipses :

$$(\varphi) \quad \frac{x^2}{\cos^2 \varphi} + \frac{y^2}{\sin^2 \varphi} = (1-x)^2.$$

Éliminons φ entre cette équation et sa dérivée par rapport à φ qui est :

$$x^2 \sin^4 \varphi = y^2 \cos^4 \varphi,$$

d'où nous déduisons les relations suivantes :

$$\frac{\frac{x^2}{\cos^2 \varphi}}{\cos^2 \varphi} = \frac{\frac{y^2}{\sin^2 \varphi}}{\sin^2 \varphi} = \frac{(1-x)^2}{1},$$

et comme x est compris entre 0 et 1, nous avons :

$$\cos^2 \varphi = \frac{x}{1-x},$$

$$\sin^2 \varphi = \frac{\pm y}{1-x},$$

en ajoutant membre à membre, on obtient l'équation de l'enveloppe qui est constituée par les deux droites :

$$x + y = 1 - x,$$

et :

$$x - y = 1 - x,$$

c'est-à-dire par les droites $A'B$ et AB' de l'abaque.

La partie utile des ellipses est formée par les arcs compris dans les triangles AOA' . Les arcs d'ellipse cotés 0 et 180° se réduisent à la droite double CO car l'équation (φ) devient alors :

$$x^2 = 0.$$

L'arc d'ellipse coté 90° se réduit à la droite double AA' car (φ) devient :

$$y^2 = 0.$$

M. D'OCAGNE fit les remarques suivantes :

1° L'ellipse cotée φ admet aussi la cote 180° — φ ;

2° Le point à deux cotes φ, h est au-dessous de OC si φ et h sont tous deux inférieurs ou supérieurs à 90°, et au-dessus de OC si l'un est inférieur et l'autre supérieur à 90°.

En effet, y a le signe de $-\sin \varphi \sin h$. D'après la première remarque, les cotes φ et h , inscrites sur l'abaque, doivent être complétées mentalement par les cotes supplémentaires.

Dans le cas particulier où $\varphi = h$, le point figuratif est sur OA à la cote marquée φ si φ est inférieur à 90° et à la cote supplémentaire si $\varphi > 90^\circ$. Dans le cas particulier où $\varphi + h = 180^\circ$, le point figuratif est sur OA' à celle des cotes φ et h qui est la plus grande.

REMARQUE. — Les limites des angles φ , D , Z et h sont les suivantes :

$$-90^\circ < \varphi < 90^\circ$$

$$-90^\circ < D < 90^\circ$$

$$0^\circ < Z < 360^\circ$$

$$0^\circ < h < 90^\circ$$

Deuxième solution (abaque n° 2) (*fig. 31*).

On peut employer un abaque d'un tracé beaucoup plus simple, dû aussi à M. D'OCAGNE, en prenant pour argument $\varphi + h$ et $\varphi - h$, au lieu de φ et h .

Posons momentanément :

$$x = \sin \varphi \sin h,$$

$$y = \cos \varphi \cos h.$$

On a donc :

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & \sin \varphi \sin h \\ 0 & 1 & \cos \varphi \cos h \\ 1 & \cos Z & \sin D \end{vmatrix} = 0.$$

En remplaçant les deux premières lignes par leur somme et leur différence, on a :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cos(\varphi - h) \\ 1 & -1 & -\cos(\varphi + h) \\ 1 & \cos Z & \sin D \end{vmatrix} = 0.$$

Cette équation donne trois points alignés de coordonnées :

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = \cos(\varphi - h) \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = -\cos(\varphi + h) \end{cases} \quad \begin{cases} x = \cos Z \\ y = \sin D \end{cases}$$

Les éliminations fournissant les faisceaux du point à deux cotes Z et D se trouvent ainsi toutes faites M. D'OCAGNE a construit cet abaque, pour le

calcul de la distance sphérique de deux points dont on connaît les latitudes respectives et la différence des longitudes. Le même abaque peut servir à résoudre l'équation donnant l'angle horaire en fonction de φ , D , h , ou l'azimut en fonction des mêmes données. Nous voyons que, dans notre cas, connaissant h , Z et D , on pourra en déduire $\varphi + h$ et $\varphi - h$. En ajoutant ces deux quantités, et en divisant par deux, on obtiendra φ cherché.

Même remarque que pour la première solution.

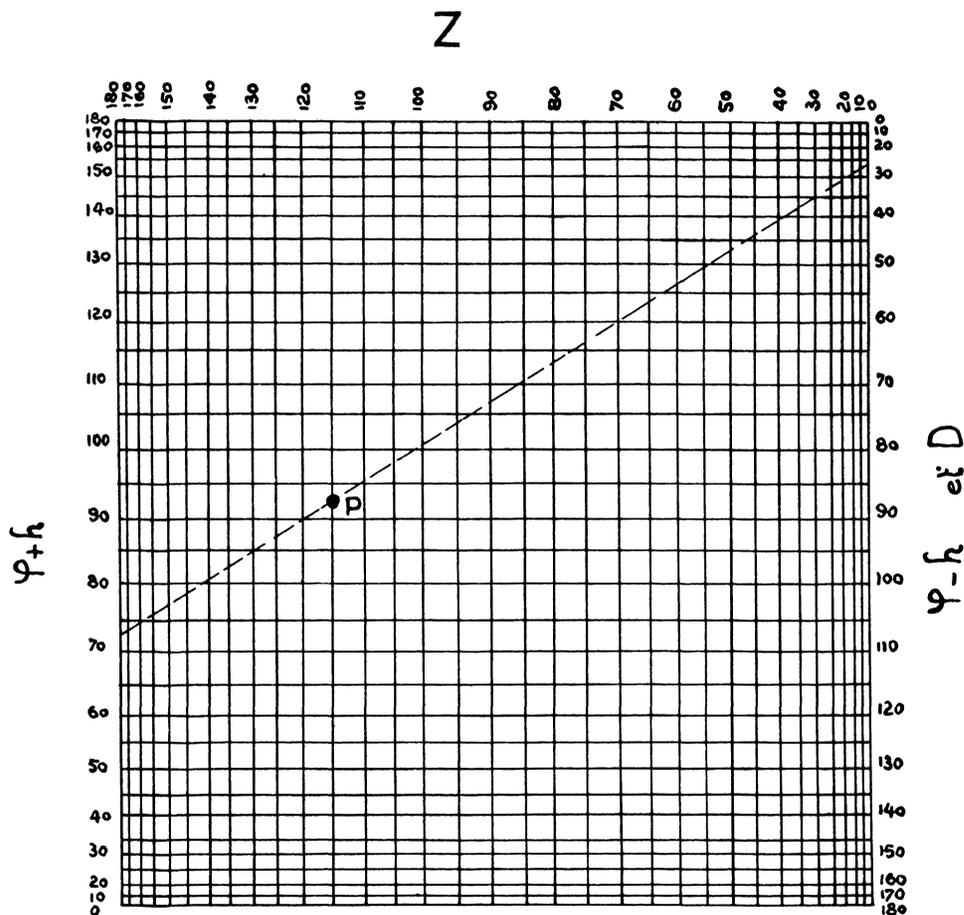


Fig. 31. — Abaque deuxième solution. N° 2

REMARQUE. — Les deux abaques précédents (*fig. 30 et 31*) permettent de calculer φ . Il reste donc G , c'est-à-dire AH ou P , à calculer. Nous ne pensons pas qu'il soit utile d'insister sur une méthode spéciale de calcul, étant donnée la simplicité de la formule donnant P en fonction D , h et Z .

A savoir :

$$\sin P = \sin Z \frac{\cos h}{\cos D}.$$

TABLES DE CALCUL

Principe.

Soit PZA (*fig. 1*) le triangle de position considéré, les formules à résoudre sont, nous le savons, d'une part :

$$\sin P = \sin Z \times \frac{\cos h}{\cos D} \quad \text{qui donne } P,$$

et

$$\sin \varphi \sin h + \cos \varphi \cos h \cos Z = \sin D \quad \text{qui donne } \varphi.$$

Nous avons vu combien la résolution de cette équation, de la forme $a \sin x + b \cos x = c$, était longue et incommode. Nous allons chercher un moyen de la résoudre qui soit simple et rapide. Pour cela, nous pouvons nous inspirer de la méthode Bertin qui décompose le triangle de position en deux triangles rectangles et qui résout successivement chacun de ces deux triangles. Soit donc la *figure 32*.

Par le point A, nous faisons passer le grand cercle de la sphère céleste perpendiculaire au côté ZP.

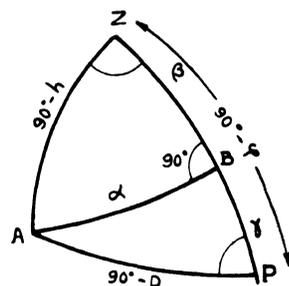


Fig. 32

Soit B le point d'intersection. Considérons d'abord le triangle ZAB. Posons :

$$\alpha = AB \quad \text{et} \quad \beta = ZB.$$

Dans ce triangle, nous connaissons trois éléments qui sont :

$$ZA = 90^\circ - h;$$

l'angle en Z égal à l'azimut \widehat{Z} ;

et

$$\text{l'angle en B} = 90^\circ.$$

L'analogie des sinus donne :

$$\frac{\sin \alpha}{\sin Z} = \frac{\cos h}{1},$$

d'où nous tirons :

$$\sin \alpha = \sin Z \cos h \quad \text{toujours positif.}$$

La formule des éléments consécutifs donne :

$$\cotg (90^\circ - h) \sin \beta - \cotg 90^\circ \sin Z = \cos \beta \cos Z;$$

d'où :

$$\text{tgh} \sin \beta = \cos \beta \cos Z,$$

ou encore :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\cos Z}{\operatorname{tg} h}.$$

Les deux éléments α et β , du triangle ZAB, sont donc donnés par des formules très simples.

Passons au deuxième triangle ABP. Dans ce deuxième triangle, nous connaissons :

$$PA = 90^\circ - D,$$

l'angle en B qui vaut 90° et le côté $AB = \alpha$.

Posons $PB = \gamma$.

La formule fondamentale de la trigonométrie sphérique donne :

$$\sin D = \cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma \cos 90^\circ,$$

ou :

$$\sin D = \cos \alpha \cos \gamma,$$

d'où :

$$\cos \gamma = \frac{\sin D}{\cos \alpha}.$$

L'analogie des sinus nous donne :

$$\frac{\sin \alpha}{\sin P} = \frac{\cos D}{1},$$

d'où l'on tire :

$$\sin P = \frac{\sin \alpha}{\cos D}.$$

En remarquant que $ZP = 90^\circ - \varphi = \beta + \gamma$ on voit que la résolution du triangle se trouve être très facilitée, si on dispose des deux tables suivantes :

Première table (colonne Z, ligne h).

A l'intersection de ces ligne et colonne, on trouve deux nombres écrits à la suite l'un de l'autre, comme dans le carnet Bertin, et qui sont α et β calculés à l'aide des formules précédemment établies.

Deuxième table (colonne α , ligne D).

A l'intersection de ces ligne et colonne, on trouve deux nombres écrits à la suite l'un de l'autre, comme dans le carnet Bertin, et qui sont γ et P calculés à l'aide des formules précédemment établies.

PREMIÈRE TABLE

	Z	Z	Z	Z	Z
h					
h			α β		
h					
h					

DEUXIÈME TABLE

	α	α	α	α	α
D					
D			γ P		
D					
D					

Construction.

Nous adopterons la même précision que celle du carnet Bertin, à savoir que les différences, entre deux angles consécutifs sur les lignes ou sur les colonnes, seront de 0°,5. Il sera donc nécessaire d'interpoler à vue pour effectuer la lecture. Nous allons donner l'exemple de l'établissement de cette table, pour les valeurs suivantes de Z, h et D :

$Z = 112^{\circ} 40'$ $h = 42^{\circ} 25'$ $D = 12^{\circ} 37'$

$\sin 112^{\circ},5 = 0,925$ $\times \cos 42^{\circ} = 0,743$ <hr style="width: 50px; margin: 0;"/> $\sin \alpha_1 = 0,685$	}	α_1		$\cos 112^{\circ},5 = 0,382$ $: \text{tg } 42^{\circ} = 0,901$ <hr style="width: 50px; margin: 0;"/> $\text{tg } \beta_1 = 0,424$	}	β_1		$\alpha_1 = 43^{\circ},4$ $\alpha'_1 = 42^{\circ},9$ $\beta_1 = 23^{\circ}$
$\sin 112^{\circ},5 = 0,925$ $\times \cos 42^{\circ},5 = 0,737$ <hr style="width: 50px; margin: 0;"/> $\sin \alpha'_1 = 0,681$	}	α'_1		$\cos 112^{\circ},5 = 0,382$ $: \text{tg } 42^{\circ},5 = 0,917$ <hr style="width: 50px; margin: 0;"/> $\text{tg } \beta'_1 = 0,417$	}	β'_1		$\beta'_1 = 22^{\circ},6$
$\sin 113^{\circ} = 0,921$ $\times \cos 42^{\circ} = 0,743$ <hr style="width: 50px; margin: 0;"/> $\sin \alpha_2 = 0,684$	}	α_2		$\cos 113^{\circ} = 0,391$ $: \text{tg } 42^{\circ} = 0,901$ <hr style="width: 50px; margin: 0;"/> $\text{tg } \beta_2 = 0,433$	}	β_2		$\alpha_2 = 43^{\circ},2$ $\alpha'_2 = 42^{\circ},7$ $\beta_2 = 23^{\circ},4$
$\sin 113^{\circ} = 0,921$ $\times \cos 42^{\circ},5 = 0,737$ <hr style="width: 50px; margin: 0;"/> $\sin \alpha'_2 = 0,678$	}	α'_2		$\cos 113^{\circ} = 0,391$ $: \text{tg } 42^{\circ},5 = 0,916$ <hr style="width: 50px; margin: 0;"/> $\text{tg } \beta'_2 = 0,426$	}	β'_2		$\beta'_2 = 23^{\circ},1$

Ce qui nous permet de constituer la première table :

$\begin{array}{c} z \\ \hline h \end{array}$	112	112,5	113	113,5
42		43,4 23,0	43,2 23,4	
42,5		42,9 22,6	42,7 23,1	
		43,33 42,83	23,13 22,76	

c'est-à-dire :

$$\alpha = 42^{\circ},9 \qquad \beta = 22^{\circ},8$$

Or, la véritable valeur de α est donnée par :

$$\begin{aligned} \sin 112^{\circ}40' &= 0,922 \\ \times \cos 42^{\circ}25' &= \underline{0,736} \\ \sin \alpha &= 0,679 \qquad \qquad \qquad \alpha = 42^{\circ},8 \end{aligned}$$

La véritable valeur de β est donnée par :

$$\begin{aligned} \cos 112^{\circ}40' &= 0,385 \\ : \operatorname{tg} 42^{\circ}25' &= \underline{0,914} \\ \operatorname{tg} \beta &= 0,421 \qquad \qquad \qquad \beta = 22^{\circ},8 \end{aligned}$$

Calcul de γ et P

$\left. \begin{array}{l} \sin 12^{\circ},5 = 0,217 \\ : \cos 42^{\circ},5 = \underline{0,737} \\ \cos \gamma_1 = 0,294 \end{array} \right\}$	γ_1	}	$\left. \begin{array}{l} \sin 42^{\circ},5 = 0,675 \\ : \cos 12^{\circ},5 = \underline{0,975} \\ \sin P_1 = 0,692 \end{array} \right\}$	P_1	}	$\left. \begin{array}{l} \gamma_1 = 72^{\circ},9 \\ \gamma'_1 = 72^{\circ},3 \\ P_1 = 43^{\circ},8 \\ P'_1 = 43^{\circ},9 \end{array} \right\}$
$\left. \begin{array}{l} \sin 13^{\circ} = 0,224 \\ : \cos 42^{\circ},5 = \underline{0,737} \\ \cos \gamma'_1 = 0,304 \end{array} \right\}$	γ'_1	}	$\left. \begin{array}{l} \sin 42^{\circ},5 = 0,675 \\ : \cos 13^{\circ} = \underline{0,974} \\ \sin P'_1 = 0,693 \end{array} \right\}$	P'_1	}	$\left. \begin{array}{l} P_1 = 43^{\circ},8 \\ P'_1 = 43^{\circ},9 \end{array} \right\}$
$\left. \begin{array}{l} \sin 12^{\circ},5 = 0,217 \\ : \cos 43^{\circ} = \underline{0,731} \\ \cos \gamma_2 = 0,296 \end{array} \right\}$	γ_2	}	$\left. \begin{array}{l} \sin 43^{\circ} = 0,682 \\ : \cos 12^{\circ},5 = \underline{0,975} \\ \sin P_2 = 0,699 \end{array} \right\}$	P_2	}	$\left. \begin{array}{l} \gamma_2 = 72^{\circ},8 \\ \gamma'_2 = 72^{\circ},3 \\ P_2 = 44^{\circ},4 \\ P'_2 = 44^{\circ},6 \end{array} \right\}$
$\left. \begin{array}{l} \sin 13^{\circ} = 0,224 \\ : \cos 43^{\circ} = \underline{0,731} \\ \cos \gamma'_2 = 0,306 \end{array} \right\}$	γ'_2	}	$\left. \begin{array}{l} \sin 43^{\circ} = 0,682 \\ : \cos 13^{\circ} = \underline{0,974} \\ \sin P'_2 = 0,700 \end{array} \right\}$	P'_2	}	$\left. \begin{array}{l} P_2 = 44^{\circ},4 \\ P'_2 = 44^{\circ},6 \end{array} \right\}$

Par interpolation on trouve :

$$\gamma = 72^{\circ},5 \quad \text{et} \quad P = 44^{\circ}.$$

Or, la véritable valeur de γ est donnée par :

$$\begin{aligned} \sin 12^{\circ},6 &= 0,217 \\ : \cos 42^{\circ},8 &= \underline{0,734} \\ \cos \gamma &= 0,296 \qquad \qquad \qquad \gamma = 72^{\circ},8 \end{aligned}$$

La véritable valeur de P est donnée par :

$$\begin{aligned} \sin 42^{\circ},8 &= 0,679 \\ : \cos 12^{\circ},6 &= \underline{0,975} \\ \sin P &= 0,695 \qquad \qquad \qquad P = 44^{\circ},1 \end{aligned}$$

NOTA. — On trouvera, à la fin du deuxième train de mesures, deux pages de ces tables :

L'une, relative à h et Z , (α , β) avec $20^{\circ} < h < 40^{\circ}$ et $24^{\circ},5 < Z < 27^{\circ}$;

L'autre, relative à D et α , (γ , P) avec $0^{\circ} < D < 20^{\circ}$ et $21^{\circ},5 < \gamma < 24^{\circ}$.

Usage de la table.

On entre dans la première table avec h et Z , ce qui donne α et β ; on entre dans la deuxième table avec D et α , ce qui donne γ et P .

φ / Il faut former $\beta + \gamma$. On forme cette somme algébriquement. Quels seront les signes à donner à β et γ ?

β est donné par une tangente, donc se prendra du signe de cette tangente, c'est-à-dire du signe $\cos Z$, ($\text{tg } h$ est en principe positive),

$$\left. \begin{array}{l} \text{si } Z \text{ est obtus } \beta \text{ est négatif;} \\ \text{si } Z \text{ est aigu } \beta \text{ est positif,} \end{array} \right\}$$

φ pourra donc varier de $- 90^{\circ}$ à $+ 90^{\circ}$.

γ est donné par un cosinus Il peut être obtus ou aigu; il pourra donc varier de 0 à 180° .

Le cosinus sera du signe de $\sin D$, donc du signe de D . En effet, α est un angle auxiliaire compris dans le premier quadrant, puisque un arc de grand cercle, passant par un point et perpendiculaire à un autre arc de grand cercle, est plus court que tout arc de grand cercle passant par le même point et oblique par rapport à ce même autre arc de grand cercle. Le sinus et le cosinus de l'angle α sont donc toujours positifs,

$$\left. \begin{array}{l} \text{si } D \text{ est positif } \gamma \text{ est aigu;} \\ \text{si } D \text{ est négatif } \gamma \text{ est obtus.} \end{array} \right\}$$

Quant à P , il est toujours positif, D étant compris entre -90° et $+90^\circ$ et $\sin \alpha$ étant également toujours positif, comme indiqué ci-dessus. Ce signe ne renseigne pas sur la position est ou ouest de l'astre, mais l'azimut étant connu, cette position est repérée dès avant le calcul. Il n'y a donc aucune difficulté à déterminer celle-ci.

On forme donc $\beta + \gamma$ algébriquement et on en tire $\varphi = 90^\circ - (\beta + \gamma)$ en grandeur et en signe.

G/ On prend S_p , dans les éphémérides aéronautiques, pour l'heure de l'observation, corrections effectuées. Puis on note l'ascension verse de l'astre à la date donnée. Enfin, de la connaissance de P , on tire $AHa_g = P$ ou $AHa_g = 360 - P$, suivant que l'astre est dans l'ouest ou dans l'est (donnée connue par la valeur de l'azimut) et, par conséquent,

$$S_g = AHa_g + ARa = AHa_g - AVa,$$

la différence $S_p - S_g = G$ en grandeur et en signe.

SEXTANT DE HAUTEUR ET D'AZIMUT

SEXTANTS AÉRONAUTIQUES DIVERS

La difficulté de la méthode précédemment exposée résidait, jusqu'à présent, dans la conception de l'instrument destiné à effectuer, de façon simultanée, la mesure de hauteur et la mesure d'azimut d'un même astre.

Il fallait évidemment concevoir cet instrument dans le style du théodolite, c'est-à-dire disposer d'un moyen de nivellement de cet instrument et l'équiper d'un dispositif de mesure des hauteurs, c'est-à-dire orientable autour d'un axe horizontal et d'un dispositif de mesure des azimuts, c'est-à-dire orientable autour d'un axe vertical.

De plus, pour que la méthode soit utilisable à bord d'un avion, il fallait que cet instrument soit de dimensions suffisamment réduites et de poids suffisamment faible, pour qu'on put le tenir aisément à la main au cours de l'opération. Les réalisations des sextants aéronautiques avaient déjà apporté la solution du dispositif de nivellement et du dispositif de mesure des hauteurs. C'est ainsi que le sextant gyroscopique, de l'Amiral FLEURIAIS, utilisait un gyroscope à axe de rotation verticale à trois degrés de liberté comme référence d'horizon. Nous devons dire, d'ailleurs, que ce sextant a été rapidement délaissé à cause de son poids prohibitif.

Les autres sextants aéronautiques ont tous pour dispositif de nivellement un niveau à bulle, la bulle étant plus ou moins sensible, plus ou moins lente, plus ou moins fugace. On trouve actuellement comme principaux sextants aéronautiques :

— Le sextant *Couthino* qui peut, à la fois, être employé avec un horizon artificiel à bulle comme indiqué plus haut et en utilisant d'autre part l'horizon naturel;

— Le sextant *Baush and Lomb*, sextant américain qui permet la mesure des hauteurs d'astres en visant directement la bulle et en visant l'astre par réflexion. Ce sextant est balourdé de façon à prendre à peu près spontanément la position qui correspond à son nivellement;

— Le sextant anglais *Hugues* qui calcule automatiquement la moyenne de six hauteurs prises consécutivement et donne ainsi une indication moyenne de l'observation, mais il est nécessaire de faire les six mesures sans quoi le moyenneur ne peut fonctionner, ce qui constitue un inconvénient sérieux;

— Le sextant *Bastien-Morin*, à niveau à bulle enregistreur et moyeneur, qui permet donc la mesure de plusieurs hauteurs à la suite et qui donne finalement une indication moyenne de la hauteur observée pour l'instant correspondant, comme le sextant Hugues;

— Le sextant *Lepetit*, à niveau à bulle, dont les modèles 108 et 109 comportent l'enregistrement de la hauteur en fonction du temps, de la façon suivante : un papier paraffiné se déroule avec une vitesse constante. Ce papier paraffiné comporte des traits figurant les abscisses et d'autres figurant les ordonnées. Les abscisses sont graduées en temps; les ordonnées en degrés et minutes. On lance le moteur entraînant le déroulement du papier, sur une minute ronde, après avoir disposé le papier de telle façon qu'au moment du lancement, un trait repère fondamental passe en face de l'index; il ne reste plus qu'à pointer les hauteurs successives de l'astre, en appuyant, chaque fois qu'on a réalisé une visée, sur le style inscripteur. On réalise ainsi une suite de pointés qu'on peut réunir par une droite qui coupe elle-même les ordonnées fondamentales en des points qu'on peut choisir comme hauteur observée à l'instant correspondant. On voit l'intérêt d'un tel dispositif qui évite, purement et simplement, la lecture du chronomètre simultanée à la visée de l'astre considéré. Nous avons donc pensé, le plus simplement, à utiliser le sextant *Lepetit* pour l'établissement de notre appareil, en modifiant ce sextant de façon adéquate. Nous n'avions pas à notre disposition de sextant enregistreur, aussi nous sommes-nous servi du modèle 105, dont le dispositif de mesure est semblable à celui du 108 au système d'enregistrement près. La bulle du 105 est simplement plus lente que celle du 108. L'optique de ce sextant est également la même que celle du 108. Remarquons que pour les visées sur les étoiles, c'est-à-dire de nuit, un petit dispositif permet d'envoyer sur la bulle des rayons lumineux issus de trois points qui se réfléchissent sur celle-ci et donnent naissance à trois images virtuelles ponctuelles qui matérialisent, pour l'œil, la position de cette bulle qui, sans quoi, resterait invisible.

SEXTANT DE HAUTEUR ET D'AZIMUT (Modèle 1942)

(Photos nos VI, VI bis, VI ter, VI quater)

I. — Principe (fig. 33).

Les rayons lumineux (12), issus de l'astre observé, sont réfléchis par le miroir (9) et matérialisent, avec leurs réfléchis, le plan vertical passant par l'astre observé et le lieu de l'observation.

Les rayons lumineux (13), issus de l'astre de référence, sont réfléchis par un miroir (10) et matérialisent, avec leurs réfléchis, le plan vertical passant par l'astre de référence et le lieu de l'observation.

Quand les rayons réfléchis, provenant des deux astres, sont confondus avec les rayons lumineux provenant du niveau, ce rayon commun constitue

la droite d'intersection des deux plans verticaux passant l'un par l'astre observé, l'autre par l'astre de référence et contenant tous les deux le lieu de l'observation.

L'angle, entre les deux plans, mesure l'azimut de l'astre observé par rapport à l'astre de référence

II. — Réalisation.

Nous allons exposer quelle est l'optique du sextant Lepetit et voir comment nous sommes passés à l'optique de notre sextant, en ce qui concerne

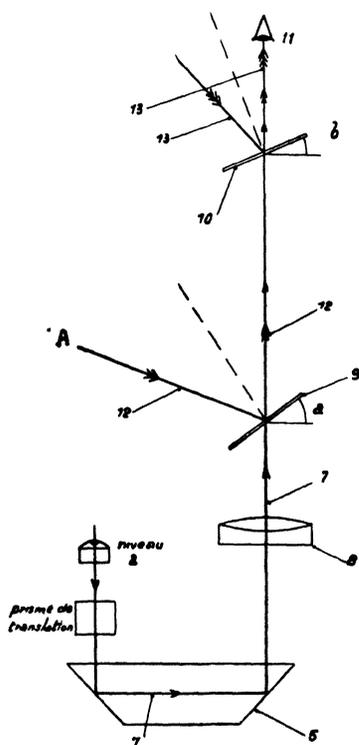


Fig. 33

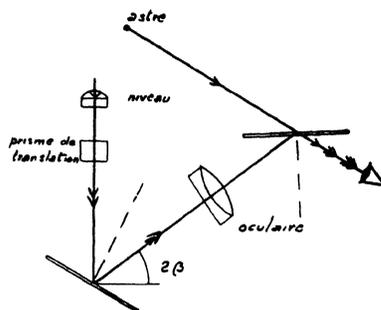


Fig 34

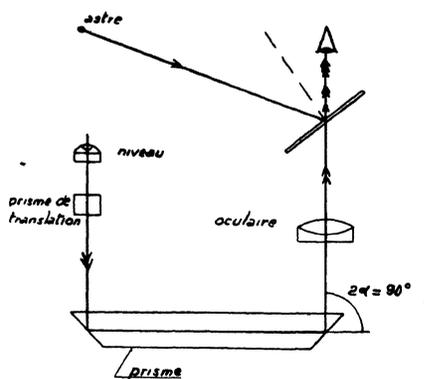


Fig. 35

le dispositif de hauteur Nous verrons ensuite le dispositif d'azimut de notre sextant qui, lui, est entièrement original, et enfin, nous verrons comment on a accouplé les deux dispositifs, pour constituer le sextant d'azimut et de hauteur.

Dispositif de hauteur.

Dans le sextant Lepetit, les rayons lumineux verticaux, issus de la bulle, tombent sur un prisme dont les faces d'entrée et de sortie sont parallèles et inclinées chacune de 45° sur la verticale Ce dispositif a donc pour but d'imposer aux rayons lumineux verticaux une simple translation Dans le cas du

sextant Lepetit, les rayons lumineux, issus de ce prisme, tombent sur un miroir, incliné d'un certain angle sur la verticale, fixe en position, et dont le plan est perpendiculaire au plan vertical de l'astre, qui les réfléchit sur un second miroir, mobile autour d'un axe horizontal, perpendiculaire également au plan vertical de l'astre. Le premier miroir est argenté, le second ne l'est pas, de sorte qu'en plaçant l'œil derrière ce deuxième miroir on aperçoit, d'une part, la bulle par réflexion et, d'autre part, telle portion du ciel que l'on désire et, en particulier, l'astre considéré, la mise au point s'effectuant par simple rotation de ce second miroir mobile. On se rend donc aisément compte de ce qu'un cadran solidaire de ce miroir mobile, se déplaçant devant un index fixe, permet de repérer les rotations du miroir mobile et, par là même, les hauteurs, si l'on a pris soin de pointer le 0 pour la position du miroir correspondant à une visée de l'horizon.

La méthode de mesure étant basée, comme pour un sextant marine, sur la rotation d'un miroir, il en résulte également que la rotation de 45° du miroir correspond à une rotation de l'image de 90° , c'est-à-dire que chaque division du secteur mobile précité, valant 1° d'angle, vaut en réalité 2° de hauteur. Il est d'ailleurs directement gradué en hauteur (*fig. 34*).

Ceci est le dispositif Lepetit. Or, comme nous le verrons plus loin, notre sextant nécessite l'emploi d'un rayon lumineux de référence verticale, sortant du système optique. Il a donc fallu modifier l'optique du sextant Lepetit de la façon suivante (*fig. 35*) :

On a supprimé le miroir fixe, incliné sur la verticale, dont on a parlé plus haut, et on l'a remplacé par un prisme, dont les faces opposées sont, inclinées à 45° sur la verticale, mais de pentes opposées l'une à l'autre, et dont le plan médian est confondu avec le plan vertical de l'astre. Les rayons lumineux, issus du premier prisme qui est resté inchangé, tombent donc sur la première face inclinée à 45° de ce second prisme, y sont réfléchis totalement, puis tombent sur la deuxième face, qui les réfléchit totalement encore une fois, donnant naissance ainsi à un rayon lumineux vertical. Ce rayon lumineux tombe sur le même miroir mobile que dans le sextant Lepetit et donne lieu au même phénomène optique. On remarquera cependant qu'il a fallu décaler le 0 du mouvement de rotation de ce miroir, puisque le rayon émergeant horizontalement du système optique total — miroir mobile compris — ne correspond pas à une même position de miroir mobile que dans le cas Lepetit. En effet, dans ce dernier cas, l'incident sur ce miroir mobile faisait un certain angle 2β avec l'horizontale, alors que l'incident sur le miroir mobile, dans notre cas, fait l'angle $2\alpha = 90^\circ$ avec ce même rayon horizontal. Il a donc fallu décaler le 0 du miroir mobile d'une quantité angulaire égale à $\beta - \alpha$, c'est-à-dire $\beta - 45^\circ$. Notons que le miroir mobile est un miroir semi-argenté dont nous reparlerons plus tard.

Dispositif d'azimut (fig. 36).

Nous avons fait disposer une circulaire fixe, graduée de 0 à 360° dans le sens trigonométrique. En effet, en réalité c'est le 0 de la graduation qui est

dirigé sur l'astre et la graduation correspondant à la mesure de l'azimut qui se trouve dirigée vers la Polaire. Les graduations doivent donc croître dans le sens rétrograde, pour assurer une lecture directe de l'angle d'azimut. Le plan de cette circulaire graduée est rigoureusement perpendiculaire au rayon lumineux vertical émergeant que nous avons vu plus haut, rayon lumineux qui perce ce plan exactement au centre de cette circulaire. On voit donc qu'on aura la possibilité de repérer des azimuts ou, tout au moins, des différences d'azimuts avec ce dispositif qui, en somme, mesure des angles dièdres entre deux verticaux. La mesure est rendue possible par un petit miroir, dont le centre est exactement axé sur le rayon émergeant vertical de tout à l'heure et qui peut s'orienter autour d'un axe horizontal, contenu dans le plan de la circulaire précitée, grâce à un petit bouton moleté qui renvoie le mouvement à 90° par un ensemble de deux petits pignons à 45° chacun. Le plan vertical, passant par l'astre observé et le centre de ce miroir, est repéré sur la circulaire mobile non graduée portant l'axe de rotation vertical précité, par deux petits traits qui matérialisent la trace de ce plan sur cette circulaire. La circulaire mobile, dont nous venons de parler, qui porte le miroir, coulisse à frottement doux dans la circulaire fixe graduée indiquée plus haut. Son mouvement est commandé par une vis micrométrique, à l'aide d'un disque circulaire, lui-même gradué de 0 à 5° avec des graduations intermédiaires de 10 en 10 minutes (voir page 124, 4^e alinéa). Un repère fixe, correspondant à la coïncidence du trait de repère de la circulaire mobile avec une graduation ronde de la circulaire fixe, laquelle est graduée de 5 en 5 degrés, permet la lecture des angles à mesurer. Le miroir oscillant précité est un miroir semi-argenté dont nous reparlerons.

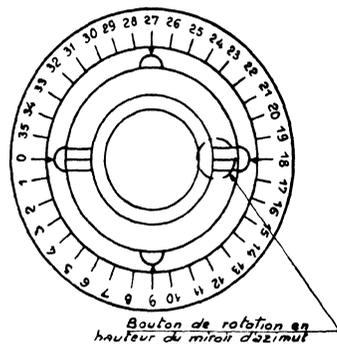


Fig. 36

III. — Détail (fig. 37, 37 bis, 38 et 39).

Le sextant comporte les trois groupes d'organes optiques principaux suivants :

- Les organes optiques du niveau à bulle;
- Les organes optiques de l'astre observé;
- Les organes optiques de l'astre de référence (étoile Polaire).

Les organes optiques du niveau à bulle (fig. 33) comportent le niveau à bulle (1) et le dispositif d'éclairage (3) du niveau à bulle (1), dont la lumière traverse la bulle (2), puis est réfléchié par le prisme (4) à double réflexion totale, changeant la direction des rayons lumineux pour les diriger vers le prisme (5). Le prisme (5), à double réflexion totale, dirige les rayons lumineux (7), provenant de la bulle à travers l'objectif (8), le miroir du

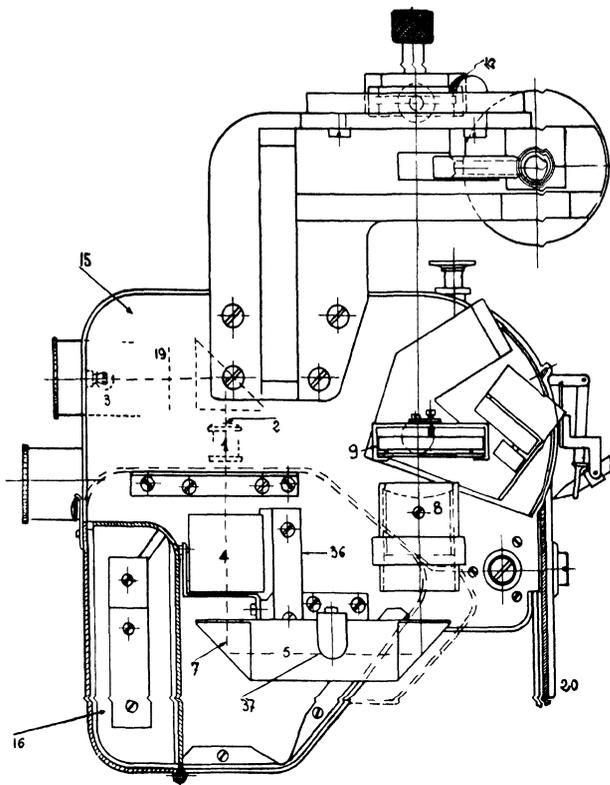


Fig. 37. — Vue côté gauche

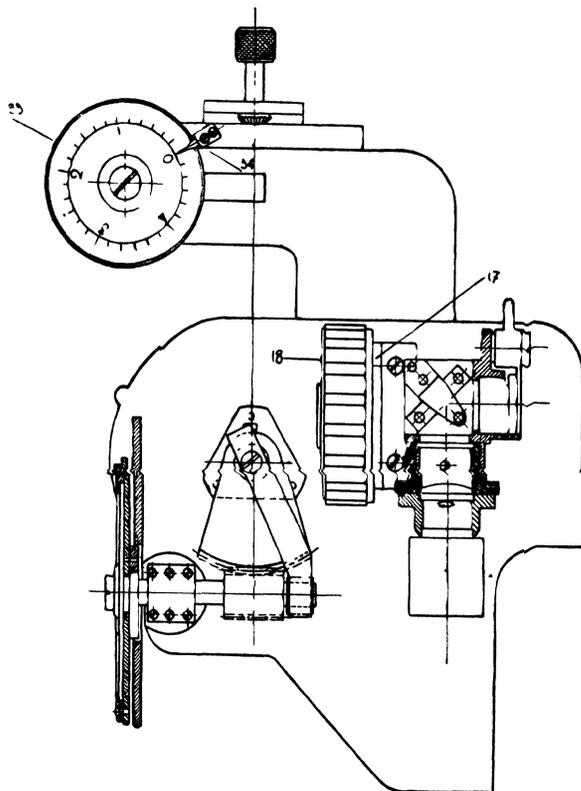


Fig. 37 bis. — Vue côté droit

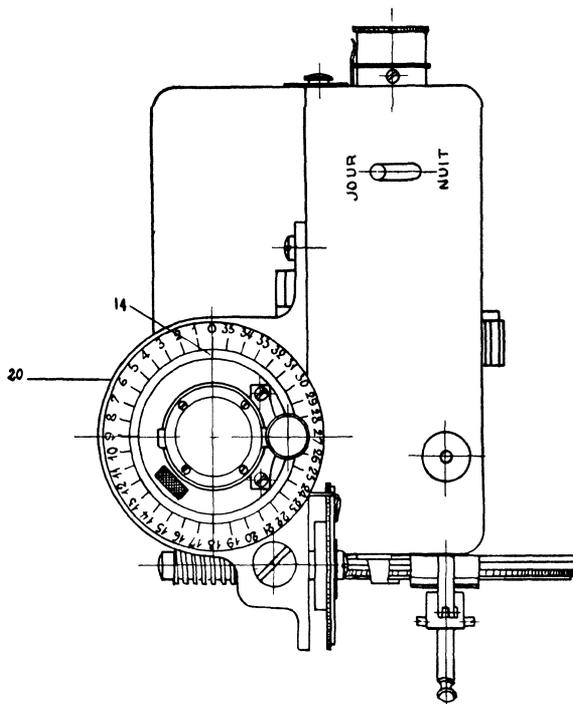


Fig. 38. - Vue en plan

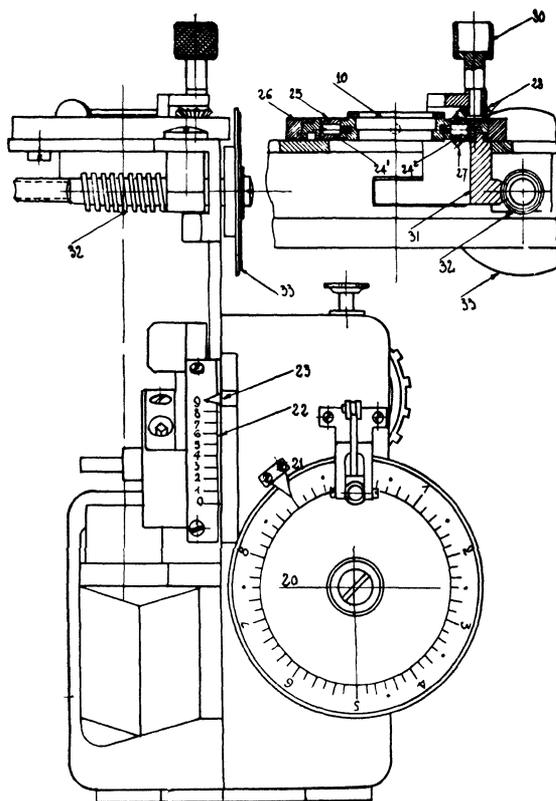


Fig. 39. - Vue de face

sextant (9) et le miroir (10) de l'astre de référence (Polaire), vers l'œil (11) de l'observateur.

Les organes optiques de l'astre observé se composent essentiellement du miroir du sextant (9) qui réfléchit vers l'œil (11) de l'observateur le rayon lumineux (12) provenant de l'astre observé. Ce miroir est semi-argenté pour laisser passer les rayons lumineux (7) provenant de la bulle (2). Il est mobile autour d'un axe horizontal, pour permettre de l'incliner de manière à superposer l'image réfléchie de l'astre à l'image de la bulle.

Les organes optiques de l'astre de référence comprennent le miroir (10), dit « miroir d'azimut » semi-argenté, pour laisser passer les rayons lumineux provenant de l'astre observé et ceux provenant du niveau à bulle. D'autre part, ce miroir d'azimut (10) réfléchit les rayons lumineux (13), provenant de l'astre de référence, vers l'œil (11) de l'observateur. Il est réglable dans l'espace de manière à permettre à l'observateur de superposer l'image de l'astre de référence aux images déjà superposées de l'astre observé et de la bulle (2). A cet effet, le miroir d'azimut (10) peut osciller autour d'un axe horizontal et tourner autour d'un axe vertical, pour amener l'axe horizontal dans un plan perpendiculaire au plan vertical passant par l'astre de référence et par le lieu de l'observation.

Ainsi les rayons confondus, issus du niveau, réfléchis venant de l'astre observé, et réfléchis venant de l'astre de référence, représentent la ligne d'intersection du plan vertical passant par l'astre de référence et du plan vertical passant par l'astre observé, tous deux passant par le lieu de l'observation. L'angle des deux plans donne l'azimut de l'astre.

L'inclinaison α , du miroir du sextant (9) sur l'horizontale, repère la hauteur de l'astre observé.

Ainsi ce sextant permet, par une seule visée, de déterminer directement l'azimut et la hauteur angulaire d'un astre et, par suite, d'effectuer rapidement le calcul du point sans perte de temps et avec le minimum de manœuvres.

Les différents appareils constituant le sextant sont montés dans un carter (15) (*fig.* 37, 38, 39, 40). Ce carter comporte à sa partie inférieure la pile (16) d'alimentation de la source lumineuse pour l'éclairage de la bulle (2). Un rhéostat (17) permet de régler l'éclairage. Ce rhéostat est actionné par une roue à créneaux (18). Un opercule (19), percé de deux trous, permet le centrage de la bulle (2). Le disque (20) de réglage du miroir du sextant (9) est placé sur le côté du carter (15). Il est gradué et se déplace devant un index (21) qui permet de repérer les dizaines de minutes. Le miroir du sextant (9) est solidaire d'un secteur gradué (22) se déplaçant devant une aiguille (23) pour indiquer ses variations angulaires et repérer les dizaines de degrés. Le miroir d'azimut (10) est monté à la partie supérieure du carter (15). Il comporte deux pivots (24^1 et 24^2) montés dans les paliers (25) d'un disque support (26). Un des pivots (24^2) est solidaire d'un pignon (27) engrenant avec un deuxième pignon (28), lui-même solidaire d'un bouton de manœuvre (30). La rotation de ce bouton de manœuvre (30) commande la rotation du pivot (24^2) et, par suite, l'inclinaison du miroir polaire (10).

D'autre part, le disque support (26) comporte une couronne dentée (31), engrenant avec une vis sans fin (32), commandée par le disque de réglage (33). La rotation de ce disque (33) provoque la rotation de la couronne dentée (31) et, par suite, du miroir polaire (10) autour de la droite passant par son centre, celui du miroir (9) et celui de la lentille (8).

Le disque de réglage (33) est gradué. Il se déplace devant un index (34) qui permet de repérer les dizaines de minutes. La partie fixe (20) du support du miroir (10) est graduée. Un index (14) lié au disque support (26), entraîné par la couronne dentée (31), permet de repérer les graduations de la partie fixe (20) du support du miroir (10), les variations angulaires de la position du miroir (10) en azimut, de 5 en 5 degrés.

Le sextant comporte d'autres organes tels que mouvement d'horlogerie avec tous ses éléments de manœuvre et de commande.

Le prisme (4) à double réflexion et le prisme (5) à triple réflexion sont placés vers le bas du carter et tenus par des équerres (36 et 37). On réalise ainsi un sextant de dimensions réduites dont tous les organes de manœuvres sont facilement accessibles. En particulier, les cadrans de lecture des positions des miroirs sont de grandes dimensions, ce qui permet de faire des lectures plus précises.

IV. — Méthode d'observation.

La bulle étant éclairée par le dispositif lumineux du sextant Lepetit, qu'on a légèrement modifié en rendant le rhéostat interrupteur fond de course, elle apparaît à travers le miroir semi-argenté de hauteur et le miroir semi-argenté d'azimut, soit comme un cercle noir sur fond rouge ou vert, suivant le verre de couleur interposé entre la source et la bulle, soit sous la forme de trois points lumineux sur un même fond rouge ou vert, si l'on a disposé, en outre, entre la source et la bulle, un petit écran percé de trois trous destinés à laisser passer trois pinceaux lumineux très étroits qui, venant tomber sur la bulle, donnent, en se réfléchissant sur celle-ci et pour l'œil de l'observateur, trois images virtuelles des trois trous éclairés de l'écran.

On nivelle donc l'appareil en maintenant la bulle au centre de son logement.

Le sextant ci-dessus décrit, fonctionne de la manière suivante (*fig. 1*) :

L'observateur observe d'abord l'image de cette bulle (2) qu'il place donc entre ses repères pour le nivellement de l'instrument, cette image étant formée par le rayon lumineux (7) après la traversée successive du prisme (4) et de l'ensemble de prismes (5) à multiples réflexions, de l'objectif (8) du miroir du sextant (9) et du miroir polaire (10).

L'observateur observe ensuite l'image de l'astre choisi. Cette image est formée par le rayon lumineux (12) de l'astre observé, rayon qui est réfléchi par le miroir du sextant (9) et qui traverse ensuite le miroir polaire (10).

Pour amener la coïncidence des deux images, l'observateur doit placer le sextant de façon que le rayon lumineux (12), provenant de l'astre observé, soit dans un plan vertical perpendiculaire au miroir du sextant (9). Il doit, de plus, amener le miroir du sextant (9) dans une position de réglage déterminée par l'angle a qu'il fait avec le plan horizontal (*fig. 1*). Cette superposition étant ainsi réalisée, l'observateur amène l'image de l'astre de référence en coïncidence avec les images superposées de la bulle (2) et de l'astre observé. Pour ce faire, il incline le miroir polaire (10) d'un angle b , après avoir amené l'axe horizontal du miroir polaire (10) dans un plan perpendiculaire au plan vertical passant par l'astre de référence et le lieu de l'observation, de manière que le rayon lumineux (13) provenant de l'astre de référence se confonde, après réflexion sur le miroir d'azimut (10), avec les rayons lumineux venant de la bulle (2) et de l'astre observé. En réalité, on ne cherche pas à obtenir la coïncidence ponctuelle, mais plutôt le passage de la droite constituée par la trace lumineuse de l'image de l'astre de référence obtenue en faisant osciller rapidement le miroir (10) autour de son axe horizontal par l'image de l'astre observé.

L'opération extrêmement facile, lorsque l'appareil est supporté par un pied, est un peu plus délicate lorsqu'on le tient à la main. Cependant, le tour de main nécessaire n'est pas plus difficile à acquérir pour la manipulation de ce sextant spécial que pour celle du sextant aviation ordinaire.

Les photographies que nous trouvons ci-dessus illustrent la description qu'on vient de faire et nous montrent le sextant, du côté où se tient l'optique, par sa face supérieure, de trois quarts arrière gauche et de trois quarts arrière droite.

V. — Critique de l'instrument.

1^o Dispositif optique.

a) L'interposition d'un prisme sur le circuit des rayons lumineux issus de la bulle entraîne un rapprochement r de l'image de celle-ci, pour l'observateur, donné par la formule (1) où e est égal à la longueur du trajet parcouru par le rayon lumineux à l'intérieur du prisme et n l'indice du verre du prisme :

$$(1) \quad r = e \left(1 - \frac{1}{n} \right).$$

Si l'on prend pour n la valeur $n = \frac{3}{2}$ communément admise pour le verre, on voit que r vaut alors sensiblement $\frac{e}{3}$ et dans le cas particulier ci-dessus où :

$$e = 70 \text{ mm} \quad r = 23 \text{ mm.}$$

Nous avons donc été conduits à éloigner linéairement de la bulle, de cette quantité $r = 23$ mm, la lentille servant de loupe qui permet de rejeter, à l'infini, pour l'observateur, l'image de la bulle.

b) Nous avons fait réaliser des miroirs semi-argentés, rectangulaires pour la mesure des hauteurs, circulaires pour la mesure des azimuts, chaque paire de miroirs étant semi-argentés à 50, 75 et 80 % tout d'abord. Nous avons essayé plusieurs combinaisons de ces semi-argentures, en permutant successivement les miroirs rectangulaires entre eux et les miroirs circulaires entre eux. La pratique nous a conduits à adopter un miroir très fortement argenté pour les mesures de hauteur et un miroir assez fortement argenté pour les mesures des azimuts. Le raisonnement explique d'ailleurs très logiquement ces résultats. En effet, le rhéostat de chauffage de la lampe d'éclairage de la bulle permet de faire varier l'intensité de l'éclairage de celle-ci à la demande. Nous sommes donc maître de cet éclairage, dans les limites où peut varier la puissance de la lampe commandée par le rhéostat. Le miroir de hauteur doit laisser passer l'image de la bulle. Comme celle-ci peut être aussi brillante qu'on le désire, ce miroir peut être argenté quasi-totalement. On a donc choisi une argenteure à 90 %, pour ces miroirs rectangulaires. Au contraire, le miroir d'azimut doit laisser passer à la fois l'image de la bulle et celle de l'astre sur lequel s'effectuent les mesures. L'expérience a montré qu'il était nécessaire d'avoir recours à des astres de première grandeur ou mieux à des planètes, pour rendre les mesures plus faciles. Ceci ne limite, en réalité, pas beaucoup les possibilités de la méthode, étant donné que nous avons toujours à notre disposition quelque 23 étoiles de magnitudes satisfaisantes, préconisées par les éphémérides aéronautiques et les planètes visibles au lieu et moment de l'observation.

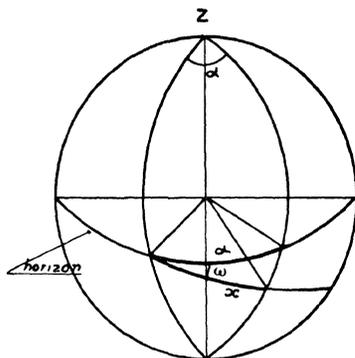


Fig. 40

Par contre, il est nécessaire que ce miroir circulaire donne une image encore observable de l'étoile Polaire qui n'est qu'un astre de deuxième grandeur. Ceci limite la transparence qu'on serait amené à donner à ce miroir, pour satisfaire aux deux conditions ci-dessus : passage de l'image de la bulle, passage de l'image de l'astre. L'expérience nous a montré qu'une argenteure à 70 % pouvait convenir pour ces miroirs circulaires.

2° Dispositif mécanique d'azimut (fig. 40).

La malformation la plus à redouter, dans ce dispositif d'azimut, est la non-horizontalité du plan de la graduation quand l'appareil est nivelé. Ce défaut peut se caractériser par l'angle ω que fait alors ce plan avec l'horizon.

Si j'appelle α l'azimut exact de l'astre considéré, et si j'appelle x l'azimut mesuré sur la graduation ainsi erronée, la géométrie sphérique nous donne la figure 40. Cette figure nous donne, en appliquant la formule des quatre éléments consécutifs :

$$\cotg x \sin 90^\circ - \cotg \alpha \sin (90^\circ + \omega) = \cos 90^\circ (\cos 90^\circ + \omega);$$

c'est-à-dire :

$$\cotg x = \cotg \alpha \cos \omega,$$

ou encore :

$$(2) \quad \operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \omega}.$$

Calculons $\operatorname{tg} (\alpha - x)$:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} (\alpha - x) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} x}, \\ \operatorname{tg} (\alpha - x) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \omega}}{1 + \operatorname{tg} \alpha \times \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \omega}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha \left(1 - \frac{1}{\cos \omega}\right)}{1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\cos \omega}}. \end{aligned}$$

En chassant le dénominateur, il vient :

$$\operatorname{tg} (\alpha - x) = \frac{\operatorname{tg} \alpha (\cos \omega - 1)}{\cos \omega + \operatorname{tg}^2 \alpha},$$

$\frac{\omega^2}{2}$ étant petit devant $\operatorname{tg}^2 \alpha$, on peut le négliger au dénominateur et la fraction devient :

$$\operatorname{tg} (\alpha - x) = -\frac{\omega^2}{2} \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{\omega^2}{4} \sin 2 \alpha.$$

On peut supposer, à juste titre, que $\alpha - x$ sera suffisamment faible, pour qu'on puisse assimiler la tangente de cette erreur à sa propre valeur exprimée en radians.

Cette erreur sera maximum pour $2 \alpha = 90^\circ$, c'est-à-dire $\alpha = 45^\circ$ et $2 \alpha = 270^\circ$, c'est-à-dire $\alpha = 135^\circ$.

Elle vaudra alors :

$$\alpha - x = \frac{\omega^2}{4}.$$

Prenons un exemple numérique. Faisons $\omega = 3^\circ$ ce qui est une limite supérieure de l'erreur correspondant à un défaut vérifiable à l'œil :

$$\alpha - x = \frac{0,0027}{4} \sin 2 \alpha \quad \text{soit} \quad \frac{7}{10.000} \sin 2 \alpha \quad \text{environ.}$$

Pour $\alpha = 45^\circ$ ou pour $\alpha = 135^\circ$, on aura :

$$\alpha - x = \frac{7}{10.000} \quad \text{en radians}$$

c'est-à-dire :

$$\alpha - x = \frac{7 \times 180 \times 60}{10.000 \times \pi} = 2',4$$

tout à fait négligeable, la précision de nos mesures n'excédant pas en tout 5', comme nous l'avons vu dans cette étude.

Comme nous le verrons plus loin, d'autres causes d'erreur sont venues se superposer à celle-ci, qui ont été beaucoup plus graves, bien qu'elles fussent beaucoup plus banales et plus grossières

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES

PREMIER TRAIN DE MESURES

La méthode étant établie, la critique ayant prouvé que son application était possible, le procédé de calcul rapide permettant la résolution facile de l'équation fondamentale de la méthode ayant été mis au point, enfin l'appareil lui-même, décrit dans les pages précédentes, ayant été réalisé, grâce à une subvention du *Centre national de la Recherche Scientifique*, le moment fut donc venu, dans l'été 1942, de commencer à observer avec cet appareil pour vérifier les conclusions de l'étude menée ci-dessus.

Après quelques mesures de pure expérimentation qui permirent de choisir rapidement une combinaison de miroirs et d'acquérir le tour de main, opérations qui donnèrent lieu tout de suite à des mesures effectives, la première ayant permis de trouver pour Arcturus un azimut instrumental (non corrigé de l'erreur instrumentale ni de l'azimut de la Polaire) de $261^{\circ}39'$ et une hauteur instrumentale (non corrigée de l'erreur instrumentale ni de la réfraction de $32^{\circ}11'$), toute une série de mesure a été effectuée qui a donné les résultats suivants :

Première série de mesures (6 août 1942).

Lieu de l'observation : $\varphi = 47^{\circ}31' \text{ N}$;

$G = 3^{\circ}09' \text{ W}$;

Astre observé : *Arcturus*

$D = + 19^{\circ}29'$;

$AV = 146^{\circ}44'$.

(On rappelle que $AV = 360^{\circ} - AR$).

Quatre mesures ont été effectuées sur cette étoile respectivement à :

11 h 29 mn 45 s

12 h 21 mn

12 h 36 mn

12 h 45 mn du chronomètre

Le retard de celui-ci étant, pour l'ensemble de ces mesures, de 7 mn 22 s et tenant compte d'autre part de l'heure d'été de l'Europe centrale, on en déduit les heures suivantes Greenwich des observations ci-dessus énoncées :

21 h 37 mn 07 s
 22 h 28 mn 22 s
 22 h 43 mn 22 s
 22 h 52 mn 22 s

Nous pouvons tout de suite définir quelles seront les corrections d'azimut à apporter aux mesures instrumentales (azimuts de la Polaire). Pour cela, on cherche dans les éphémérides aéronautiques le S_p correspondant à l'heure Greenwich de chacune des observations et on ajoute, à ce S_p , le AV de la Polaire qui reste pratiquement constant au cours des observations. On retranche algébriquement du résultat, la longitude. On en déduit donc ainsi le AH_g de la Polaire, pour chacune des mesures

Exemple. — Observation de 21 h 37 mn 07 s :

$$\begin{array}{r} S_p = 278^\circ 64' \\ AV = 333^\circ 44' \\ \hline AH_p = 611^\circ 108' \\ - G = \quad 3^\circ 09' \\ \hline AH_g = 608^\circ 99' \end{array}$$

c'est-à-dire $248^\circ 99'$ ou 16 h 38 mn 36 s.

En entrant dans la courbe de corrections de la Polaire pour la latitude de $47^\circ 30'$ et l'angle de :

$$16 \text{ h } 38 \text{ mn } 36 \text{ s} - 12 \text{ h} = 4 \text{ h } 38 \text{ mn } 36 \text{ s}$$

on trouve la correction d'azimut à apporter, c'est-à-dire $1^\circ 25'$.

L'angle horaire astronomique AH_g étant supérieur à 12 heures, l'astre est dans l'Est et cette correction est positive (démonstré plus haut).

Nous allons faire le calcul complet, pour la première de ces mesures :

$$Tm_p = 21 \text{ h } 37 \text{ mn } 07 \text{ s} \quad \text{comme nous l'avons vu :}$$

$$\begin{array}{r} S_p = 274^\circ 46' \\ \text{Correction} = \quad 4^\circ 18' \\ \hline 278^\circ 64' \end{array}$$

ou

$$\begin{aligned}
 & 279^{\circ} 04' \\
 AVa &= \underline{146^{\circ} 44'} \\
 & 425^{\circ} 48' \\
 & - 360^{\circ} \\
 & \underline{\hspace{1.5cm}} \\
 AHa_p &= 065^{\circ} 48' \\
 - G &= \underline{3^{\circ} 09'} \\
 P &= 62^{\circ} 39' \text{ Est} \\
 D &= 19^{\circ} 29' \text{ N} \\
 \varphi &= 47^{\circ} 31' \text{ N}
 \end{aligned}$$

Nous allons vérifier la valeur de h et celle de Z , mesurées avec le sextant combiné, par les résultats du calcul suivant :

NOTA. — Dans toute la suite du calcul, nous omettrons systématiquement d'écrire le mot « log », devant les symboles des lignes trigonométriques, étant bien entendu que les nombres inscrits à côté de ces symboles sont précisément ces logarithmes.

On applique :

$$(3) \quad \sin h_c = \sin \varphi \sin D + \cos \varphi \cos D \cos P \quad (h_c = h \text{ calculé}).$$

$$\begin{array}{ll}
 \sin \varphi = \bar{1},86775 & \cos \varphi = \bar{1},82955 \\
 \sin D = \bar{1},52314 & \cos D = \bar{1},97439 \\
 \underline{\bar{1},39089} & \cos P = \underline{\bar{1},66221} \\
 & \bar{1},46615
 \end{array}$$

Les deux termes de l'addition (3) sont positifs, les deux logarithmes précédents donnent respectivement pour nombres :

$$\begin{array}{l}
 0,24597 \\
 \text{et} \quad \underline{0,29251} \\
 \text{ce qui donne :} \quad 0,53848
 \end{array}$$

dont le logarithme est :

$$\sin h_c = \bar{1},73117$$

c'est-à-dire :

$$h_c = 32^{\circ} 34'.$$

Pour calculer l'azimut on applique :

$$\sin Z_c = \sin P \times \frac{\cos D}{\cos h} \quad (Z_c = Z \text{ calculé}),$$

$$\sin P = \bar{1},94852$$

$$\cos D = \bar{1},97439$$

$$\bar{1},92291$$

$$\cos h = \bar{1},92565$$

$$\sin Z = \bar{1},99726$$

ou

$$Z = 83^\circ 34' + 180^\circ = 263^\circ 43'.$$

Or, la hauteur mesurée a été de $32^\circ 11'$. En supposant l'erreur instrumentale nulle (hypothèse indispensable dans ce cas, cette erreur n'étant pas connue), la hauteur vraie était de :

$$h_i = 32^\circ 11'$$

$$- R = \quad \underline{2'}$$

$$h_0 = 32^\circ 09' \quad (h_0 = h \text{ observée}).$$

L'azimut mesuré étant $261^\circ 39'$, et en supposant ici aussi l'erreur instrumentale nulle pour la même raison que ci-dessus, l'azimut vrai sera :

$$Z_i = 261^\circ 39'$$

$$\text{corr. pol.} = \quad \underline{1^\circ 25'}$$

$$Z_0 = 262^\circ 64' \quad (Z_0 = Z \text{ observé}).$$

Si j'appelle ϵ_h l'erreur sur h et ϵ_z l'erreur sur Z :

$$h_c - h_0 = \epsilon_h = + 25'$$

et

$$Z_c - Z_0 = \epsilon_z = + 30'$$

valeurs relativement élevées, mais qui semblaient cependant très encourageantes pour la suite des opérations.

Nous donnerons simplement les résultats des trois autres mesures.

DEUXIÈME MESURE :

$$Tm_p = 22 \text{ h } 28 \text{ mn } 22 \text{ s}$$

$$\text{Corr. } Z = + 1^\circ 29'$$

$$h_c = 23^\circ 55'$$

$$Z_c = 266^\circ 49'$$

$$h_0 = \underline{20^\circ 37'}$$

$$Z_0 = \underline{265^\circ 26'}$$

$$\epsilon_h = + 1^\circ 23'$$

$$\epsilon_z = + 1^\circ 23'$$

TROISIÈME MESURE :

$$Tm_p = 22 \text{ h } 43 \text{ mn } 22 \text{ s}$$

$$\text{Corr. } Z = + 1^\circ 30'$$

$h_c = 21^\circ 16'$	$Z_c = 264^\circ$
$h_0 = \underline{19^\circ 59'}$	$Z_0 = \underline{270^\circ 10'}$
$\epsilon_h = + 1^\circ 17'$	$\epsilon_z = - 6^\circ 10'$

QUATRIÈME MESURE :

$$Tm_p = 22 \text{ h } 52 \text{ mn } 22 \text{ s}$$

$$\text{Corr. } Z = + 1^\circ 30'$$

$h_c = 19^\circ 53'$	$Z_c = 277^\circ 10'$
$h_0 = \underline{19^\circ 08'}$	$Z_0 = \underline{274^\circ 59'}$
$\epsilon_h = + 0^\circ 45'$	$\epsilon_z = + 2^\circ 31'$

Deuxième série de mesure (10 août 1942).

Lieu de l'observation · $\varphi = 47^\circ 35' \text{ N}$

$G = 2^\circ 54' \text{ W}$

Astre observé : *Arcturus*

PREMIÈRE MESURE :

Heure du chronomètre = 23 h 28 mn 45 s

Heure solaire moyenne = 21 h 28 mn 45 s

Etat du chronomètre = + 7 mn

$$Tm_p = 21 \text{ h } 35 \text{ mn } 45 \text{ s}$$

$$\text{Corr. } Z = + 1^\circ 26'$$

$h_c = 29^\circ 59'$	$Z_c = 266^\circ 06'$
$h_0 = \underline{29^\circ 18'}$	$Z_0 = \underline{266^\circ 31'}$
$\epsilon_h = + 0^\circ 41'$	$\epsilon_z = + 0^\circ 25'$

DEUXIÈME MESURE :

$$Tm_p = 21 \text{ h } 47 \text{ mn}$$

$$\text{Corr. } Z = + 1^\circ 26'$$

$h_c = 28^\circ 05'$	$Z_c = 268^\circ 38'$
$h_0 = \underline{27^\circ 08'}$	$Z_0 = \underline{266^\circ 45'}$
$\epsilon_h = + 0^\circ 57'$	$\epsilon_z = + 1^\circ 53'$

Les erreurs ε constatées sont très dispersées. Il n'est pas possible de tirer une conclusion intéressante de ces observations. Cependant, elles ont pu mettre en évidence le fait que l'observation est possible à terre, l'appareil étant tenu à la main. Les trois images, en effet (bulle, astre et Polaire) se superposent assez facilement. Ce point est d'ailleurs primordial, puisqu'il consacre le principe de l'optique de l'instrument et autorise des essais systématiques sur les résultats des mesures de celui-ci qui conduiront à mettre en évidence la précision qu'on peut en attendre dans la résolution du problème proposé. J'ai donc effectué plusieurs autres séries de mesures à l'Observatoire de Paris, sous la direction de M. TREMBLOT, qui a bien voulu me prêter le pied de l'astrolabe à prisme de l'Observatoire, sur lequel j'ai fixé mon sextant, par l'intermédiaire d'une pièce mobile en bois que l'on pouvait assurer sur ce pied et dans laquelle on pouvait fixer le sextant lui-même, l'opération de nivellement s'effectuant alors grâce aux trois vis calantes du pied, et les opérations de visées s'en trouvèrent considérablement simplifiées du fait que le nivellement était acquis, une fois pour toutes, et qu'il ne restait donc plus qu'à viser l'astre d'une part et la Polaire d'autre part. Ces précautions, qui avaient pour but de soustraire les résultats des mesures aux effets du coefficient personnel de l'observateur, ont permis d'effectuer les mesures dont les résultats sont donnés ci-après et de mettre, par conséquent, en évidence les défauts propres de l'instrument.

Troisième série de mesures (11 septembre 1942).

Lieu de l'observation : $\varphi = 48^{\circ} 50' 11''$ N
 $G = 2^{\circ} 20' 15''$ E

Astres observés : *Arcturus, Altaïr, Vega, Capella*

L'erreur instrumentale est toujours considérée comme nulle, puisqu'on n'a pas pu la déterminer.

PREMIÈRE MESURE :

Arcturus

$$D = + 19^{\circ} 29'$$

$$\text{Heure du chronomètre} = 22 \text{ h } 47 \text{ mn } 40 \text{ s}$$

$$\text{Heure solaire moyenne} = 22 \text{ h } 47 \text{ mn } 40 \text{ s}$$

$$\text{Etat du chronomètre} = \underline{\underline{- 1 \text{ mn } 55 \text{ s}}}$$

$$\text{Tmp} = 20 \text{ h } 45 \text{ mn } 45 \text{ s}$$

$$\text{Corr. Z} = - 1^{\circ} 33'$$

$$h_c = 13^{\circ} 44'$$

$$Z_c = 284^{\circ}$$

$$h_0 = \underline{\underline{13^{\circ} 36'}}$$

$$Z_0 = \underline{\underline{277^{\circ} 43'}}$$

$$\varepsilon_h = + 0^{\circ} 08'$$

$$\varepsilon_z = + 6^{\circ} 17'$$

Ces deux erreurs prouvent encore de graves défauts de l'instrument, puisque l'azimut n'est pas connu qu'à six degrés près, ce qui est tout à fait inadmissible. La lecture s'effectue pourtant très normalement. C'est ainsi que nous avons trouvé :

DEUXIÈME MESURE :

Altair

$$Tm_p = 21 \text{ h } 02 \text{ mn } 35 \text{ s} \quad h_i = 51^\circ 11' \quad Z_i = 196^\circ 18'$$

TROISIÈME MESURE :

Vega

$$Tm_p = 21 \text{ h } 25 \text{ mn } 05 \text{ s} \quad h_i = 64^\circ 20' \quad Z_i = 286^\circ 24'$$

QUATRIÈME MESURE :

Vega

$$Tm_p = 22 \text{ h } 20 \text{ mn } 55 \text{ s} \quad h_i = 58^\circ 08' \quad Z_i = 266^\circ 02'$$

CINQUIÈME MESURE :

Capella

$$Tm_p = 22 \text{ h } 38 \text{ mn } 35 \text{ s} \quad h_i = 31' 11'' \quad Z_i = 51^\circ 12'$$

h_i et Z_i désignant les grandeurs instrumentales.

Quatrième série de mesures (16 septembre 1942).

La troisième série ayant conduit à un résultat inadmissible en azimut, la quatrième série a été effectuée en prenant un maximum de précautions et à deux observateurs, M. TREMBLOT et moi-même, de façon que les heures soient notées exactement au moment des coïncidences.

L'état du chronomètre mesuré, quelques instants avant les observations, a été trouvé de + 16 sec.

Astres observés : *Lune*, *Arcturus*, *Altair*, *Vega*, *Capella*

On a fait cinq mesures par astre.

1° *Lune*

Graphique I (*fig.* 41)

Heure du chronomètre	h_i	Z_i
21 h 46 mn 32 s	12° 57'	220° 43'
21 h 50 mn 52 s	12° 27'	221° 58'
22 h 03 mn 57 s	10° 53'	224° 01'
22 h 10 mn 06 s	10° 07'	225° 21'
<u>22 h 12 mn 10 s</u>	<u>9° 58'</u>	<u>225° 05'</u>

2° *Arcturus*
Graphique II (*fig.* 42)

Heure du chronometre	h_i	z_i
22 h 17 mn 11 s	15° 49'	278° 12'
22 h 19 mn 13 s	15° 19'	278° 32'
22 h 21 mn 15 s	15° 01'	278° 39'
<u>22 h 22 mn 51 s</u>	<u>14° 41'</u>	<u>278° 56'</u>
22 h 24 mn 13 s	14° 24'	279° 11'

3° *Altair*
Graphique III (*fig.* 43)

Heure du chronomètre	h_i	z_i
22 h 40 mn 27 s	49° 03'	194° 02'
22 h 41 mn 55 s	48° 38'	196° 49'
<u>22 h 43 mn 52 s</u>	<u>48° 51'</u>	<u>197° 03'</u>
22 h 46 mn 51 s	48° 42'	197° 49'
22 h 54 mn 23 s	48° 07'	200° 33'

4° *Vega*
Graphique IV (*fig.* 44)

Heure du chronomètre	h_i	z_i
23 h 07 mn 22 s	63° 29'	258° 21'
23 h 12 mn 06 s	62° 12'	259° 21'
23 h 17 mn 28 s	61° 49'	260° 28'
<u>23 h 28 mn 08 s</u>	<u>60° 02'</u>	<u>262° 12'</u>
23 h 32 mn 47 s	59° 22'	263° 09'

5° *Capella*
Graphique V (*fig.* 45)

Heure du chronomètre	h_i	z_i
23 h 50 mn 38 s	21° 46'	42° 33'
23 h 58 mn 02 s	22° 02'	42° 56'
24 h 03 mn 49 s	23° 07'	44° 01'
<u>24 h 09 mn 49 s</u>	<u>23° 49'</u>	<u>45° 01'</u>
24 h 14 mn 28 s	24° 02'	45° 19'

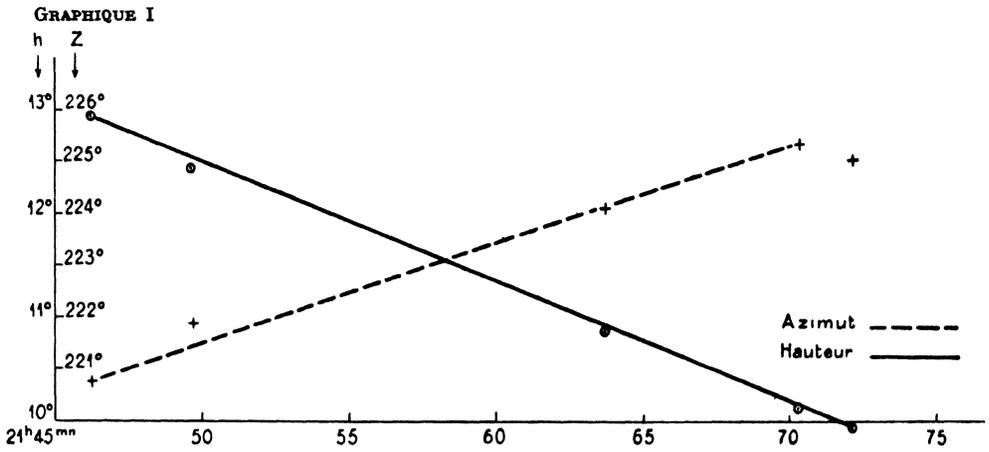


Fig. 41. — Lune, 16 septembre 1942

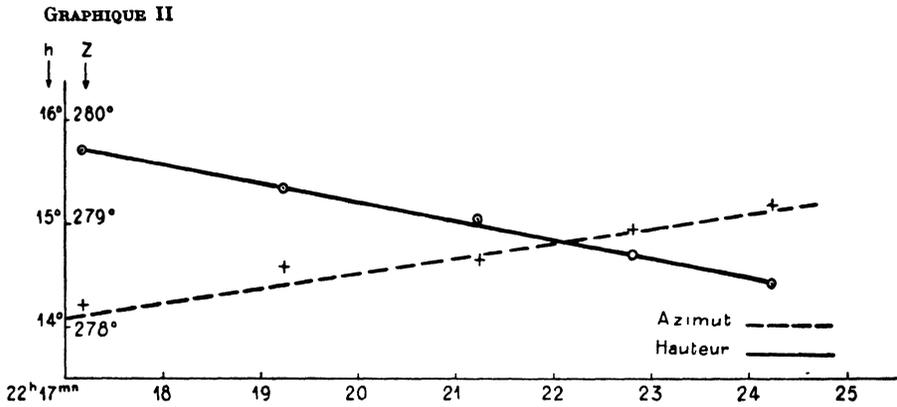


Fig. 42. — Arcturus, 16 septembre 1942

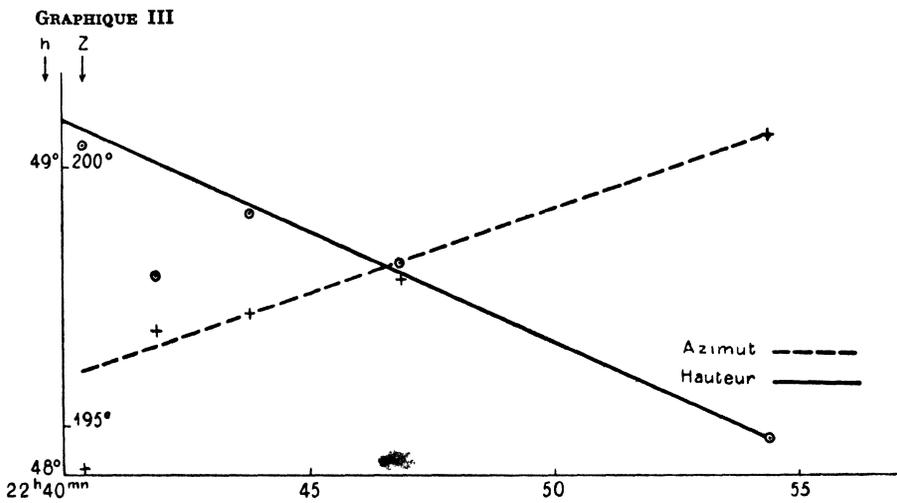


Fig. 43. — Altair, 16 septembre 1942

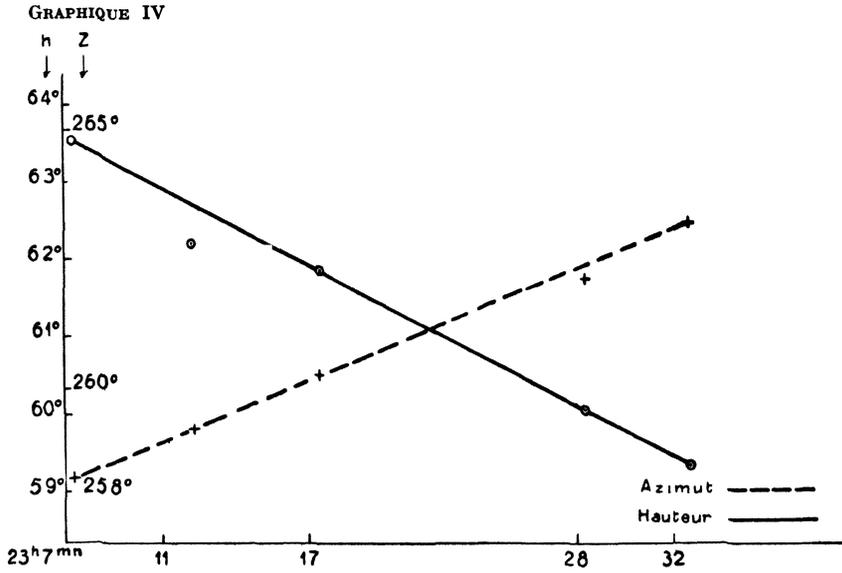


Fig. 44. — Vega, 16 septembre 1942

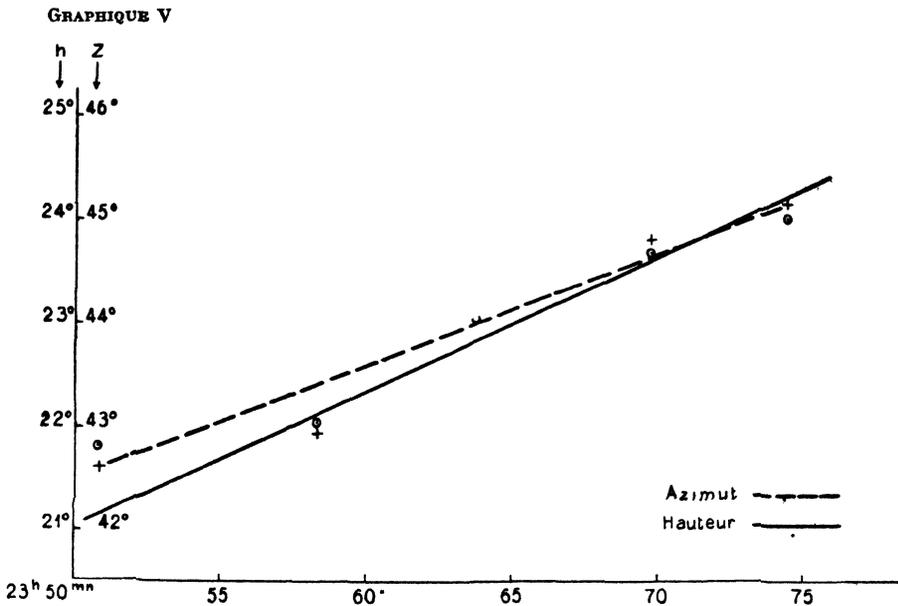


Fig. 45. — Capella, 16 septembre 1942

Les graphiques ci-dessus nous montrent la qualité des mesures. En particulier, les mesures de la Lune, d'Arcturus et de Capella sont remarquables. L'appareil donne donc des résultats extrêmement homogènes et continus. Pour exploiter ces mesures, on a choisi pour chaque astre l'observation même qui se rapproche le plus de la valeur moyenne (déterminée par la droite des hauteurs et la droite des azimuts). Cette observation est soulignée dans les cinq tableaux de valeurs ci-dessus.

RÉSULTATS :

Lune

$$\begin{aligned} Tm_p &= 20 \text{ h } 12 \text{ mn } 26 \text{ s} \\ D &= - 17^\circ 03' \\ AV &= 108^\circ 53' \\ \text{Corr. } Z &= + 1^\circ 34' \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} h_c = 10^\circ 52' & Z_c = 227^\circ 42' \\ h_0 = 10^\circ 51' & Z_0 = 226^\circ 38' \\ \hline \varepsilon_h = - 0^\circ 01' & \varepsilon_z = + 1^\circ 04' \end{array}$$

Arcturus

$$\begin{aligned} Tm_p &= 20 \text{ h } 23 \text{ mn } 07 \text{ s} \\ D &= + 19^\circ 29' \\ AV &= 146^\circ 44' \\ \text{Corr. } Z &= + 1^\circ 33' \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} h_c = 14^\circ 33' & Z_c = 283^\circ 06' \\ h_0 = 14^\circ 37' & Z_0 = 280^\circ 28' \\ \hline \varepsilon_h = - 0^\circ 04' & \varepsilon_z = + 2^\circ 38' \end{array}$$

Altair

$$\begin{aligned} Tm_p &= 20 \text{ h } 44 \text{ mn } 08 \text{ s} \\ D &= + 8^\circ 63' \\ AV &= 63^\circ \\ \text{Corr. } Z &= + 1^\circ 32' \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} h_c = 48^\circ 43' & Z_c = 197^\circ 26' \\ h_0 = 48^\circ 50' & Z_0 = 198^\circ 35' \\ \hline \varepsilon_h = - 0^\circ 07' & \varepsilon_z = - 1^\circ 09' \end{array}$$

Ce calcul a été vérifié au carnet Bertin qui donne :

$$h_c = 48^\circ 42' \quad \text{et} \quad Z_c = 197^\circ 06'$$

simple vérification qu'il n'y ait pas de grossière erreur.

Vega

$$Tm_p = 21 \text{ h } 28 \text{ mn } 24 \text{ s}$$

$$D = + 38^\circ 44'$$

$$AV = 81^\circ 15'$$

$$\text{Corr. Z} = + 1^\circ 27'$$

$$h_c = 59^\circ 14'$$

$$Z_c = 266^\circ 17'$$

$$h_0 = \underline{60^\circ 01'}$$

$$Z_0 = \underline{263^\circ 17'}$$

$$\varepsilon_h = - 0^\circ 47'$$

$$\varepsilon_z = + 2^\circ 38'$$

Le Bertin donne :

$$h_c = 59^\circ 12' \quad \text{et} \quad Z_c = 266^\circ 30'$$

Capella

$$Tm_p = 22 \text{ h } 10 \text{ mn } 05 \text{ s}$$

$$D = + 45^\circ 56'$$

$$AV = 281^\circ 54'$$

$$\text{Corr. Z} = + 1^\circ 18'$$

$$h_c = 23^\circ 31'$$

$$Z_c = 46^\circ 09'$$

$$h_0 = \underline{23^\circ 47'}$$

$$Z_0 = \underline{46^\circ 19'}$$

$$\varepsilon_h = - 0^\circ 16'$$

$$\varepsilon_z = - 0^\circ 10'$$

Le Bertin donne :

$$h_c = 23^\circ 30' \quad \text{et} \quad Z_c = 46^\circ 12'.$$

Cinquième série de mesures (18 septembre 1942), graphique VI (*fig. 46*).

J'ai observé la lune avec beaucoup de difficultés, à cause des nuages nombreux qui rendaient l'observation difficile. J'ai trouvé la série suivante :

(Etat du chronomètre — 1 seconde.)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_z</u>	<u>Z_z</u>
21 h 07 mn 19 s	15° 18'	211° 56'
21 h 15 mn 37 s	14° 23'	213° 46'
21 h 19 mn 40 s	14° 41'	213° 41'
21 h 24 mn 59 s	13° 32'	216° 11'
21 h 28 mn 30 s	13° 44'	216° 23'

Ces mesures, traduites dans le graphique ci-après, révèlent une certaine incohérence qui indique qu'il n'est pas expédient d'exploiter ces résultats certainement de beaucoup moins bons que ceux de la série précédente

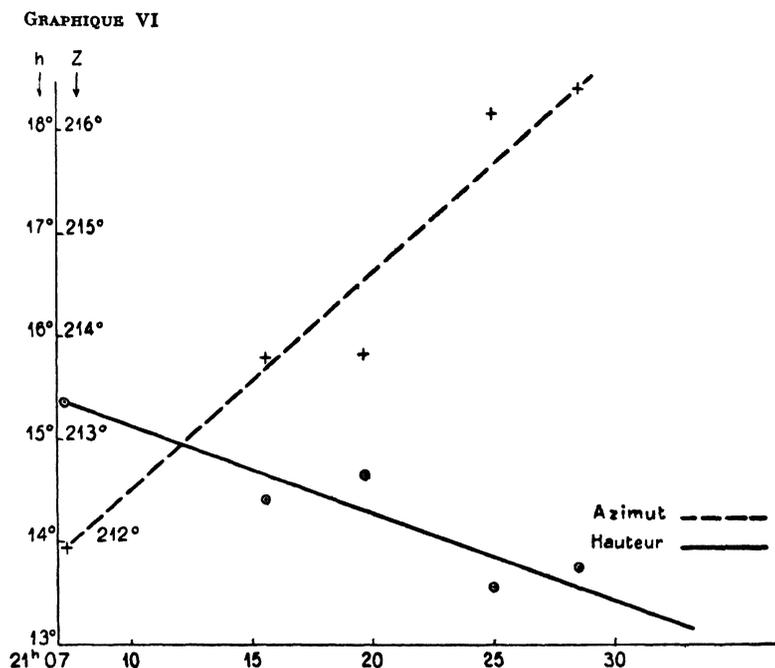


Fig. 46. — Lune, 18 septembre 1942

Conclusion.

Les résultats de l'avant-dernière série, dont les observations avaient été particulièrement soignées et particulièrement bonnes, permettent de conclure de la façon suivante :

MESURES DE HAUTEUR :

- $\varepsilon_h = + 0^{\circ} 01'$
- $\varepsilon_h = - 0^{\circ} 04'$
- $\varepsilon_h = + 0^{\circ} 07'$
- $\varepsilon_h = - 0^{\circ} 47'$
- $\varepsilon_h = - 0^{\circ} 16'$



Ce sont des résultats qui permettent de déclarer que les mesures de hauteur, un peu dispersées cependant, restent dans les limites possibles, tout au moins pour ce premier stade d'étude où l'appareil n'a même pas subi d'étalonnage ou même de vérifications quelconques.

MESURES D'AZIMUT, graphique VII (*fig. 47*) :

Au contraire, pour les azimuts on a :

$\epsilon_z = + 1^{\circ} 04'$	$Z_c = 227^{\circ} 42'$
$\epsilon_z = + 2^{\circ} 38'$	$Z_c = 283^{\circ} 06'$
$\epsilon_z = - 1^{\circ} 09'$	$Z_c = 197^{\circ} 26'$
$\epsilon_z = + 2^{\circ} 38'$	$Z_c = 266^{\circ} 17'$
$\epsilon_z = - 0^{\circ} 10'$	$Z_c = 46^{\circ} 09'$

les erreurs révèlent, non seulement une incohérence inadmissible, mais des valeurs absolues d'erreurs absolument inacceptables.

Le graphique de ces erreurs, fonction de l'azimut, est assez logique. Malgré tout, nous manquons de points dans les régions comprises entre $Z = 270^{\circ}$ et $Z = 360^{\circ}$ d'une part et, d'autre part, entre $Z = 90^{\circ}$ et $Z = 180^{\circ}$, ce qui laisse un certain doute sur la valeur de la courbe.

De toute façon, les valeurs absolues de ces erreurs sont inadmissibles.

VÉRIFICATION.

M. TREMBLOT m'a conseillé alors de procéder à une vérification systématique et très poussée des deux dispositifs de mesures de hauteurs et de mesures d'azimuts.

J'ai donc confié le dispositif de hauteurs aux Etablissements Lepetit, constructeurs du sextant de base, à partir duquel j'ai construit le mien, et le dispositif d'azimuts à l'Institut d'Optique.

DISPOSITIF DE HAUTEUR

Les Etablissements Lepetit ont procédé d'abord à un réglage de l'instrument et la vérification qu'ils en ont faite a conduit à l'établissement de la courbe suivante : graphique VIII (*fig. 48*).

Nous voyons, qu'en général, il s'agit là d'un décalage à peu près constant des valeurs mesurées dont il sera facile de tenir compte dans les observations à venir.

DISPOSITIF D'AZIMUT.

J'ai envoyé ce dispositif chez son constructeur. Celui-ci a constaté qu'il avait été faussé, probablement à la suite d'une chute ou d'un choc important. Il a donc procédé à sa remise en état.

J'ai ensuite envoyé l'appareil à l'Institut d'Optique qui a effectué sur lui les mesures d'erreurs traduites par les courbes suivantes :

1^o Erreurs de la vis tangente

Elles sont données par la courbe du graphique IX (*fig. 49*) qui révèle la qualité de cette pièce, puisque les erreurs dues à cet organe n'excèdent pas $\pm 1'$ en gros.

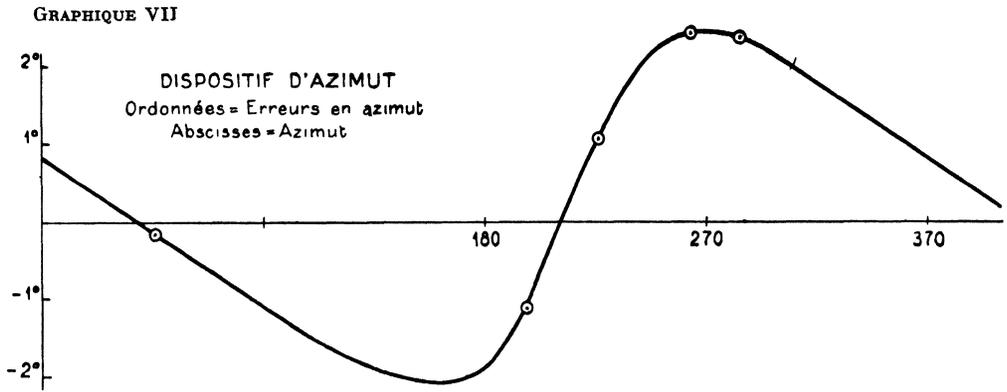


Fig. 47

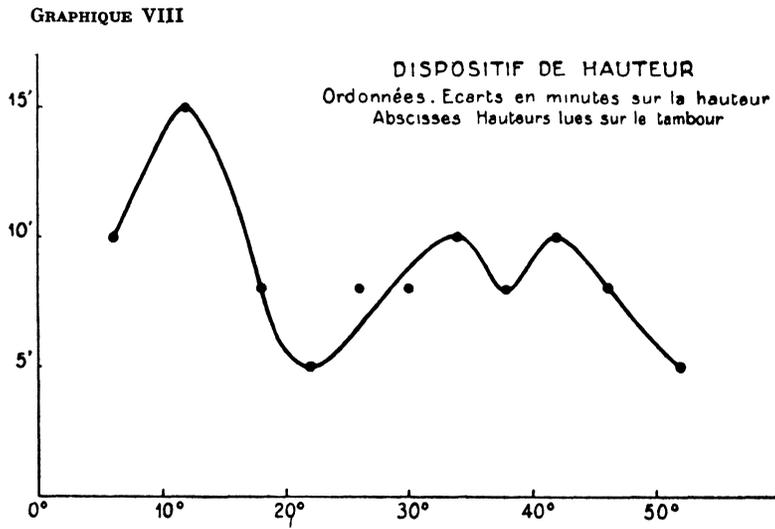


Fig. 48

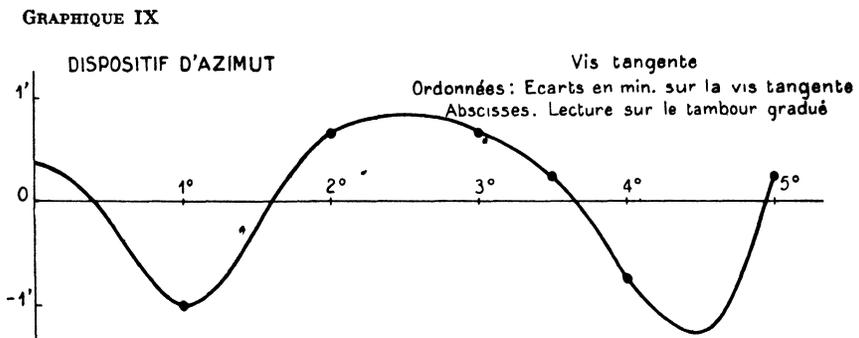


Fig. 49

2° Erreurs de la graduation.

Ces erreurs sont mesurées en repérant la position d'une image, grâce à la mesure faite sur la graduation et à la mesure faite à l'aide d'un goniomètre. La différence entre ces deux mesures donne l'erreur de la graduation

Le franchissement des butées entraîne systématiquement une erreur supplémentaire, assez mal déterminée d'ailleurs, de l'ordre de 20' qui est évidente sur la courbe ci-après Graphique X (fig 50)

Nous voyons qu'il est impossible de faire une lecture à mieux de 20' près, avec cette graduation.

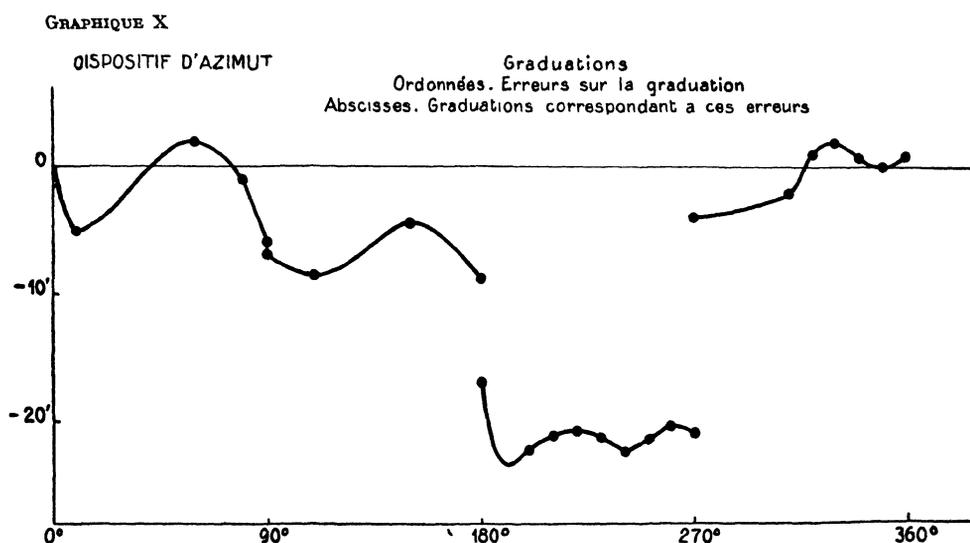


Fig. 50

D'une part, la division du cercle gradué est donc à incriminer en partie, puisque chacune des portions de courbes X met en évidence des erreurs possibles de 7' maximum et que, comme nous l'avons vu plus haut, la vis tangente ne fait intervenir que des erreurs totales de 2' au plus

D'autre part, les butées semblent la cause primordiale d'erreurs, puisqu'aussi bien elles introduisent, de façon systématique, des erreurs qui sont jusqu'à une vingtaine de minutes pour le passage de 270°

Enfin, il faut également penser que l'appareil n'a pas été étalonné sous sa forme complète, à savoir qu'on n'a pas pu procéder à des mesures de différences angulaires repérées grâce au cercle divisé et mesuré par l'intermédiaire de l'optique de ce dispositif, celui-ci étant monté sur le sextant. Toutes les erreurs dues aux défauts de l'ensemble optique : cercle gradué, sextant ont donc échappé; en particulier l'erreur à l'origine.

DEUXIÈME TRAIN DE MESURES

L'appareil ayant été remonté et vérifié partiellement comme il vient d'être indiqué, j'ai procédé à de nouvelles mesures en tenant compte cette fois des corrections données par les diverses courbes d'erreurs qu'on vient de voir.

Première série de mesures (26 février 1943).

Lieu de l'observation : $\varphi = 48^{\circ} 50' 11''$ N

G = $2^{\circ} 20' 15''$ E

L'avance du chronomètre est de 1 mn 11 s.

Ces mesures ont également été effectuées par deux personnes, l'une observant, l'autre notant les heures.

Astres observés : *Jupiter*, *Procyon*

Jupiter

Graphique XI (*fig.* 51)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
22 h 54 mn 17 s	59° 39'	221° 58'
<u>22 h 57 mn 16 s</u>	<u>59° 24'</u>	<u>222° 43'</u>
22 h 59 mn 10 s	59° 17'	223° 03'
25 h 00 mn 52 s	59° 08'	224° 17'
23 h 02 mn 55 s	58° 38'	225° 09'

Procyon

Graphique XII (*fig.* 52)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
23 h 20 mn 46 s	43° 30'	208° 51'
<u>23 h 22 mn 09 s</u>	<u>43° 20'</u>	<u>209° 29'</u>
23 h 24 mn 54 s	43° 11'	210° 17'
23 h 32 mn 40 s	42° 32'	212° 52'

En outre, j'ai voulu me rendre compte de l'erreur de zéro. J'ai visé une même étoile, à la fois dans le miroir de hauteur et dans le miroir d'azimut, en mettant ces deux images en coïncidence avec celle de la bulle. J'aurais dû trouver un azimut nul, or, j'ai trouvé $+ 3^{\circ} 52''$.

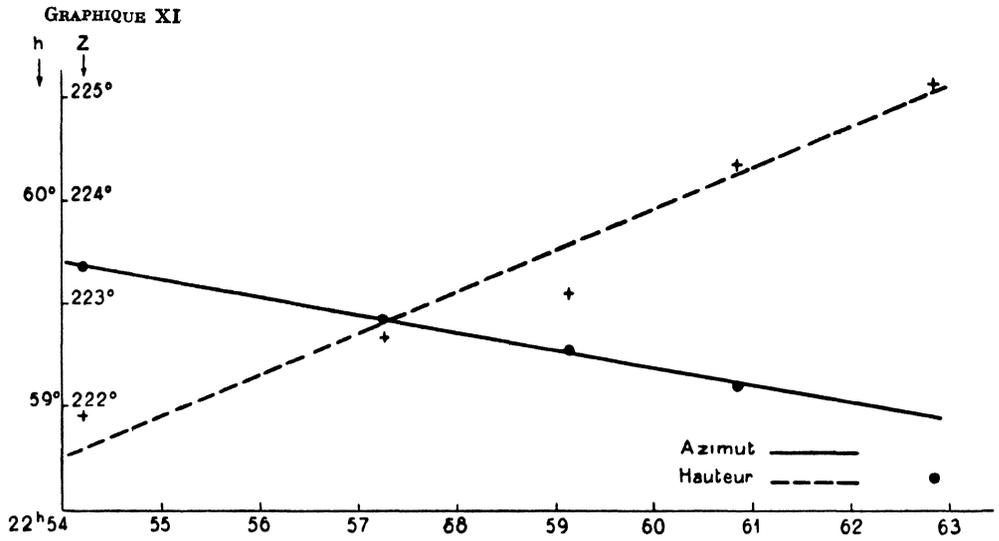


Fig. 51. — Jupiter, 26 février 1943

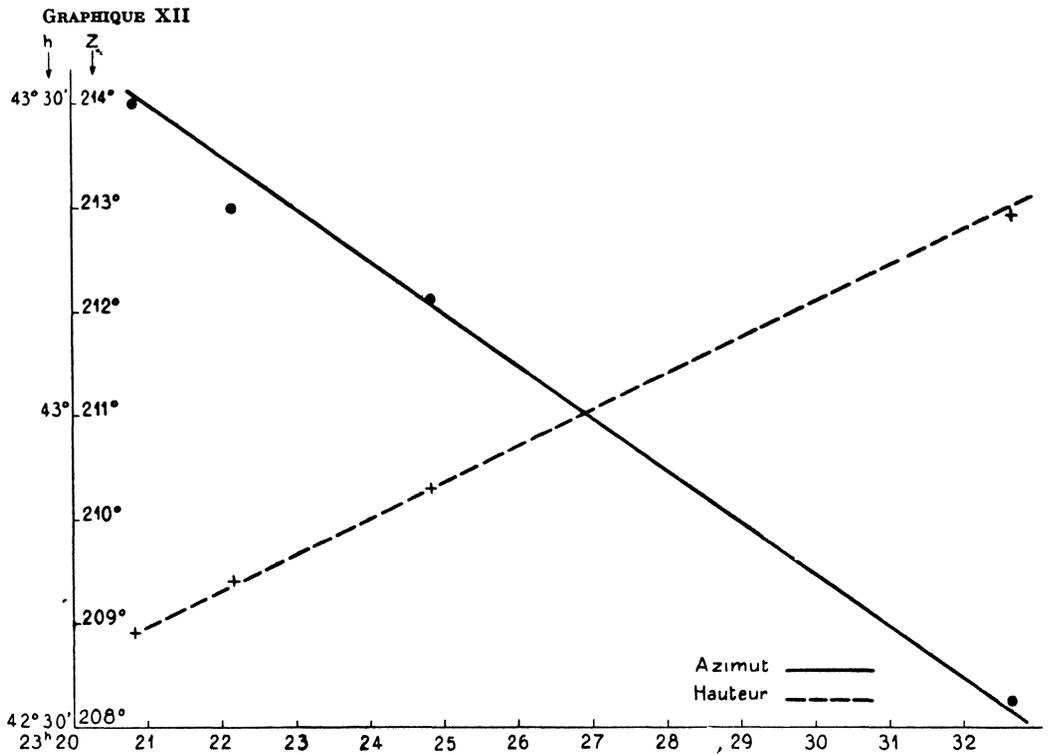


Fig. 52. — Procyon, 26 février 1943

Rien ne me permettant de déduire de là que j'avais affaire à une erreur constante de zéro, je n'en ai pas tenu compte dans mes calculs par la suite, puisqu'aussi bien aucun des azimuts mesurés n'était voisin de 0.

Même remarque, en ce qui concerne les graphiques, que pour la quatrième série du premier train de mesures. Les valeurs choisies pour l'exploitation du résultat répondent également aux mêmes conditions et sont soulignées dans les deux tableaux ci-dessus.

RÉSULTATS :

Jupiter

$$Tm_p = 21 \text{ h } 56 \text{ mn } 05 \text{ s}$$

$$D = + 22^\circ 55'$$

$$AV = 352^\circ 53'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 32'$$

$$h_c = 59^\circ 31'$$

$$Z_c = 218^\circ 56'$$

$$h_0 = 59^\circ 26'$$

$$Z_0 = 221^\circ 32'$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 05'$$

$$\varepsilon_z = - 2^\circ 36'$$

Procyon

$$Tm_p = 22 \text{ h } 20 \text{ mn } 58 \text{ s}$$

$$D = + 5^\circ 22'$$

$$AV = 352^\circ 24'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 29'$$

$$h_c = 43^\circ 32'$$

$$Z_c = 206^\circ 58'$$

$$h_0 = 43^\circ 28'$$

$$Z_0 = 208^\circ 22'$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 04'$$

$$\varepsilon_z = - 1^\circ 24'$$

Nous notons encore en azimut une dispersion et une valeur absolue très importante des erreurs. En hauteur, au contraire, l'erreur est raisonnable.

Deuxième série de mesures (9 mars 1943).

$$\text{Lieu de l'observation : } \varphi = 48^\circ 50' 11'' \text{ N}$$

$$G = 2^\circ 20' 15'' \text{ E}$$

L'avance du chronomètre est de : 22 s.

Ces mesures ont été, comme les précédentes, effectuées par deux personnes, l'une observant, l'autre notant les heures.

Astres observés . *Sirius, Jupiter, La Chèvre, Procyon*

1° *Sirius*

Graphique XIII (*fig. 53*)

<u>Heure du chronomètre .</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
22 h 01 mn 30 s	21° 12'	201° 46'
<u>22 h 03 mn 31 s</u>	<u>21° 10'</u>	<u>205° 58'</u>
22 h 04 mn 47 s	20° 59'	206° 16'
22 h 06 mn 25 s	20° 56'	206° 32'
22 h 08 mn 31 s	20° 31'	207° 17'
22 h 09 mn 47 s	20° 11'	207° 22'

2° *Jupiter*

Graphique XIV (*fig. 54*)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
22 h 13 mn 25 s	59° 08'	221° 54'
22 h 14 mn 17 s	59° 12'	222° 18'
<u>22 h 15 mn 10 s</u>	<u>59° 04'</u>	<u>222° 33'</u>
22 h 16 mn 14 s	58° 53'	223° 04'
22 h 17 mn 10 s	58° 56'	223° 32'
22 h 18 mn 21 s	58° 39'	223° 32'
22 h 19 mn 52 s	58° 42'	223° 49'

3° *La Chèvre*

Graphique XV (*fig. 55*)

<u>Heure du chronomètre,</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
22 h 22 mn 45 s	55° 22'	287° 31'
<u>22 h 24 mn 09 s</u>	<u>55° 21'</u>	<u>287° 33'</u>
22 h 25 mn 13 s	55° 09'	287° 09'
22 h 27 mn 17 s	55° 02'	287° 08'
22 h 29 mn 24 s	54° 36'	287° 59'
22 h 30 mn 22 s	54° 11'	287° 58'

Les troisième et quatrième mesures sont certainement fausses, puisqu'on sait que les azimuts vont toujours en croissant.

GRAPHIQUE XIII

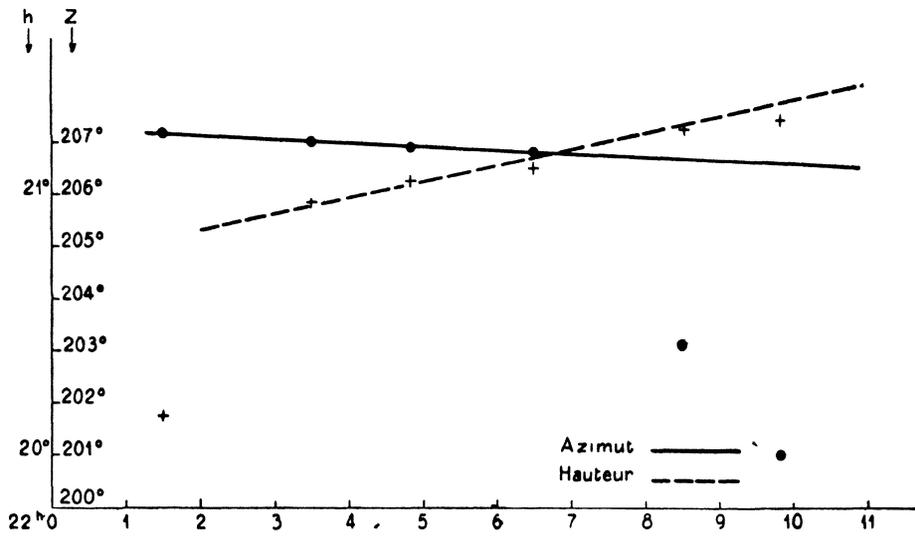


Fig. 53. — Sirius, 9 mars 1943

GRAPHIQUE XIV

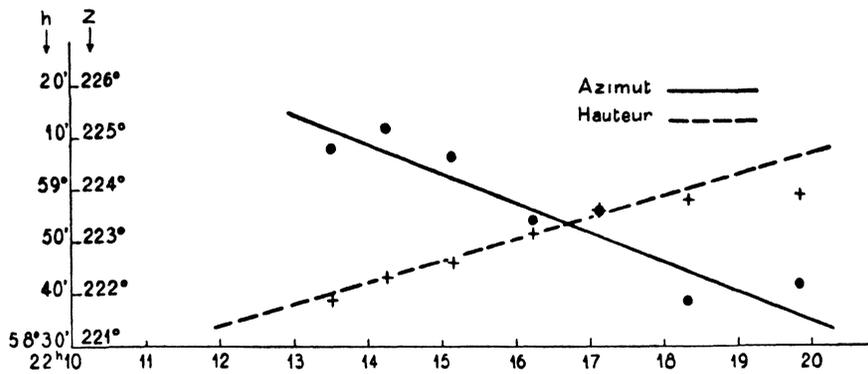


Fig. 54. — Jupiter, 9 mars 1943

GRAPHIQUE XV

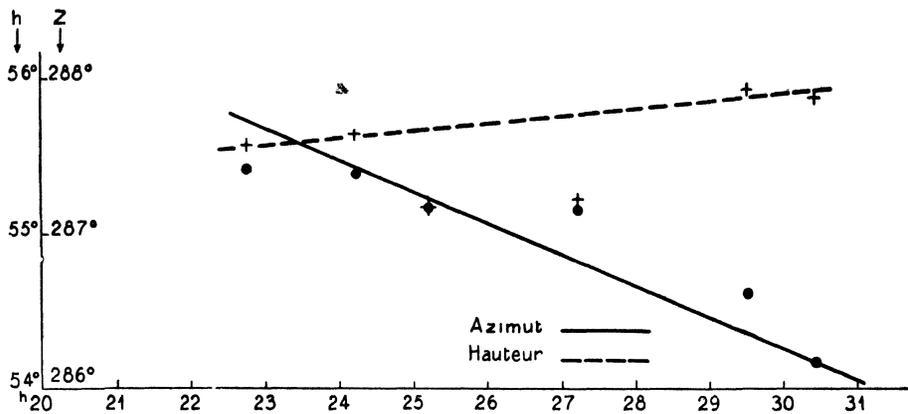


Fig. 55. — La Chèvre, 9 mars 1943

4° Procyon

Graphique XVI (fig. 56)

Heure du chronomètre	h_t	Z_t
23 h 08 mn 04 s	40° 08'	213° 42'
23 h 10 mn 22 s	40° 08'	216° 23'
23 h 11 mn 15 s	39° 42'	219° 23'
23 h 12 mn 09 s	39° 24'	220° 56'
23 h 13 mn 01 s	39° 23'	218° 52'
<u>23 h 14 mn 00 s</u>	<u>39° 11'</u>	<u>219° 32'</u>
23 h 15 mn 30 s	39° 21'	220° 02'

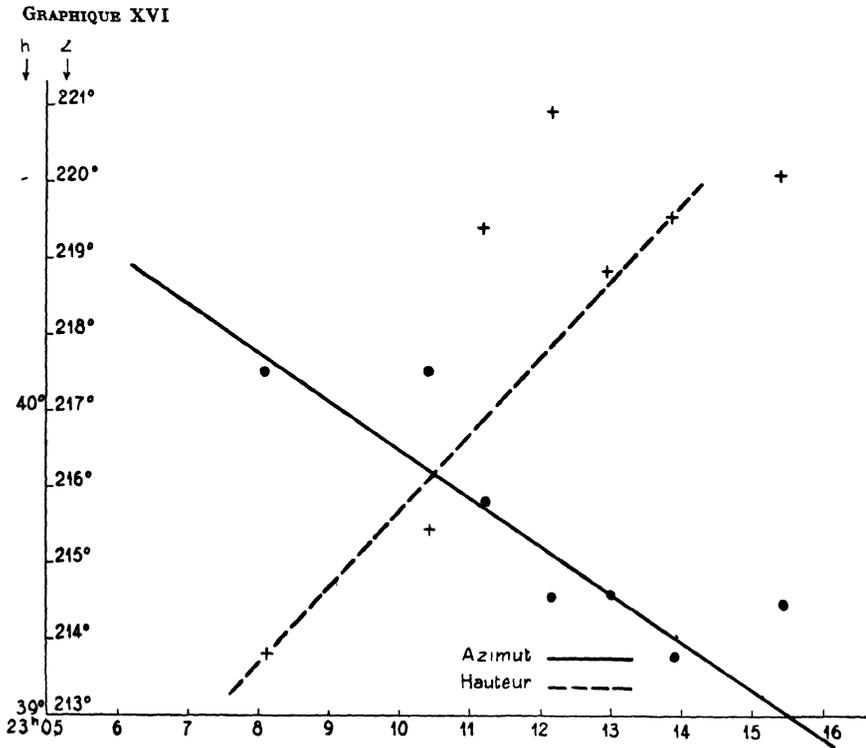


Fig. 56. — Procyon, 9 mars 1943

Les graphiques de Sirius et Jupiter sont très satisfaisants. Au contraire, ceux de la Chèvre et de Procyon sont beaucoup moins nets. J'ai été en effet très gêné, au cours de ces mesures, par l'alimentation électrique qui m'a laissé plusieurs fois sans lumière pour l'éclairage de la bulle.

Les valeurs choisies pour l'exploitation des résultats, sont les plus voisines de la droite moyennant les mesures. Elles sont soulignées dans les tableaux ci-dessus.

RÉSULTATS :

1° *Sirius*

$$Tm_p = 21 \text{ h } 03 \text{ mn } 09 \text{ s}$$

$$D = - 16^\circ 38'$$

$$AV = 259^\circ 20'$$

$$\text{Corr. Z} = - 1^\circ 32'$$

$$h_c = 21^\circ 06'$$

$$Z_c = 204^\circ 49'$$

$$h_0 = \underline{21^\circ 13'}$$

$$Z_0 = \underline{204^\circ 26'}$$

$$\varepsilon_h = - 0^\circ 07'$$

$$\varepsilon_z = + 0^\circ 23'$$

2° *Jupiter*

$$Tm_p = 21 \text{ h } 14 \text{ mn } 48 \text{ s}$$

$$D = + 22^\circ 57'$$

$$AV = 253^\circ 30'$$

$$\text{Corr. Z} = - 1^\circ 31'$$

$$h_c = 59^\circ 07'$$

$$Z_c = 220^\circ 28'$$

$$h_0 = \underline{59^\circ 08'}$$

$$Z_0 = \underline{221^\circ 02'}$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 01'$$

$$\varepsilon_z = - 0^\circ 34'$$

3° *La Chèvre*

$$Tm_p = 21 \text{ h } 23 \text{ mn } 47 \text{ s}$$

$$D = + 45^\circ 56'$$

$$AV = 281^\circ 54'$$

$$\text{Corr. Z} = - 1^\circ 30'$$

$$h_c = 55^\circ 26'$$

$$Z_c = 285^\circ 22'$$

$$h_0 = \underline{55^\circ 25'}$$

$$Z_0 = \underline{286^\circ 03'}$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 01'$$

$$\varepsilon_z = - 0^\circ 41'$$

4° *Procyon*

$$Tm_p = 22 \text{ h } 13 \text{ mn } 38 \text{ s}$$

$$D = + 5^\circ 22'$$

$$AV = 245^\circ 55'$$

$$\text{Corr. Z} = - 1^\circ 23'$$

$$h_c = 39^\circ 19'$$

$$Z_c = 217^\circ 43'$$

$$h_0 = \underline{39^\circ 19'}$$

$$Z_0 = \underline{218^\circ 09'}$$

$$\varepsilon_h = 0^\circ 00'$$

$$\varepsilon_z = - 0^\circ 26'$$

Conclusion.

Cette dernière série de mesures a donné des résultats nettement meilleurs que les précédentes; elle nous permet de conclure comme suit :

MESURES DE HAUTEUR :

$$\varepsilon_h = - 0^\circ 07'$$

$$\varepsilon_h = - 0^\circ 01'$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 01'$$

$$\varepsilon_h = 0^\circ 00'$$

Les mesures de hauteurs sont donc entachées d'erreurs extrêmement raisonnables; nous admettrons que l'appareil est bien réglé et donne satisfaction de ce point de vue.

MESURES D'AZIMUT, graphique XVII (*fig. 57*) :

$$\varepsilon_z = + 0^\circ 23'$$

$$Z_c = 204^\circ 49'$$

$$\varepsilon_z = - 0^\circ 34'$$

$$Z_c = 220^\circ 28'$$

$$\varepsilon_z = - 0^\circ 41'$$

$$Z_c = 285^\circ 22'$$

$$\varepsilon_z = - 0^\circ 26'$$

$$Z_c = 217^\circ 43'$$

Les erreurs en azimut sont encore importantes, bien qu'étant notablement moins fortes que précédemment. Nous pouvons donc conclure que le

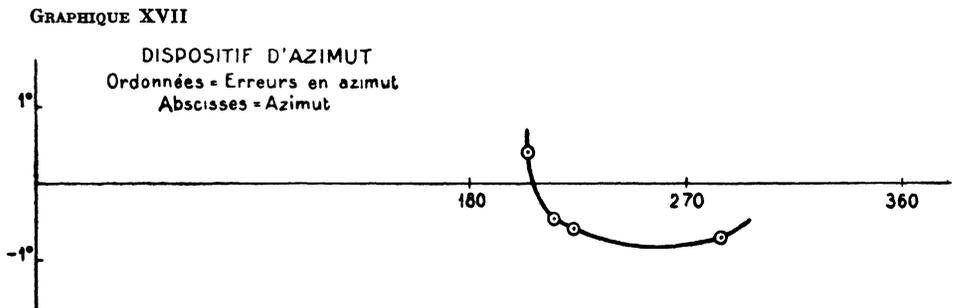


Fig. 57

réglage de l'instrument et l'établissement des courbes d'erreurs instrumentales, par la maison Lepetit, d'une part pour les hauteurs, et l'Institut d'Optique, d'autre part pour les azimuts, ont permis d'améliorer sensiblement les résultats.

Traduites en graphiques, ces erreurs font ressortir une anomalie aux environs du point $Z = 220^\circ$. Cette anomalie apparaît précisément, parce que les valeurs absolues des erreurs sont devenues moins grandes. Notons également que nous manquons de points dans la région comprise entre $Z = 90^\circ$

et $Z = 180^\circ$, ainsi que dans celle qui avoisine le 0. Or, nous savons que l'erreur en ce point vaut $+ 3^\circ 40'$ sensiblement :

Première mesure, le 26 février 1943 :

$$\varepsilon_{z_0} = + 3^\circ 52'$$

Deuxième mesure, le 9 mars 1943 :

$$\varepsilon_{z_0} = + 3^\circ 32'$$

La présence de ce point singulier justifierait, à elle seule, une nouvelle vérification de l'instrument et cette fois sous sa forme complète, pour que tous les facteurs possibles puissent entrer en ligne de compte dans l'établissement de cette courbe d'erreur. Mais, le montage optique nécessité par ces mesures, étant très compliqué, aurait coûté fort cher. En outre, l'instrument n'en aurait pas été amélioré et chacun sait que lorsque les erreurs sont grandes en valeurs absolues, en tenir compte ne donne malgré tout qu'une précision assez illusoire.

M. TREMBLOT m'a donc conseillé de faire construire un deuxième appareil auquel on apporterait tout le soin désirable. Une subvention importante du C. N. R. S. m'a permis de mettre ce projet à exécution et j'ai fait réaliser ledit sextant par les Etablissements Lepetit.

Le premier prototype (modèle 1942) nous avait tout de même permis de vérifier que la méthode était applicable et que l'instrument était normalement fidèle, aux environs d'un même point.

Exemple d'utilisation de la table de point.

Nous avons, en somme, effectué un certain nombre de mesures qui, bien qu'elles soient entachées d'erreurs importantes, nous laissent espérer facilement d'avoir bientôt la possibilité de mesurer hauteur et azimut d'un même astre, au même instant, avec une précision suffisante, aussi est-il intéressant de vérifier également maintenant l'utilisation de la table.

Nous prendrons comme exemple de calcul à la table, le cas de Sirius, observé le 9 mars 1943.

Nous avons vu que, tous calculs effectués, on obtient :

$$Tm_p = 21 \text{ h } 03 \text{ mn } 09 \text{ s}$$

la déclinaison est :

$$D = - 16^\circ 38'$$

les calculs avaient donné :

$$Z_c = 204^\circ 49'$$

$$h_c = 21^\circ 06'$$

Ces valeurs ont été obtenues à partir du lieu estimé de l'observation (Observatoire de Paris); nous devons donc retrouver les coordonnées de ce lieu, en résolvant le triangle de position par rapport aux éléments :

$$Z_c \quad \text{et} \quad h_c$$

La table α, β (page 115) nous donne en remarquant que :

$$Z = 204^\circ 49' \quad \text{se lit} \quad Z = 24^\circ 49'$$

et, en interpolant entre $Z = 24^\circ,5$ et $Z = 25^\circ$ pour $h_c = 21^\circ$:

$$\alpha = 23^\circ,1 \quad \text{et} \quad \beta = 67^\circ,$$

la même interpolation donne pour $h_c = 21^\circ,5$ on a :

$$\alpha = 23^\circ \quad \text{et} \quad \beta = 66^\circ,5,$$

en interpolant pour $h_c = 21^\circ,1$ on a :

$$\alpha = 23^\circ,1 \quad \text{et} \quad \beta = 66^\circ,9.$$

D'après la règle des signes, Z étant compris entre 90 et 270° , β est négatif.

La table de γ, P (page 116) donne, si on interpole entre :

$$\begin{aligned} \alpha = 23^\circ \quad \text{et} \quad \alpha = 23^\circ,5 \text{ pour } D = 16^\circ,5, \\ \gamma = 72^\circ \quad \text{et} \quad P = 24^\circ,1. \end{aligned}$$

La même interpolation donne pour $D = 17^\circ$:

$$\gamma = 71^\circ,5 \quad \text{et} \quad P = 24^\circ,2.$$

On a donc pour $D = 16^\circ,6$:

$$\gamma = 71^\circ,9 \quad \text{et} \quad P = 24^\circ,1.$$

D'après la règle des signes, D étant négatif, γ est obtus.

On a donc :

$$\gamma_1 = 180^\circ - 71^\circ,9 = 108^\circ,1.$$

Formons la quantité $\beta + \gamma_1$:

$$\beta + \gamma_1 = 108^\circ,1 - 66^\circ,9 = 41^\circ,2,$$

quantité que l'on sait être égale à $90^\circ - \varphi$ d'où :

$$\varphi = 90^\circ - 41^\circ,2 = 48^\circ,8 \quad \text{ou} \quad 48^\circ 48' \text{ Nord,}$$

d'autre part :

$$P = 24^\circ,1 \quad \text{c'est-à-dire} \quad 24^\circ 06'.$$

Or, les éphémérides aéronautiques 1943 donnent à 21 h 00 mn :

$$S_p = 121^\circ 40' 30''.$$

La correction positive à apporter à cet angle sidéral, pour 3 mn 09 s, est : $0^\circ 47' 15''$.

Le S_p exact vaut donc :

$$121^\circ 40' 30'' + 0^\circ 47' 15'' = 122^\circ 28' \text{ sensiblement.}$$

D'autre part, l'azimut valant $204^\circ 49'$, cela prouve que l'astre est dans l'ouest; l'angle au pôle est donc égal à l'angle horaire astronomique et on a :

$$AHa_g = 24^\circ 06',$$

l'ascension verse de l'astre vaut à cet instant $259^\circ 20'$.

Or, on a :

$$S_g = AHa_g + ARa \quad \text{ou} \quad AHa_g - AVa,$$

c'est-à-dire :

$$S_g = 24^\circ 06' + 100^\circ 40' = 24^\circ 06' - 259^\circ 20' = 124^\circ 46',$$

mais :

$$S_p - S_g = G = 122^\circ 28' - 124^\circ 46' = -2^\circ 18',$$

ou :

$$2^\circ 18' \text{ Est.}$$

Les coordonnées du lieu sont donc :

$$\varphi = 48^\circ 48' \text{ N} \quad \text{et} \quad G = 2^\circ 18' \text{ E,}$$

or, les coordonnées de l'Observatoire de Paris sont exactement :

$$\varphi = 48^\circ 50' \text{ N} \quad \text{et} \quad G = 2^\circ 20' \text{ E.}$$

L'usage de la table n'a donc introduit qu'une erreur de 2' en latitude et de 2' en longitude, malgré les interpolations à vue que nécessite son utilisation.

TABLE DE POINT POUR SEXTANT HAUTEUR AZIMUT

Calcul de α et β

z h	24° 5		25°		25° 5		26°		26° 5		27°	
	α	β	α	β	α	β	α	β	α	β	α	β
20	22,9	68,2	23,4	68,1	23,9	68,1	24,3	67,9	24,8	67,9	25,3	67,8
20,5	22,9	67,7	23,3	67,6	23,8	67,6	24,2	67,4	24,7	67,3	25,2	67,2
21	22,8	67,1	23,2	67	23,7	67	24,2	66,9	24,6	66,8	25,1	66,7
21,5	22,7	66,6	23,1	66,5	23,6	66,5	24,1	66,3	24,5	66,2	25	66,1
22	22,6	66,1	23,1	66	23,5	66	24	65,8	24,4	65,7	24,9	65,6
22,5	22,5	65,5	23	65,4	23,4	65,3	23,9	65,3	24,4	65,2	24,8	65
23	22,4	65	22,9	64,8	23,3	64,8	23,8	64,7	24,3	64,6	24,7	64,5
23,5	22,4	64,5	22,8	64,4	23,3	64,3	23,7	64,2	24,2	64,1	24,6	64
24	22,3	63,9	22,7	63,8	23,2	63,7	23,6	63,7	24,1	63,6	24,5	63,4
24,5	22,2	63,4	22,6	63,3	23,1	63,2	23,5	63,1	24	63	24,4	62,9
25	22,1	62,9	22,5	62,8	23	62,7	23,4	62,6	23,9	62,5	24,3	62,4
25,5	22	62,3	22,4	62,3	22,9	62,1	23,3	62,1	23,8	62	24,2	61,8
26	21,9	61,8	22,3	61,7	22,8	61,6	23,2	61,5	23,7	61,4	24,1	61,3
26,5	21,8	61,3	22,2	61,2	22,7	61,1	23,1	61	23,5	60,9	24	60,8
27	21,7	60,8	22,1	60,7	22,6	60,5	23	60,5	23,4	60,4	23,9	60,2
27,5	21,6	60,2	22	60,1	22,5	60	22,9	59,9	23,3	59,8	23,7	59,7
28	21,5	59,7	21,9	59,6	22,3	59,5	22,8	59,6	23,2	59,3	23,6	59,2
28,5	21,4	59,1	21,8	59,1	22,2	59	22,7	58,9	23,1	58,8	23,5	58,6
29	21,3	58,6	21,7	58,6	22,1	58,4	22,6	58,3	23	58,2	23,4	58,1
29,5	21,2	58,1	21,6	58	22,1	57,9	22,4	57,8	22,9	57,7	23,3	57,6
30	21,1	57,7	21,5	57,5	21,9	57,4	22,3	57,3	22,7	57,2	23,2	57,1
30,5	20,9	57,1	21,4	57	21,8	56,9	22,2	56,8	22,6	56,7	23	56,5
31	20,9	56,6	21,3	56,5	21,7	56,3	22,1	56,2	22,5	56,1	22,9	56
31,5	20,7	56	21,1	55,9	21,5	55,8	22	55,7	22,4	55,6	22,8	55,5
32	20,6	55,5	21	55,4	21,4	55,3	21,8	55,2	22,2	55,1	22,7	55
32,5	20,5	55	20,9	54,9	21,3	54,8	21,7	54,7	22,1	54,6	22,5	54,4
33	20,4	54,4	20,8	54,4	21,2	54,3	21,6	54,2	22	54	22,4	53,9
33,5	20,2	54	20,6	53,9	21	53,7	21,5	53,6	21,9	53,5	22,2	53,4
34	20,1	53,5	20,5	53,3	20,9	53,2	21,3	53,1	21,7	53	22,1	52,9
34,5	20	52,9	20,4	52,8	20,8	52,7	21,2	52,6	21,6	52,5	22	52,4
35	19,9	52,4	20,3	52,3	20,7	52,2	21	52,2	21,4	52	21,8	51,8
35,5	19,7	51,9	20,1	51,8	20,5	51,7	20,9	51,6	21,3	51,5	21,7	51,3
36	19,6	51,4	20	51,3	20,4	51,2	20,8	51,1	21,2	50,9	21,5	50,8
36,5	19,5	50,9	19,9	50,8	20,2	50,6	20,6	50,5	21	50,4	21,4	50,3
37	19,3	50,4	19,7	50,3	20,1	50,1	20,5	50	20,9	49,9	21,3	49,8
37,5	19,2	49,9	19,6	49,8	20	49,6	20,4	49,5	20,7	49,4	21,1	49,3
38	19,1	49,3	19,5	49,2	19,8	49,1	20,2	49	20,6	48,9	21	48,8
38,5	18,9	48,9	19,3	48,7	19,7	48,6	20,1	48,5	20,4	48,4	20,8	48,2
39	18,8	48,3	19,2	48,2	19,5	48,1	19,9	48	20,3	47,9	20,7	47,7
39,5	18,7	47,8	19	47,7	19,4	47,6	19,8	47,5	20,1	47,4	20,5	47,2
40	18,5	47,3	18,9	47,2	19,3	47,1	19,6	47	20	46,9	20,4	46,7

TABLE DE POINT POUR SEXTANT HAUTEUR AZIMUT

Calcul de γ et P

α D	21° 5		22°		22° 5		23°		23° 5		24°	
	γ	P	γ	P	γ	P	γ	P	γ	P	γ	P
0	90	21,5	90	22	90	22,5	90	23	90	23,5	90	24
0,5	89,5	21,5	89,5	22	89,5	22,5	89,5	23	89,4	23,5	89,4	24
1	88,9	21,5	88,9	22	88,9	22,5	88,9	23	88,9	23,5	88,9	24
1,5	88,4	21,5	88,4	22	88,4	22,5	88,4	23	88,3	23,5	88,3	24
2	87,9	21,5	87,9	22	87,8	22,5	87,8	23	87,8	23,5	87,8	24
2,5	87,3	21,5	87,3	22	86,6	22,5	87,3	23	87,3	23,5	87,3	24
3	86,8	21,5	86,8	22	86,8	22,5	86,7	23	86,7	23,5	86,7	24
3,5	86,2	21,5	86,2	22	86,2	22,6	86,2	23	86,2	23,5	86,2	24
4	85,7	21,6	85,7	22,1	85,7	22,6	85,6	23,1	85,6	23,6	85,6	24,1
4,5	85,2	21,6	85,1	22,1	85,2	22,6	85,1	23,1	85,1	23,6	85,1	24,1
5	84,6	21,6	84,6	22,1	84,6	22,6	84,6	23,1	84,6	23,6	84,5	24,1
5,5	84,1	21,6	84,1	22,1	84,1	22,6	84,1	23,1	84	23,6	84	24,1
6	83,5	21,6	83,5	22,1	83,5	22,6	83,5	23,1	83,4	23,6	83,4	24,1
6,5	83	21,6	83	22,2	83	22,7	82,9	23,2	82,9	23,7	82,9	24,2
7	82,5	21,7	82,5	22,2	82,4	22,7	82,4	23,2	82,4	23,7	82,3	24,2
7,5	81,9	21,7	81,9	22,2	81,9	22,7	81,9	23,2	81,8	23,7	81,8	24,2
8	81,4	21,7	81,4	22,2	81,3	22,7	81,3	23,2	81,3	23,7	81,2	24,3
8,5	80,9	21,7	80,8	22,3	80,8	22,8	80,8	23,3	80,7	23,8	80,7	24,3
9	80,3	21,8	80,3	22,3	80,3	22,8	80,2	23,3	80,2	23,8	80,1	24,3
9,5	79,8	21,8	79,8	22,3	79,7	22,8	79,7	23,3	79,6	23,8	79,6	24,4
10	79,3	21,8	79,2	22,4	79,2	22,9	79	23,4	79,1	23,9	79	24,4
10,5	78,7	21,9	78,7	22,4	78,6	22,9	78,4	23,4	78,6	23,9	78,5	24,4
11	78,2	21,9	78,1	22,4	78,1	23	77,8	23,5	77,9	24	77,9	24,5
11,5	77,6	22	77,6	22,5	77,5	23	77,5	23,5	77,4	24	77,4	24,5
12	77,1	22	77,1	22,5	77	23	76,9	23,5	76,9	24,1	76,8	24,6
12,5	76,5	22,1	76,5	22,6	76,5	23,1	76,4	23,6	76,4	24,1	76,3	24,6
13	76	22,1	76	22,6	75,9	23,1	75,8	23,6	75,8	24,1	75,7	24,7
13,5	75,5	22,1	75,4	22,7	75,4	23,2	75,3	23,7	75,2	24,2	75,2	24,7
14	74,9	22,2	74,9	22,7	74,8	23,2	74,8	23,7	74,7	24,3	74,6	24,8
14,5	74,4	22,2	74,3	22,8	74,3	23,3	74,2	23,8	74,1	24,3	74,1	24,8
15	73,9	22,3	73,8	22,8	73,7	23,3	73,7	23,9	73,6	24,4	73,5	24,9
15,5	73,3	22,4	73,3	22,9	73,2	23,4	73,1	23,9	73	24,4	73	25
16	72,8	22,4	72,7	22,9	72,6	23,5	72,6	24	72,5	24,5	72,4	25
16,5	72,2	22,5	72,2	23	72,1	23,5	72	24	72	24,6	71,9	25,1
17	71,7	22,5	71,6	23,1	71,6	23,6	71,5	24,1	71,4	24,6	71,3	25,2
17,5	71,1	22,6	71,1	23,1	71	23,7	70,9	24,2	70,9	24,7	70,8	25,2
18	70,6	22,7	70,5	23,2	70,5	23,7	70,6	24,3	70,3	24,8	70,2	25,3
18,5	70,1	22,7	70	23,3	69,9	23,8	69,8	24,3	69,7	24,9	69,7	25,4
19	69,5	22,8	69,5	23,3	69,4	23,9	69,3	24,4	69,2	24,9	69,1	25,5
19,5	69	22,9	68,9	23,4	68,8	24	68,7	24,5	68,6	25	68,6	25,6
20	68,4	22,9	68,3	23,5	68,3	24	68,2	24,6	68,1	25,1	68	25,6

SEXTANT DE HAUTEUR ET D'AZIMUT

(modèle 1944)

(Figures 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66)

Etant donné que les défauts du modèle 1942 ne provenaient pas tellement des mouvements des pièces mobiles, mais plutôt de la précision d'assemblage des divers éléments du sextant, un soin particulier a été apporté, dans le modèle 1944, dans ces opérations de la fabrication; d'autre part, la platine support du dispositif d'azimut était rapportée, dans le cas du sextant

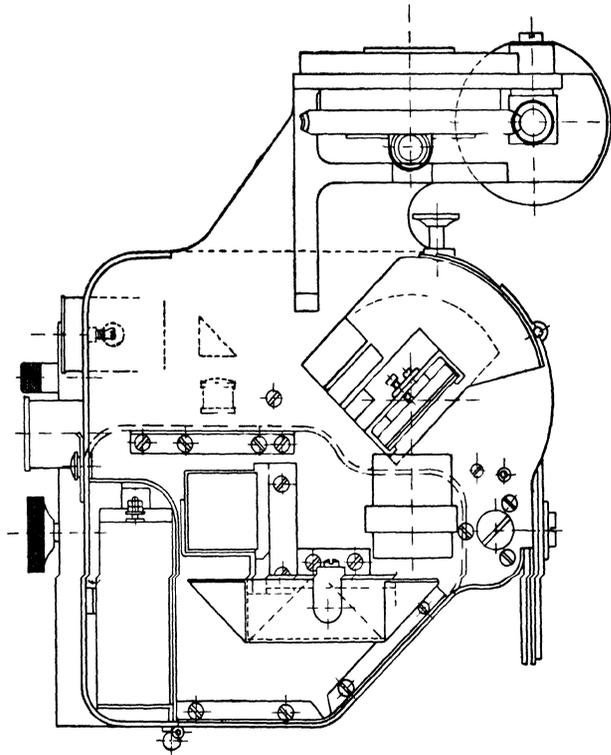


Fig. 58. — Élévation gauche

1942, sur la platine principale du sextant Lepetit, comme le montrent les figures 67, 68, 69 en particulier. De ce mode d'assemblage pouvaient naître des erreurs systématiques dans le montage de l'appareil.

Dans le modèle 1944, c'est une seule et même pièce de fonderie en alliage léger qui constitue à la fois le support principal du dispositif de hauteur et celui du dispositif d'azimut, d'où il résulte un risque minimum de faire intervenir des erreurs au cours du montage.

En outre, les miroirs semi-argentés, du modèle 1942, avaient été obtenus par dépôt métallique d'argent, ce qui donna d'assez bons résultats optiques, mais fut d'une tenue déplorable aux conditions atmosphériques, même normales. Les miroirs, du modèle 1944, ont été obtenus par dépôt d'aluminium,

ce qui présente le double avantage d'un excellent rendement optique et d'une endurance tout à fait satisfaisante.

En outre, le bouton moleté, commandant le mouvement du miroir d'azimut autour de son axe horizontal, était gênant pour la visée, dans le

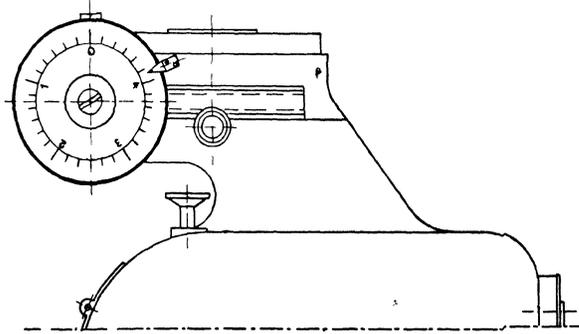


Fig. 59. — Élévation droite

modèle 1942 (*fig. 67, 68, 69, 70*), de plus le dispositif prit rapidement du jeu et ce miroir ne gardait plus la position en hauteur qu'on lui avait donnée. Cet inconvénient n'était d'ailleurs pas très grand, car on a vu que la visée s'obtenait en faisant osciller ce miroir autour de son axe horizontal pour obtenir une

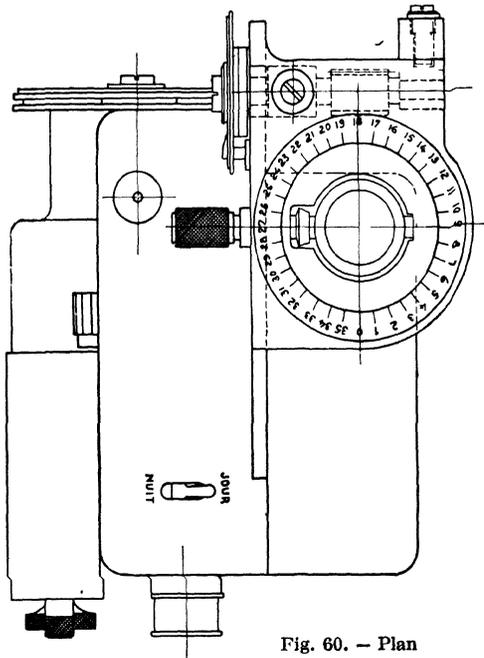


Fig. 60. — Plan

impression de droite lumineuse; on ne l'utilisait donc pas dans une position fixe.

Pour remédier à ces défauts, on a réalisé (*fig 62*) une commande par un bouton moleté (30), placé cette fois sur le côté de l'instrument opposé à

celui où se trouve l'optique Un des pivots (24²) est solidaire d'un pignon (27) engrenant, par l'intermédiaire d'un deuxième pignon (28), avec un pignon (29) lui-même solidaire dudit bouton de manœuvre (30). La rotation de ce bouton de manœuvre (30) commande donc la rotation du pivot (24²) et, par suite,

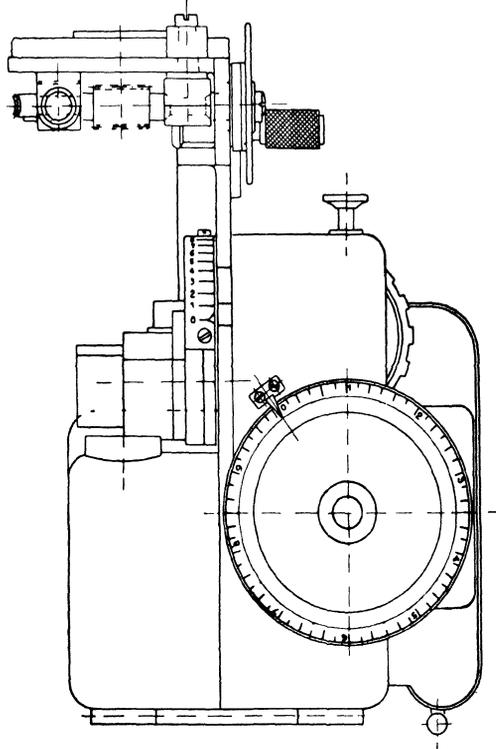


Fig. 61. — Profil

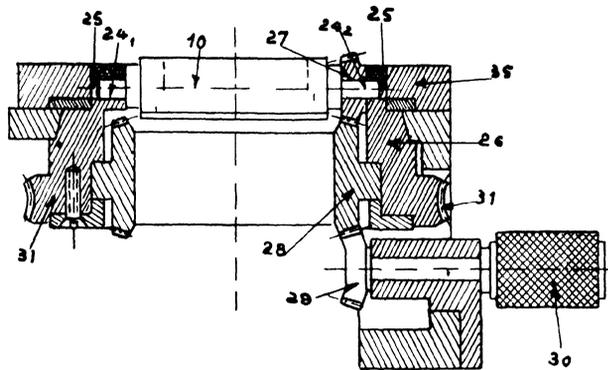


Fig. 62. — Détail azimut

l'inclinaison du miroir; ce bouton ne gêne absolument plus la visée, étant sur le côté, et les frottements intervenant dans les mouvements des diverses pièces sont suffisants pour assurer l'immobilisation du miroir d'azimut dans telle position qu'on désire en hauteur.



Fig. 63

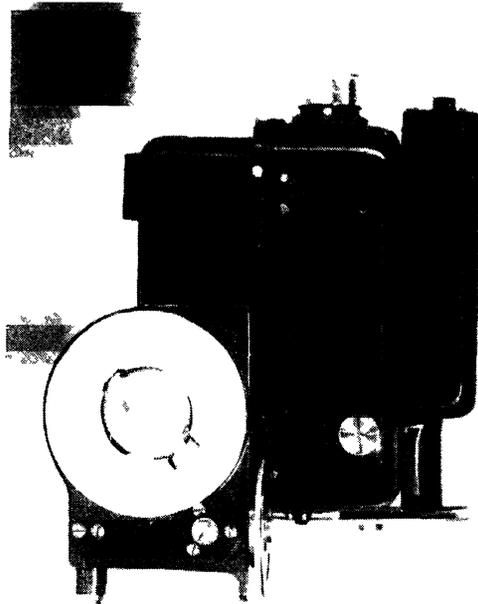


Fig. 64

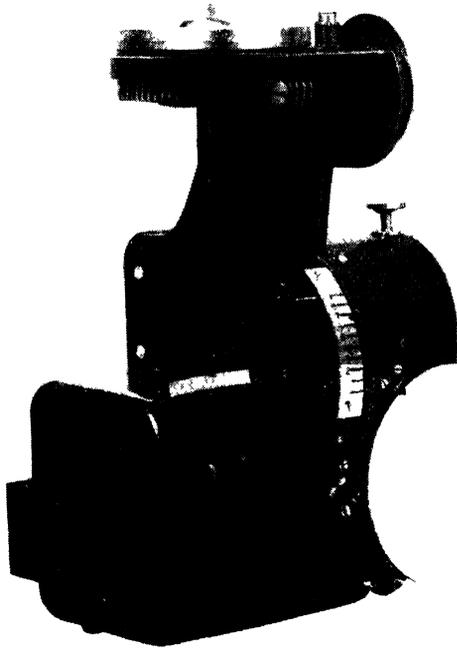


Fig. 65



Fig. 66

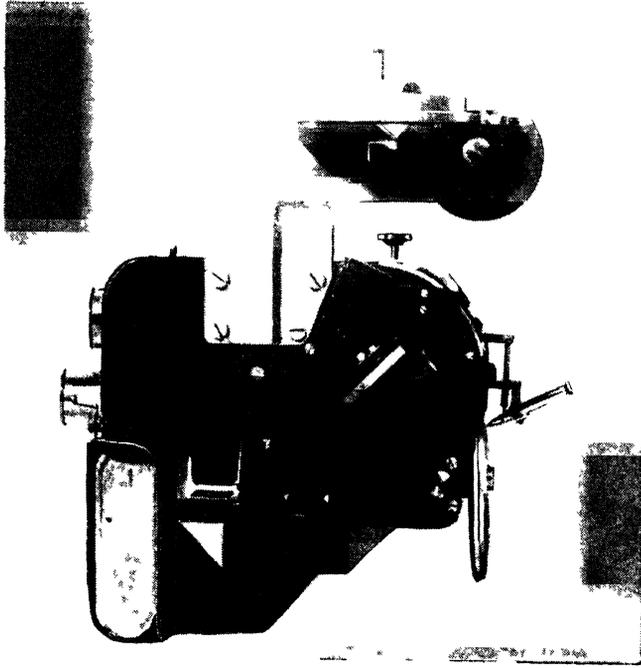


Fig. 67

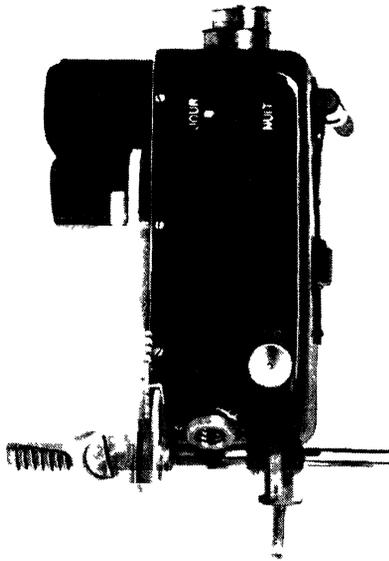


Fig. 68

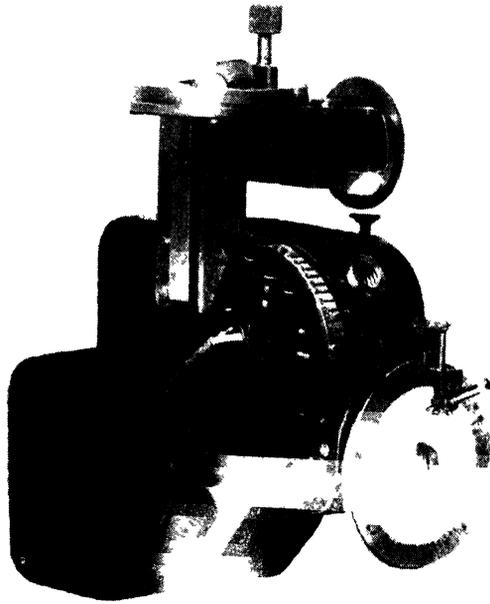


Fig. 69

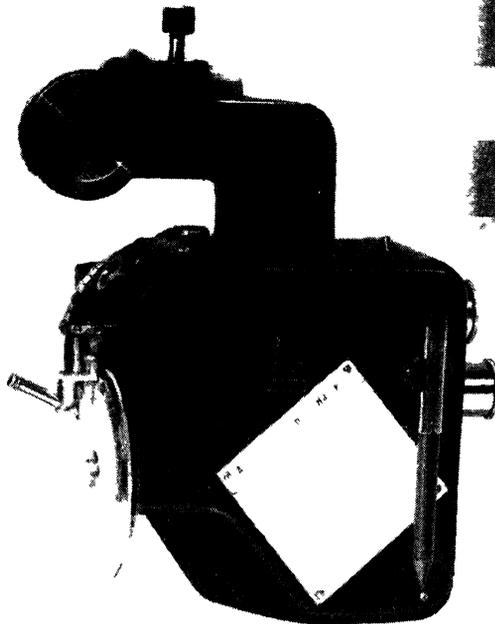


Fig. 70

Les *figures* 58, 59, 60, 61 donnent le détail de l'instrument modèle 1944, comme les *figures* 37, 38, 39, 40 donnent celui du modèle 1942.

La *figure* 62 donne le détail du dispositif ci-dessus indiqué de commande en hauteur du miroir d'azimut.

Enfin, nous remarquerons que le réglage de l'appareil tenu à la main avait été assez délicat, comme nous l'avons indiqué plus haut, nécessitant même un léger « tour de main ». La cause en était que les variations apparentes de l'image de la bulle et de celle de l'astre étaient de même sens, alors que l'expérience a révélé qu'elles devaient être inverses. Dans le sextant Lepetit, l'optique de la bulle est établie dans ce but. L'image de la bulle est, pour ce faire, réfléchi trois fois, dans le cas où on observe l'astre par réflexion, et quatre fois si on observe l'astre directement. Il faut donc introduire dans l'optique de la bulle un nombre impair de réflexions, si on observe l'astre par réflexion, ce qui est le cas de l'emploi de notre sextant de hauteur et d'azimut. Or, le prisme de Wollaston (*fig.* 35) utilisé dans le modèle 1942, entraînait un nombre total de réflexions pour la bulle, égal à quatre. Nous avons donc remplacé, dans le modèle 1944, ce simple prisme de Wollaston, par un ensemble de prismes (*fig.* 62) qui introduisent une réflexion supplémentaire portant ainsi à cinq le nombre total de ces réflexions.

En outre, le dispositif de décalage automatique de 90° , par rapport à la graduation horizontale du modèle 1942, réalisé à l'aide de billes, du miroir d'azimut, n'a pas été retenu dans le modèle 1944, étant donné les erreurs importantes (de l'ordre de $20'$) qu'il entraînait, de façon d'ailleurs désordonnée.

Pour parcourir tout l'horizon, il était possible, pour le modèle 1944 :

— soit de limiter le débattement du miroir d'azimut, autour de son axe horizontal entre 0 et 90° , en utilisant toute la graduation horizontale pour la rotation du miroir en azimut et par conséquent toute la circonférence de la roue dentée;

— soit de laisser au miroir son libre débattement total en hauteur (360°), en limitant sa rotation en azimut au secteur 90° , 0° , 270° , le secteur opposé 90° , 180° , 270° étant alors exploité par braquage du miroir d'azimut symétriquement par rapport au plan vertical, passant par son axe horizontal.

C'est cette dernière solution qui a été adoptée.

TROISIÈME TRAIN DE MESURES

Le nouveau sextant fut terminé en janvier 1944. J'ai donc effectué, dès que le temps l'a permis, un troisième train de mesures à l'Observatoire de Paris.

Première série de mesures (13 mars 1944).

Astres observés : Jupiter, Saturne

Jupiter

Graphique XVIII (*fig. 71*)

Heure du chronomètre	h_t	Z_t
21 h 32 mn 38 s	53° 34'	326° 32'
21 h 36 mn 03 s	53° 50'	327° 20'
21 h 38 mn 03 s	53° 59'	328° 00'
21 h 39 mn 49 s	54° 06'	328° 54'
21 h 41 mn 21 s	54° 12'	329° 42'

Saturne

Graphique XIX (*fig. 72*)

Heure du chronomètre	h_t	Z_t
22 h 13 mn 31 s	41° 32'	79° 26'
22 h 15 mn 34 s	41° 06'	80° 07'
22 h 18 mn 15 s	40° 42'	80° 55'
22 h 21 mn 14 s	40° 12'	81° 32'
22 h 26 mn 43 s	39° 12'	83° 11'
22 h 27 mn 58 s	39° 08'	83° 04'
22 h 29 mn 42 s	38° 50'	83° 42'

État du chronomètre : — 4 mn 19 s.

Notons que nous avons été conduits à utiliser un miroir d'azimut aluminé à 85 % et un miroir de hauteur aluminé à 98 %, ceci pour obtenir une vision correcte des images de la bulle, de l'astre et de la Polaire à la fois.

RÉSULTATS :

Jupiter

$$Tm_p = 20 \text{ h } 30 \text{ mn}$$

$$D = + 16° 20'$$

$$AV = 218° 46'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1° 33'$$

$$h_c = 53° 28'$$

$$Z_c = 146° 18'$$

$$h_0 = \underline{53° 39'}$$

$$Z_0 = \underline{145° 26'}$$

$$\varepsilon_h = - 0° 11'$$

$$\varepsilon_z = + 0° 52'$$

GRAPHIQUE XVIII

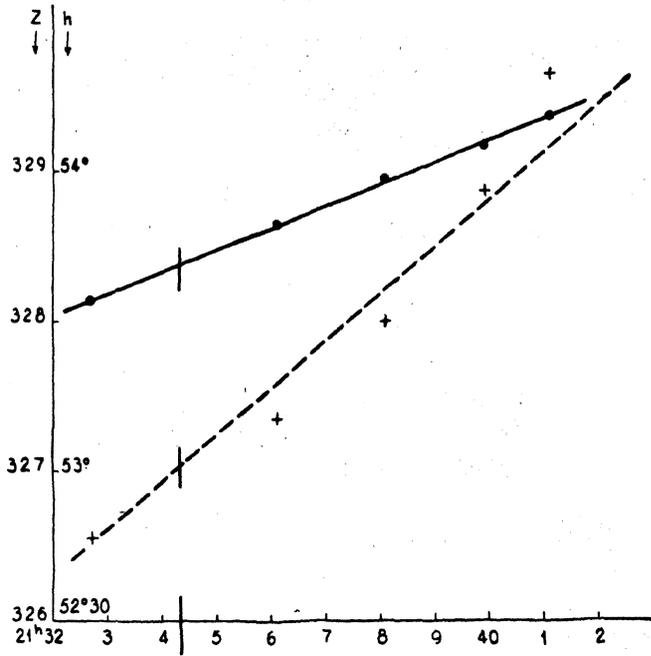


Fig. 71. - Jupiter, 13 mars 1944

AV = 218° 46'; D = + 16° 20'; $Z_i = 327° 02' - 180° = 147° 02'$; $h_i = 53° 42'$

GRAPHIQUE XIX

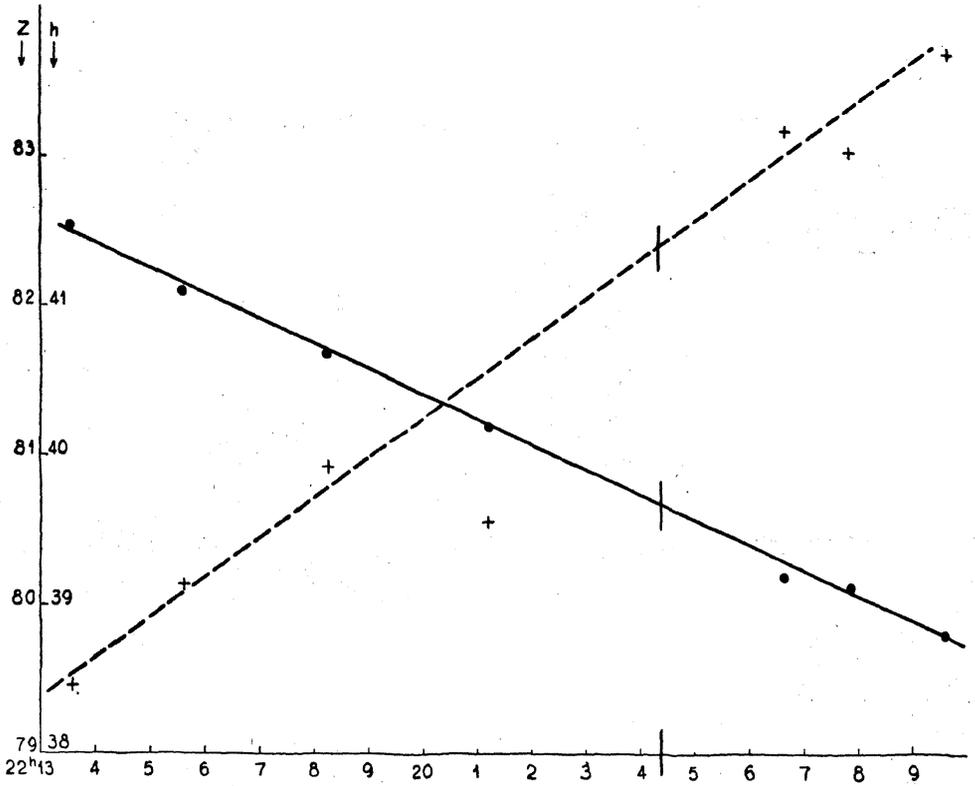


Fig. 72. - Saturne, 13 mars 1944

AV = 280° 38'; D = + 21° 58'; $Z_i = 82° 23' + 180° = 262° 23'$; $h_i = 39° 41'$

Saturne

$$Tm_p = 21 \text{ h } 20 \text{ mn}$$

$$D = + 21^\circ 58'$$

$$AV = 280^\circ 38'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 29'$$

$$h_c = 39^\circ 35'$$

$$Z_c = 257^\circ 53'$$

$$h_0 = \underline{39^\circ 38'}$$

$$Z_0 = \underline{260^\circ 54'}$$

$$\varepsilon_h = - 0^\circ 03'$$

$$\varepsilon_z = - 2^\circ 57'$$

Les mesures des hauteurs sont très acceptables; les mesures d'azimut sont encore plus mauvaises que celles que j'avais faites avec le premier sextant; néanmoins, j'ai recommencé une mesure sur Jupiter, le 15 mars 1944.

Deuxième série de mesures (15 mars 1944).

Astre observé : *Jupiter*

Jupiter

Graphique XX (*fig. 73*)

Heure du chronomètre	h_i	Z_i
20 h 34 mn 56 s	48° 00'	309° 19'
20 h 39 mn 52 s	48° 39'	310° 54'
20 h 43 mn 49 s	49° 08'	312° 01'
20 h 47 mn 13 s	49° 29'	313° 12'

Etat du chronomètre : — 4 mn 32 s.

RÉSULTATS :

Jupiter

$$Tm_p = 19 \text{ h } 40 \text{ mn}$$

$$D = + 16^\circ 24'$$

$$AV = 218^\circ 57'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 33'$$

$$h_c = 49^\circ 11'$$

$$Z_c = 131^\circ 58'$$

$$h_0 = \underline{49^\circ 08'}$$

$$Z_0 = \underline{130^\circ 41'}$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 03'$$

$$\varepsilon_z = + 1^\circ 17'$$

Ces résultats confirment la bonne qualité des mesures de hauteur et les erreurs très importantes en azimut.

Devant cette difficulté, j'ai effectué, avec un camarade officier de marine, une série de mesures d'azimut, grâce à mon appareil d'une part, et grâce à un cercle d'alignement dont le zéro était pointé sur l'étoile Polaire, d'autre part. Ces mesures ont été effectuées de façon simultanée

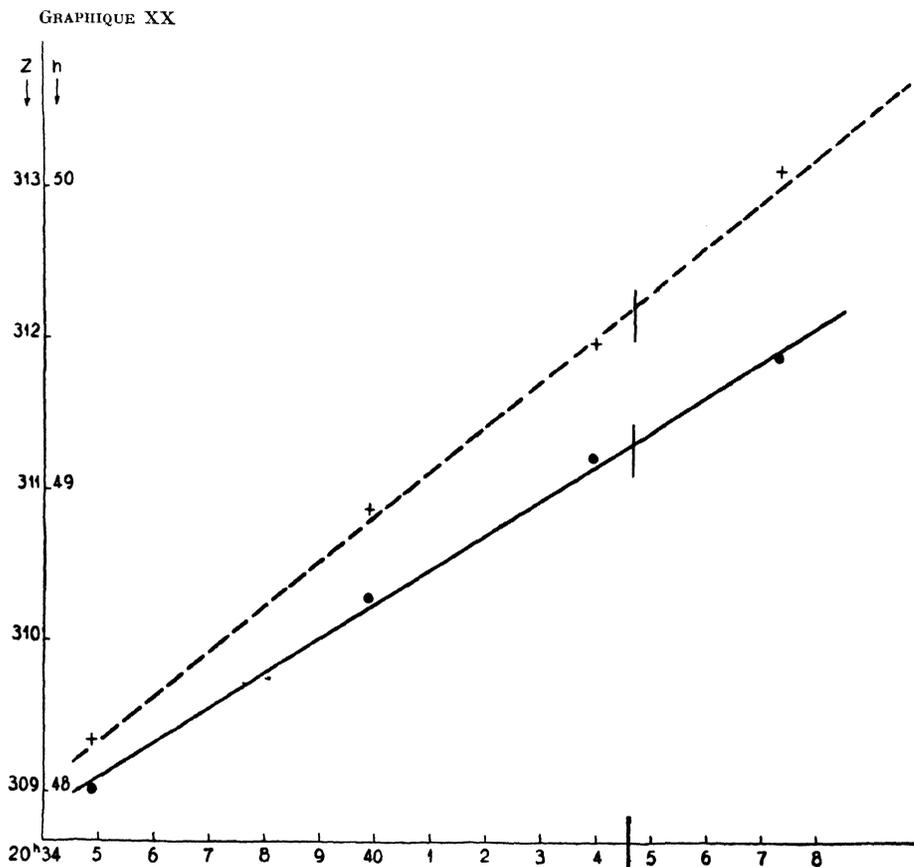


Fig. 73. — *Jupiter*, 15 mars 1944
 $AV = 218^{\circ} 57'$; $D = + 16^{\circ} 24'$; $Z_1 = 312^{\circ} 17' - 180^{\circ} = 132^{\circ} 17'$; $h_1 = 49^{\circ} 11'$

Troisième série de mesures (17 mars 1944).

Astres observés *Jupiter*, *Sirius*

ASTRE	HEURE AU CHRONOMÈTRE	AZIMUT au SEXTANT	AZIMUT au CERCLE D'ALIGNEMENT	ERREUR
Jupiter	21 h 24 mn 38 s	149° 29'	150° 03'	+ 0° 34'
Sirius	21 h 42 mn 21 s	210° 02'	208° 24'	+ 1° 38'
Sirius	21 h 55 mn 52 s	213° 20'	211° 46'	+ 1° 36'
Sirius	22 h 07 mn 55 s	216° 20'	214° 20'	+ 2° 00'

Etat du chronomètre . — 4 mn 43 s.

Le calcul donne, à ces heures, pour ces astres :

Jupiter

$$Tm_p = 20 \text{ h } 19 \text{ mn } 45 \text{ s}$$

$$D = + 16^\circ 26'$$

$$AV = 219^\circ 07'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 33'$$

$Z_c = 148^\circ 51'$	$Z_c = 148^\circ 51'$
sextant : $Z_0 = 147^\circ 51'$	cercle : $Z_0 = 148^\circ 30'$
$\varepsilon_z = + 0^\circ 55'$	$\varepsilon_z = + 0^\circ 21'$

Sirius

$$Tm_p = 20 \text{ h } 37 \text{ mn } 38 \text{ s}$$

$$D = - 16^\circ 38'$$

$$AV = 259^\circ 20'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 31'$$

$Z_c = 207^\circ 01'$	$Z_c = 207^\circ 01'$
sextant : $Z_0 = 208^\circ 31'$	cercle : $Z_0 = 206^\circ 53'$
$\varepsilon_z = - 1^\circ 30'$	$\varepsilon_z = + 0^\circ 08'$

Sirius

$$Tm_p = 20 \text{ h } 52 \text{ mn } 09 \text{ s}$$

$$D = - 16^\circ 38'$$

$$AV = 259^\circ 20'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 30'$$

$Z_c = 210^\circ 29'$	$Z_c = 210^\circ 29'$
sextant : $Z_0 = 211^\circ 50'$	cercle : $Z_0 = 210^\circ 16'$
$\varepsilon_z = - 1^\circ 21'$	$\varepsilon_z = + 0^\circ 13'$

Sirius

$$Tm_p = 21 \text{ h } 03 \text{ mn } 12 \text{ s}$$

$$D = - 16^\circ 38'$$

$$AV = 259^\circ 20'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 29'$$

$Z_c = 213^\circ 07'$	$Z_c = 213^\circ 07'$
sextant : $Z_0 = 214^\circ 51'$	cercle : $Z_0 = 212^\circ 51'$
$\varepsilon_z = - 1^\circ 44'$	$\varepsilon_z = + 0^\circ 16'$

Les erreurs du cercle d'alignement proviennent de la difficulté, d'une part, de caler le zéro sur l'étoile Polaire car cet appareil est fait pour des visées diurnes et le fil du réticule est difficilement visible de nuit, d'autre part, de viser au même instant l'astre observé dans les deux appareils à la fois, pour les deux observateurs

Notons que le fait que la Polaire est mobile sur sa trajectoire n'est pas ici une cause d'erreur importante. En effet, son azimut n'a guère varié que de 1' ou 2' pendant toute la durée de l'observation. En tout cas, cette erreur ne peut entrer beaucoup en ligne de compte, pour estimer les erreurs des mesures au cercle d'alignement qui sont de l'ordre de 10' à 20', valeur qui correspond bien au degré d'approximation déterminé par les conditions énoncées ci-dessus, alors que les erreurs de mesures d'azimut au sextant sont absolument inacceptables.

J'ai pensé à établir un graphique des erreurs du sextant, en les portant en ordonnées et en indiquant en abscisse les azimuts correspondants. Le graphique XXI (*fig. 74*) révèle l'aspect curieux du phénomène :

- des erreurs positives dans le secteur de lecture de 0 à 90°;
- des erreurs négatives dans le secteur de lecture de 0 à 270°;

l'erreur s'annulant au voisinage des lectures 0°.

M. ARNULF, consulté, m'a conseillé de faire une bonne série de mesures supplémentaires, afin de multiplier les points de cette courbe qui, à première vue, pourrait bien être une sinusoïde et exprimerait alors une erreur du genre excentricité.

J'ai effectué une nouvelle série de mesures, le 23 mars 1944.

Quatrième série de mesures (23 mars 1944).

Astres observés : *Jupiter, Procyon, Sirius, Bételgeuse, Saturne*
La Chèvre, Arcturus, Vega

Jupiter

Graphique XXII (*fig. 75*)

Heure du chronomètre	h_t	z_t
20 h 21 mn 43 s	50° 50'	317° 16'
20 h 24 mn 23 s	51° 12'	318° 10'
20 h 27 mn 06 s	51° 33'	318° 50'
20 h 29 mn 38 s	51° 46'	319° 39'
20 h 31 mn 51 s	52° 04'	320° 38'

GRAPHIQUE XXI

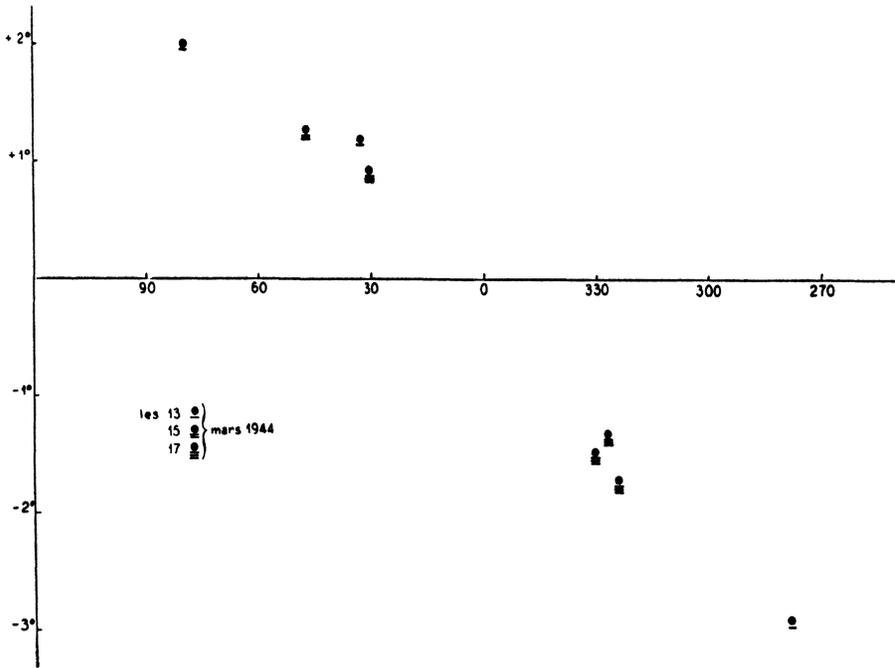


Fig. 74. — Erreurs en azimut

GRAPHIQUE XXII

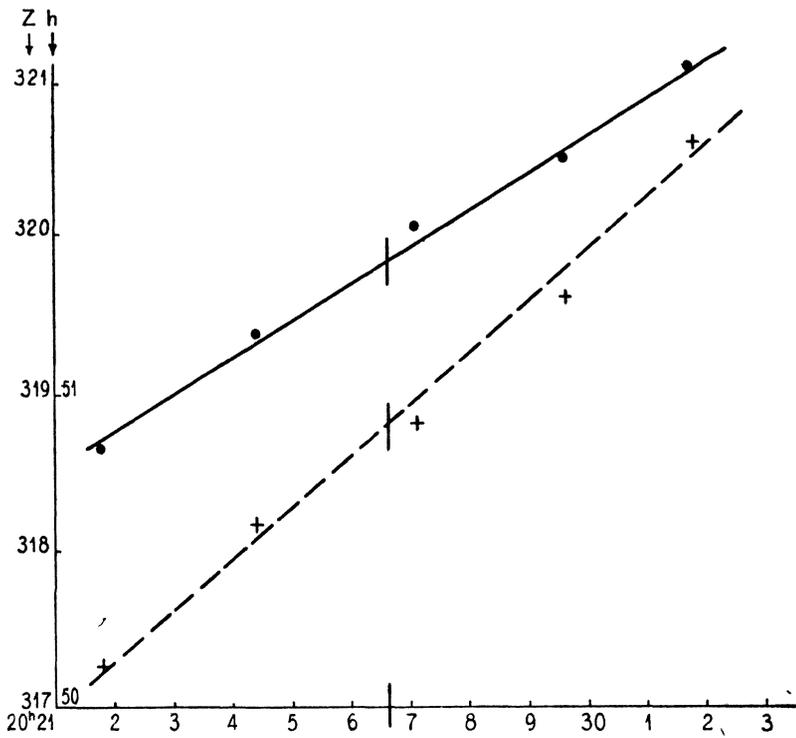


Fig. 75. — *Jupiter*, 23 mars 1944

AV = 219° 32'; D = + 16° 34';
Z₁ = 318° 50' - 180° = 138° 50'; h₁ = 51° 26'

Procyon

Graphique XXIII (*fig.* 76)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
20 h 40 mn 47 s	46° 18'	8° 54'
20 h 43 mn 42 s	46° 19'	9° 48'
20 h 45 mn 10 s	46° 12'	10° 18'
20 h 47 mn 14 s	46° 11'	11° 16'
20 h 48 mn 40 s	46° 08'	11° 36'

Jupiter

Graphique XXIV (*fig.* 77)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
20 h 53 mn 46 s	54° 06'	329° 10'
20 h 54 mn 55 s	54° 18'	329° 37'
20 h 56 mn 41 s	54° 28'	330° 22'
20 h 58 mn 08 s	54° 31'	330° 48'
21 h 00 mn 56 s	54° 43'	332° 02'

Sirius

Graphique XXV (*fig.* 78)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
21 h 05 mn 14 s	21° 01'	27° 52'
21 h 08 mn 00 s	20° 59'	28° 19'
21 h 09 mn 40 s	20° 51'	28° 52'
21 h 12 mn 25 s	20° 48'	29° 21'
21 h 14 mn 09 s	20° 28'	29° 44'

Bételgeuse

Graphique XXVI (*fig.* 79)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
21 h 18 mn 08 s	36° 38'	56° 13'
21 h 24 mn 57 s	35° 56'	57° 32'
21 h 27 mn 42 s	35° 29'	58° 28'
21 h 29 mn 23 s	35° 16'	58° 45'
21 h 30 mn 45 s	35° 03'	59° 00'

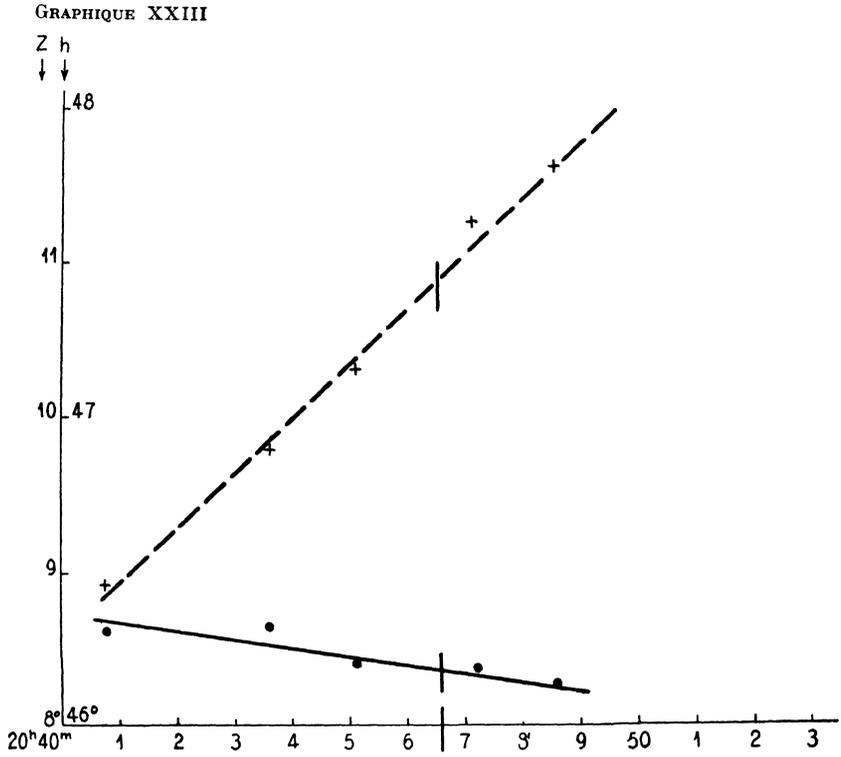


Fig. 76. — *Procyon*, 23 mars 1944

$AV = 245^{\circ} 54'$; $D = + 5^{\circ} 22'$
 $Z_i = 10^{\circ} 53' + 180^{\circ} = 190^{\circ} 53'$; $h_i = 46^{\circ} 11'$

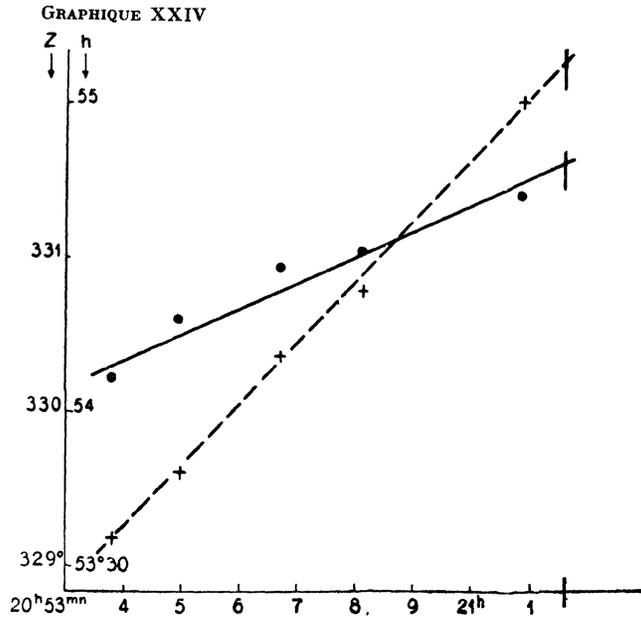


Fig. 77. — *Jupiter*, 23 mars 1944

$AV = 219^{\circ} 32'$; $D = + 16^{\circ} 34'$
 $Z_i = 332^{\circ} 17' - 180^{\circ} = 152^{\circ} 17'$; $h_i = 54^{\circ} 49'$

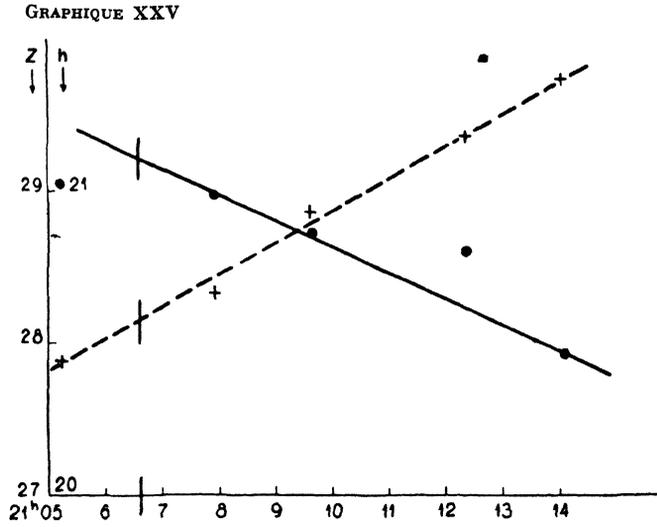


Fig. 78. — *Sirius*, 23 mars 1944
 $AV = 259^{\circ} 20'$; $D = -16^{\circ} 38'$;
 $Z_i = 28^{\circ} 08' + 180^{\circ} = 208^{\circ} 08'$; $h_i = 21^{\circ} 06'$

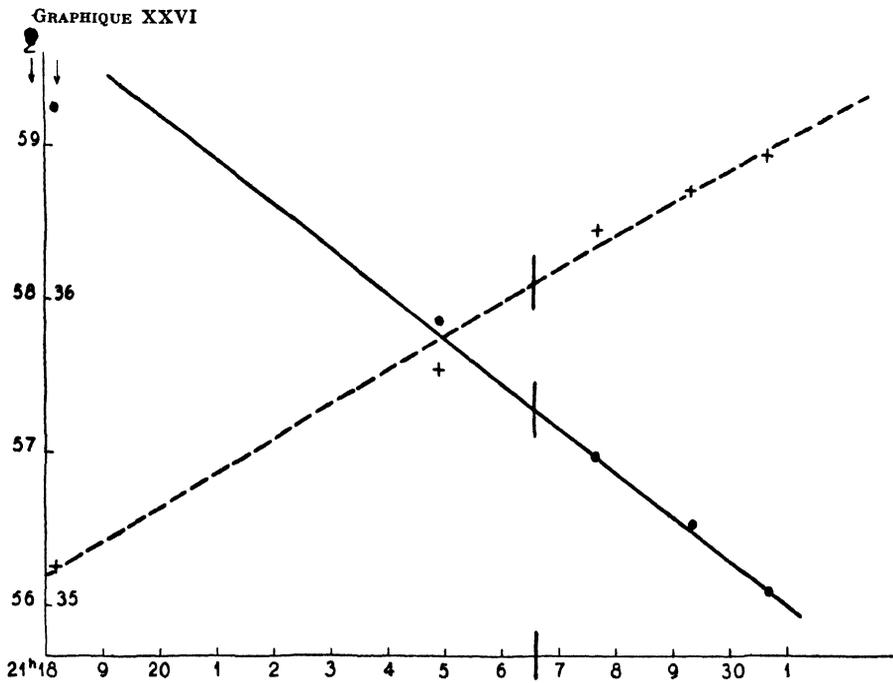


Fig. 79. — *Bételgeuse*, 23 mars 1944 (difficile à observer)
 $AV = 271^{\circ} 58'$; $D = +7^{\circ} 24'$; $Z_i = 58^{\circ} 06' + 180^{\circ} = 238^{\circ} 06'$; $h_i = 35^{\circ} 38'$

Saturne

Graphique XXVII (fig. 80)

Heure du chronometre	h_i	z_i
21 h 37 mn 29 s	40° 40'	80° 51'
21 h 39 mn 43 s	40° 21'	81° 08'
21 h 40 mn 37 s	40° 08'	81° 23'
21 h 41 mn 55 s	39° 57'	81° 43'
21 h 43 mn 03 s	39° 46'	81° 54'

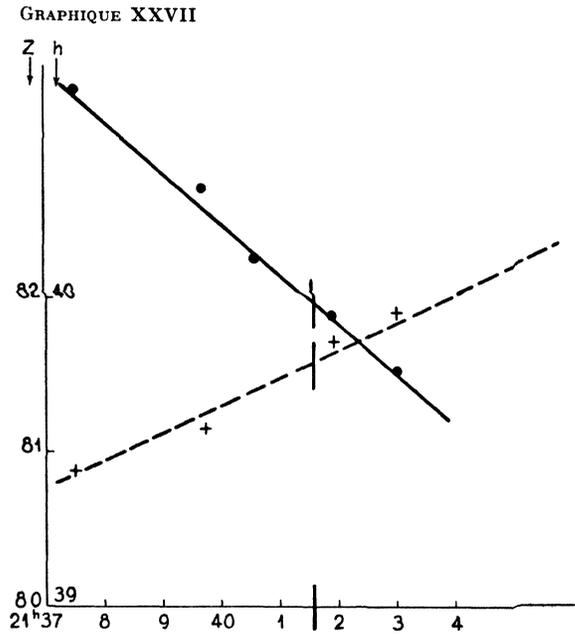


Fig. 80. — Saturne, 23 mars 1944

AV 280° 06'; D = + 22° 02';

$Z_i = 81° 36' + 180° = 261° 36'$; $h_i = 39° 59'$

La Chèvre

Graphique XXVIII (fig. 81)

Heure du chronometre	h_i	z_i
21 h 47 mn 54 s	52° 11'	291° 50'
21 h 51 mn 47 s	51° 35'	292° 24'
21 h 52 mn 53 s	51° 21'	292° 32'
21 h 53 mn 55 s	51° 10'	292° 41'
21 h 56 mn 05 s	50° 51'	293° 00'
21 h 56 mn 55 s	50° 42'	292° 58'
21 h 58 mn 47 s	50° 25'	293° 04'
21 h 59 mn 38 s	50° 16'	293° 26'
22 h 01 mn 22 s	49° 59'	293° 34'

GRAPHIQUE XXVIII

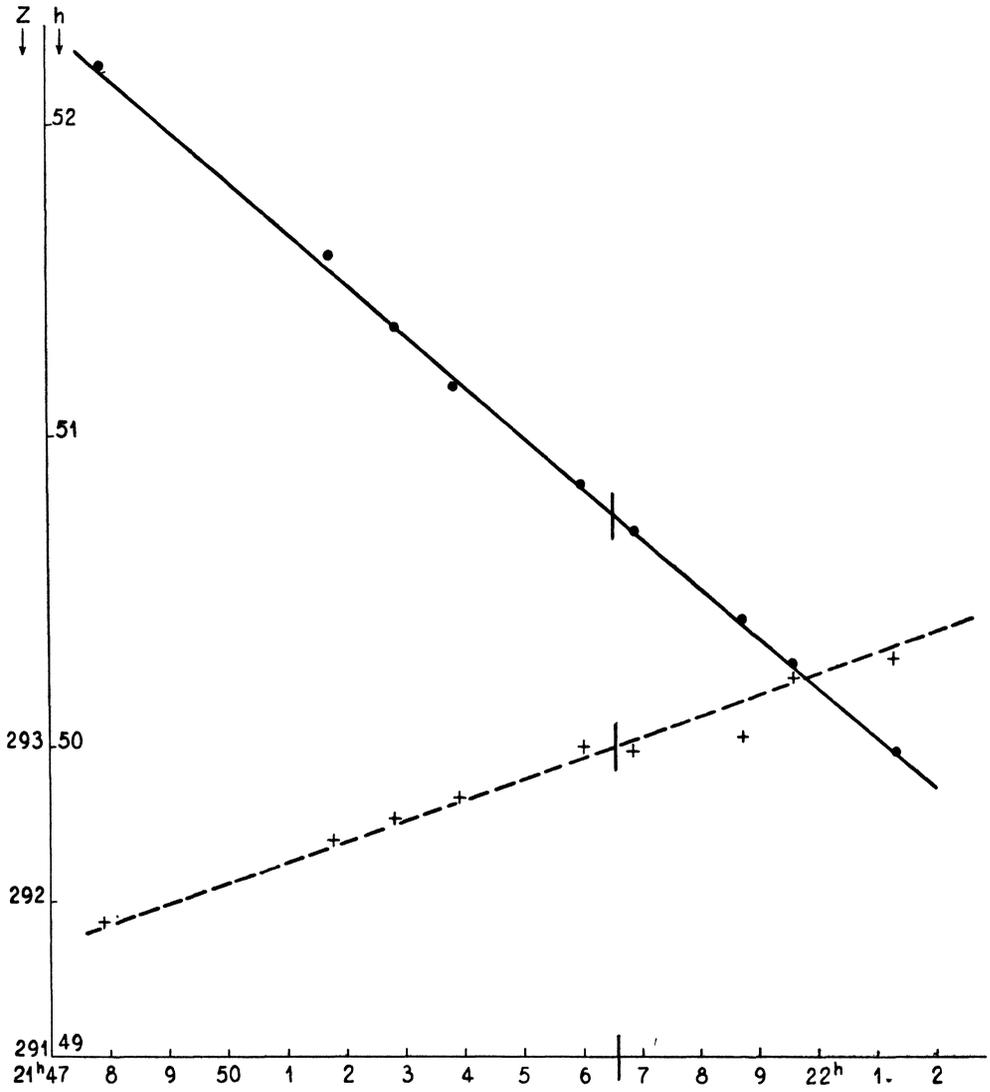


Fig. 81. — *La Chèvre*, 23 mars 1944

AV = 281° 52'; D = + 45° 57'; $Z_t = 293^\circ$; $h_t = 50^\circ 45'$

GRAPHIQUE XXIX

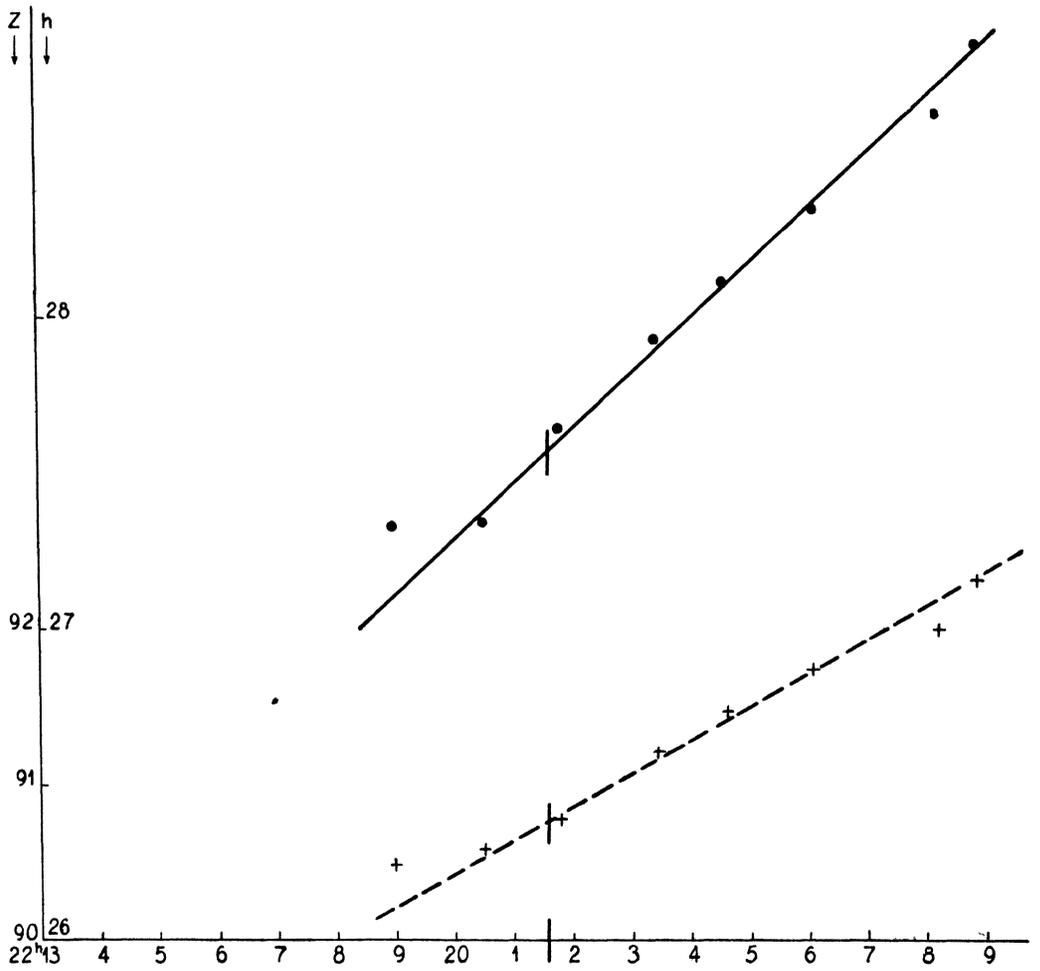


Fig. 82. — *Arcturus*

AV = 146° 43'; D = + 19° 28'; Z_t = 90° 47'; h_t = 27° 35'

Arcturus

Graphique XXIX (*fig.* 82)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
22 h 13 mn 08 s	26° 16'	90° 08'
22 h 16 mn 04 s	26° 49'	90° 49'
22 h 19 mn 00 s	27° 20'	90° 28'
22 h 20 mn 29 s	27° 21'	90° 34'
22 h 21 mn 48 s	27° 39'	90° 47'
22 h 23 mn 27 s	27° 56'	91° 13'
22 h 24 mn 36 s	28° 08'	91° 29'
22 h 26 mn 08 s	28° 22'	91° 46'
22 h 28 mn 16 s	28° 41'	92° 02'
22 h 28 mn 56 s	28° 54'	92° 20'

Saturne

Graphique XXX (*fig.* 83)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
22 h 37 mn 09 s	30° 53'	272° 14'
22 h 38 mn 32 s	30° 40'	272° 35'
22 h 39 mn 28 s	30° 31'	272° 41'
22 h 40 mn 35 s	30° 20'	272° 50'
22 h 41 mn 46 s	30° 10'	273° 08'
22 h 42 mn 48 s	29° 57'	273° 17'
22 h 45 mn 16 s	29° 36'	273° 40'
22 h 46 mn 13 s	29° 29'	273° 46'
22 h 47 mn 12 s	29° 11'	274° 15'

La Chèvre

Graphique XXXI (*fig.* 84)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
22 h 50 mn 52 s	42° 32'	298° 58'
22 h 53 mn 28 s	42° 06'	299° 14'
22 h 54 mn 20 s	41° 59'	299° 22'
22 h 55 mn 59 s	41° 40'	299° 41'
22 h 56 mn 46 s	41° 37'	299° 35'
22 h 57 mn 31 s	41° 29'	299° 47'

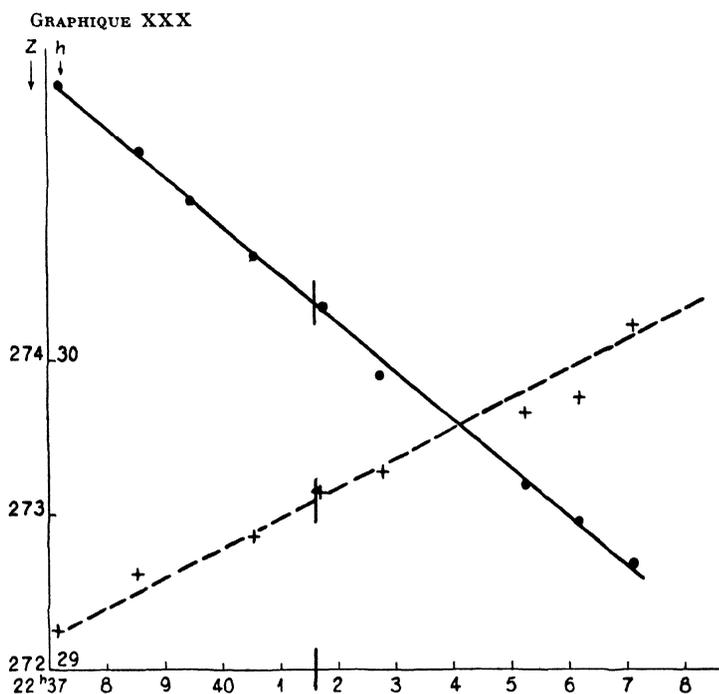


Fig. 83. — *Saturne*, 23 mars 1944
 $AV = 280^{\circ} 06'$; $D = + 22^{\circ} 02'$; $Z_l = 273^{\circ} 05'$; $h_l = 30^{\circ} 11'$

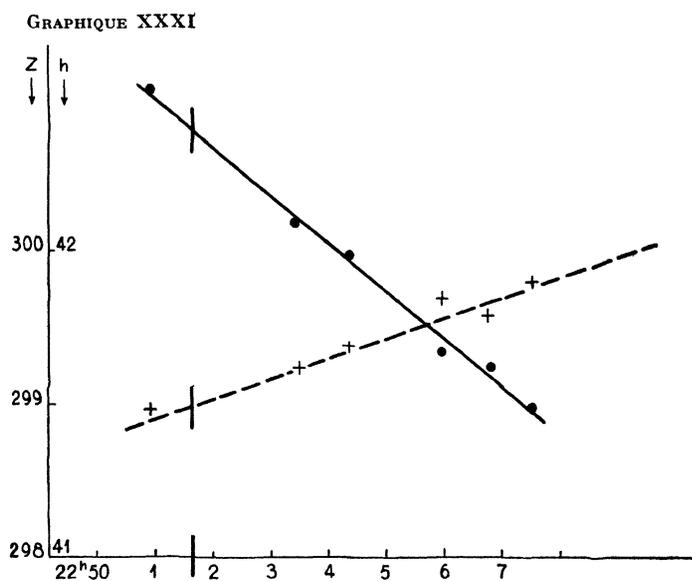


Fig. 84. — *La Chèvre*, 23 mars 1944
 $AV = 281^{\circ} 52'$; $D = + 45^{\circ} 57'$; $Z_l = 299^{\circ}$; $h_l = 42^{\circ} 24'$

Vega

Graphique XXXII (fig. 85)

Heure du chronometre	h_t	Z_t
23 h 06 mn 02 s	10° 36'	41° 15'
23 h 12 mn 07 s	11° 08'	41° 40'
23 h 13 mn 21 s	11° 17'	42° 10'
23 h 16 mn 00 s	11° 29'	42° 33'
23 h 17 mn 50 s	11° 41'	42° 26'

GRAPHIQUE XXXII

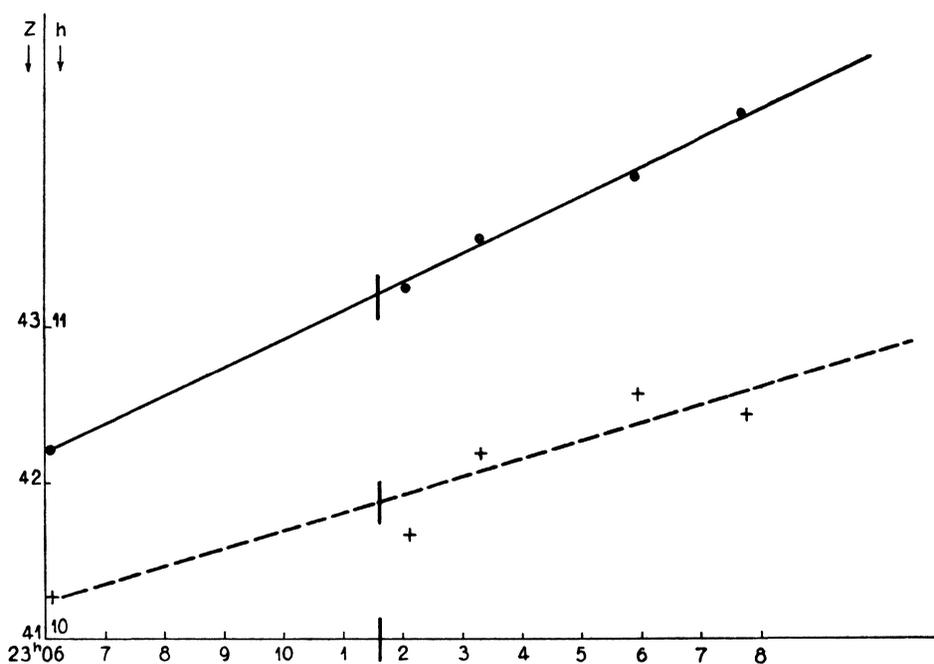


Fig. 85. — *Vega*, 23 mars 1944

AV = 81° 14'; D = + 38° 43'; $Z_t = 41° 53'$; $h_t = 11° 06'$

RÉSULTATS :

L'état du chronomètre est : — 1 mn 38 s.

Jupiter

$Tm_p = 19$ h 25 mn

D = + 16° 34'

AV = 219° 32'

Corr. Z = — 1° 33'

$h_c = 51° 31'$

$h_0 = \underline{51° 23'}$

$\varepsilon_h = + 0° 08'$

$Z_c = 138°$

$Z_0 = \underline{137° 17'}$

$\varepsilon_z = + 0° 43'$

Procyon

$$Tm_p = 19 \text{ h } 45 \text{ mn}$$

$$D = + 5^\circ 22'$$

$$AV = 245^\circ 54'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 33'$$

$$h_c = 46^\circ 15'$$

$$Z_c = 188^\circ 10'$$

$$h_0 = 46^\circ 08'$$

$$Z_0 = 189^\circ 20'$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 07'$$

$$\varepsilon_z = - 1^\circ 10'$$

Jupiter

$$Tm_p = 20 \text{ h } 00 \text{ mn}$$

$$D = + 16^\circ 34'$$

$$AV = 219^\circ 32'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 32'$$

$$h_c = 54^\circ 53'$$

$$Z_c = 150^\circ 55'$$

$$h_0 = 54^\circ 46'$$

$$Z_0 = 150^\circ 45'$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 07'$$

$$\varepsilon_z = + 0^\circ 10'$$

Sirius

$$Tm_p = 20 \text{ h } 05 \text{ mn}$$

$$D = - 16^\circ 38'$$

$$AV = 259^\circ 20'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 32'$$

$$h_c = 21^\circ 07'$$

$$Z_c = 204^\circ 49'$$

$$h_0 = 21^\circ 02'$$

$$Z_0 = 206^\circ 36'$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 05'$$

$$\varepsilon_z = - 1^\circ 47'$$

Bételgeuse

$$Tm_p = 20 \text{ h } 25 \text{ mn}$$

$$D = + 7^\circ 24'$$

$$AV = 271^\circ 58'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 31'$$

$$h_c = 35^\circ 43'$$

$$Z_c = 234^\circ 35'$$

$$h_0 = 35^\circ 37'$$

$$Z_0 = 236^\circ 35'$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 06'$$

$$\varepsilon_z = - 2^\circ$$

Saturne

$$Tm_p = 20 \text{ h } 40 \text{ mn}$$

$$D = + 22^\circ 02'$$

$$AV = 280^\circ 06'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 29'$$

$$h_c = 40^\circ 06'$$

$$Z_c = 257^\circ 25'$$

$$h_0 = 39^\circ 58'$$

$$Z_0 = 260^\circ 07'$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 08'$$

$$\varepsilon_z = - 2^\circ 35'$$

La Chèvre

$$Tm_p = 20 \text{ h } 55 \text{ mn}$$

$$D = + 45^\circ 57'$$

$$AV = 281^\circ 52'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 27'$$

$$h_c = 50^\circ 52'$$

$$Z_c = 288^\circ 55'$$

$$h_0 = 50^\circ 42'$$

$$Z_0 = 291^\circ 33'$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 10'$$

$$\varepsilon_z = - 2^\circ 38'$$

Arcturus

$$Tm_p = 21 \text{ h } 20 \text{ mn}$$

$$D = + 19^\circ 28'$$

$$AV = 146^\circ 43'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 23'$$

$$h_c = 27^\circ 46'$$

$$Z_c = 91^\circ 43'$$

$$h_0 = 27^\circ 32'$$

$$Z_0 = 89^\circ 24'$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 14'$$

$$\varepsilon_z = + 2^\circ 19'$$

Saturne

$$Tm_p = 21 \text{ h } 40 \text{ mn}$$

$$D = + 22^\circ 02'$$

$$AV = 280^\circ 06'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 19'$$

$$h_c = 30^\circ 16'$$

$$Z_c = 269^\circ 34'$$

$$h_0 = 30^\circ 09'$$

$$Z_0 = 271^\circ 46'$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 07'$$

$$\varepsilon_z = - 2^\circ 12'$$

La Chèvre

$$Tm_p = 21 \text{ h } 20 \text{ mn}$$

$$D = + 45^{\circ} 57'$$

$$AV = 281^{\circ} 52'$$

$$\text{Corr. Z} = - 1^{\circ} 17'$$

$$h_c = 42^{\circ} 27'$$

$$Z_c = 295^{\circ} 40'$$

$$h_0 = \underline{42^{\circ} 21'}$$

$$Z_0 = \underline{297^{\circ} 43'}$$

$$\varepsilon_h = + 0^{\circ} 06'$$

$$\varepsilon_z = - 2^{\circ} 03'$$

Vega

$$Tm_p = 22 \text{ h } 10 \text{ mn}$$

$$D = + 38^{\circ} 43'$$

$$AV = 81^{\circ} 14'$$

$$\text{Corr. Z} = - 1^{\circ} 12'$$

$$h_c = 11^{\circ} 09'$$

$$Z_c = 42^{\circ} 02'$$

$$h_0 = \underline{11^{\circ} 01'}$$

$$Z_0 = \underline{40^{\circ} 41'}$$

$$\varepsilon_h = + 0^{\circ} 08'$$

$$\varepsilon_z = + 1^{\circ} 21'$$

J'ai groupé, d'une part, tous les points obtenus, grâce aux mesures des 13, 15, 17 et 23 mars 1944, qui m'ont permis de dessiner le graphique XXXX (*fig.* 86). Il se confirmait que cette courbe semblait être une sinusoïde ayant ses ordonnées maxima aux environs des abscisses 90 et 270° et valant environ $2^{\circ} 20'$ en valeur absolue. Il semblait donc bien qu'il s'agissait d'une erreur du genre excentricité. Étant donné que cette erreur s'annule aux environs de 0° et est maximum *grosso modo* à l'est et à l'ouest, il est probable que cette erreur, étant très importante, n'était pas due à une excentricité de la couronne graduée par rapport à son centre, mais plutôt au dispositif de nivellement : bulle et système optique correspondant. En effet, étant donné que les mesures étaient assez bonnes en hauteur, on pouvait en déduire que ce système était tel qu'il déterminait un plan de visée de l'astre observé, sensiblement vertical; on pouvait donc admettre, de façon à peu près certaine, que la direction dans laquelle on voyait la bulle était sensiblement dans le plan vertical de visée de l'astre observé, mais, dans ce même plan, cette direction devait être nettement inclinée sur la verticale, causant ainsi l'erreur d'excentricité mise en évidence par les mesures précédentes.

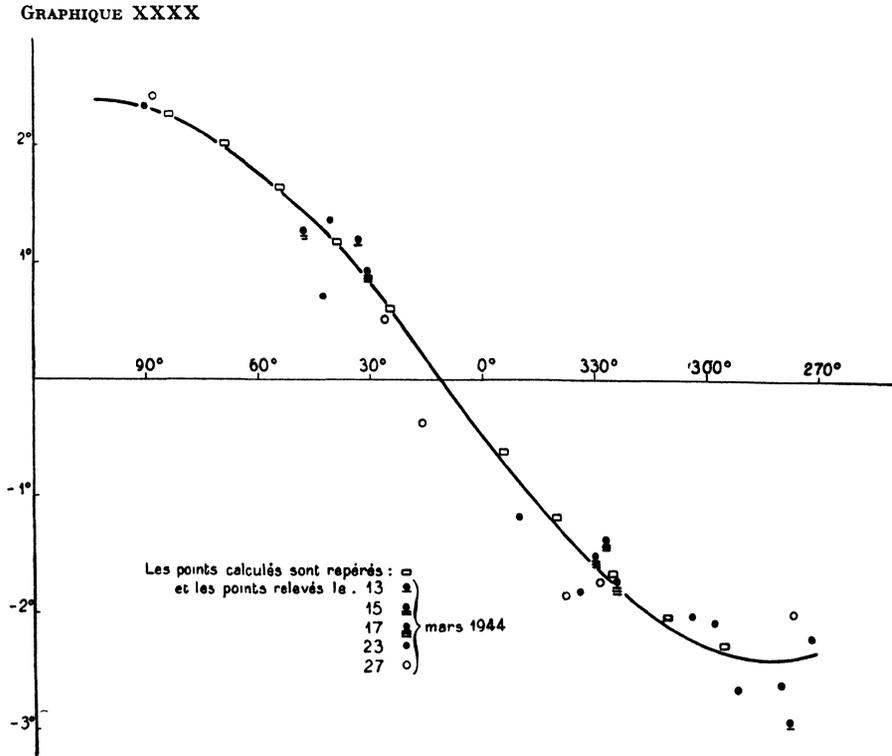


Fig. 86. — Erreurs en azimut

Le phénomène est traduit par la *figure 87* qui permet d'écrire les résultats suivants :

Soit h la hauteur de la Polaire, Z l'azimut lu sur la graduation (azimut erroné), on a :

Triangle ZZ_1H :

$$\cotg \omega \sin \frac{\pi}{2} - \cotg H \sin Z = \cos \frac{\pi}{2} \cos Z$$

ou :

$$(1) \quad \cotg \omega - \cotg H \sin Z = 0$$

Triangle ZAH (A étant l'étoile Polaire) :

$$\cotg \left(\frac{\pi}{2} - h \right) \sin \frac{\pi}{2} - \cotg H \sin dZ = \cos \frac{\pi}{2} \cos dZ$$

ou :

$$(2) \quad \tanh - \cotg H \sin dZ = 0$$

en divisant (1) par (2), membre à membre, on a :

$$\frac{\cotg \omega}{\tanh} = \frac{\sin Z}{\sin dZ}$$

et, en appliquant la formule des quatre éléments consécutifs :

$$\cotg\left(\frac{\pi}{2} - h\right) \sin \frac{\pi}{2} - \cotg \omega \sin dZ = \cos \frac{\pi}{2} \cos dZ,$$

soit :

$$\tgh - \cotg \omega \sin dZ = 0,$$

ou :

$$(3) \quad \sin dZ = \tgh \tg \omega.$$

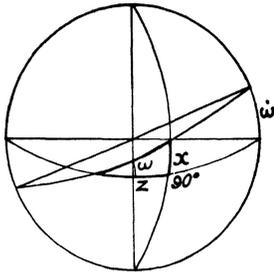


Fig. 89

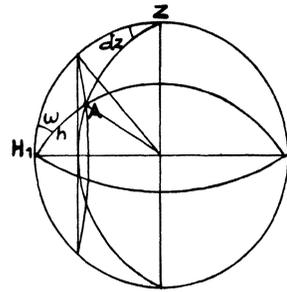


Fig. 90

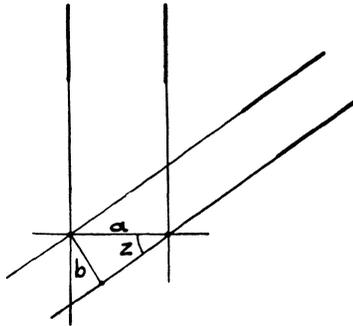


Fig. 91

D'autre part, calculons l'angle que fait l'axe du miroir avec l'horizontale pour un azimut Z quelconque, la *figure* 89 nous donne :

$$\cotg x \sin Z - \cotg \omega \sin \frac{\pi}{2} = \cos Z \cos \frac{\pi}{2},$$

$$\cotg x \sin Z - \cotg \omega = 0,$$

soit :

$$\frac{\sin Z}{\tg x} - \frac{1}{\tg \omega} = 0,$$

$$\tg x = \tg \omega \sin Z.$$

Si on remplace ω par x dans (3), on a :

$$\sin dZ = \sin Z \operatorname{tg} h \operatorname{tg} \omega,$$

formule trouvée directement plus haut.

On peut également retrouver sensiblement la formule de la façon suivante :

En nous plaçant dans le cas du maximum d'erreur, et en supposant qu'on ait affaire à une lunette de visée au lieu du miroir d'azimut, la *figure 90* où :

$$H_1 A = h \quad H_1 Z = \frac{\pi}{2} \quad \hat{H}_1 = \omega \quad \hat{Z} = dZ,$$

donne :

$$\operatorname{cotg} h \sin \frac{\pi}{2} - \operatorname{cotg} dZ \sin \omega = \cos \frac{\pi}{2} \cos \omega,$$

soit :

$$\frac{1}{\operatorname{tg} h} - \frac{\sin \omega}{\operatorname{tg} dZ} = 0,$$

ou

$$\operatorname{tg} dZ = \sin \omega \operatorname{tg} h,$$

dZ et ω étant petits, ceci peut s'écrire :

$$dZ = \omega \operatorname{tg} h,$$

ou

$$\sin dZ = \operatorname{tg} \omega \operatorname{tg} h.$$

La *figure 91*, qui traduit le phénomène en plan, nous montre que cette erreur, pour un azimut Z quelconque, est multipliée par le sinus de cet azimut, ce qui nous permet de retrouver la formule :

$$\sin dZ = \sin Z \operatorname{tg} h \operatorname{tg} \omega.$$

Nous remarquons, par ailleurs, que les erreurs en hauteur sont relativement fortes et toutes négatives. Le sextant vérifié révéla une erreur constante de décalage à l'origine égale à $- 6'$.

J'ai effectué encore une nouvelle série de mesures, pour vérifier une dernière fois que ces points nouveaux expérimentaux étaient bien au voisinage de ceux qu'on avait déjà trouvés lors des mesures des 13, 15, 17 et 23 mars.

Cinquième série de mesures (27 mars 1944).

Astres observés : *Jupiter, Procyon, Saturne, La Chèvre, Arcturus*

Jupiter

Graphique XXXIII (*fig. 92*)

Heure du chronomètre	h_i	z_i
20 h 44 mn 50 s	54° 53'	332° 51'
20 h 46 mn 55 s	55° 03'	333° 21'
20 h 48 mn 45 s	55° 10'	334° 20'
20 h 49 mn 57 s	55° 13'	335° 01'
20 h 51 mn 58 s	55° 24'	335° 20'

Procyon

Graphique XXXIV (*fig. 93*)

Heure du chronomètre	h_i	z_i
21 h 00 mn 14 s	44° 52'	22° 25'
21 h 02 mn 28 s	44° 45'	23° 13'
21 h 03 mn 59 s	44° 42'	23° 32'
21 h 05 mn 25 s	44° 39'	24° 00'
21 h 06 mn 21 s	44° 37'	24° 31'

Jupiter

Graphique XXXV (*fig. 94*)

Heure du chronomètre	h_i	z_i
21 h 09 mn 31 s	56° 28'	343° 37'
21 h 11 mn 01 s	56° 38'	344° 06'
21 h 12 mn 13 s	56° 39'	344° 32'
21 h 13 mn 52 s	56° 43'	345° 16'
21 h 16 mn 17 s	56° 52'	346° 09'

Procyon

Graphique XXXVI (*fig. 95*)

Heure du chronomètre	h_i	z_i
21 h 21 mn 07 s	43° 35'	29° 13'
21 h 23 mn 25 s	43° 26'	30° 18'
21 h 24 mn 45 s	43° 18'	30° 22'
21 h 26 mn 02 s	43° 12'	31° 09'
21 h 27 mn 18 s	43° 10'	31° 12'
21 h 28 mn 33 s	43° 00'	31° 53'

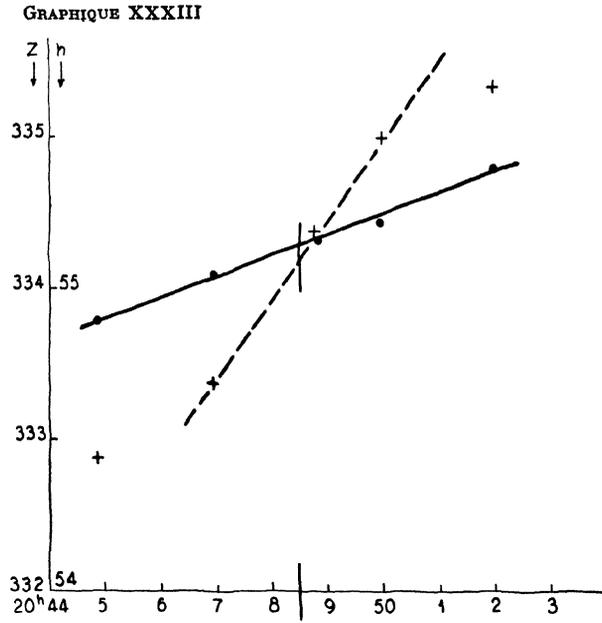


Fig. 92. — *Jupiter*, 27 mars 1944
 $AV = 219^{\circ} 46'$; $D = + 16^{\circ} 38'$;
 $Z_i = 334^{\circ} 10' - 180^{\circ} = 154^{\circ} 10'$; $h_i = 55^{\circ} 08'$

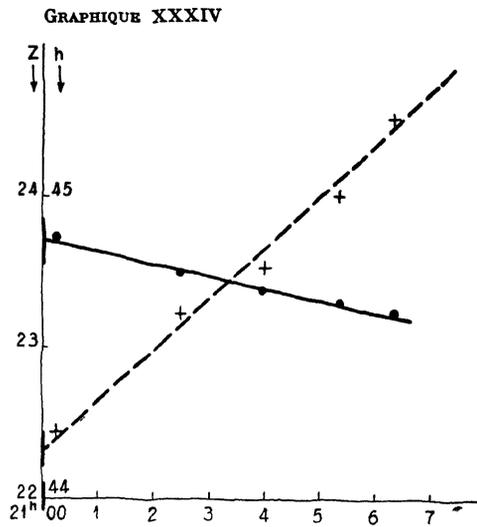


Fig. 93. — *Procyon*, 27 mars 1944
 $AV = 245^{\circ} 54'$; $D = + 5^{\circ} 22'$;
 $Z_i = 22^{\circ} 20' + 180^{\circ} = 202^{\circ} 20'$; $h_i = 44^{\circ} 51'$

GRAPHIQUE XXXV

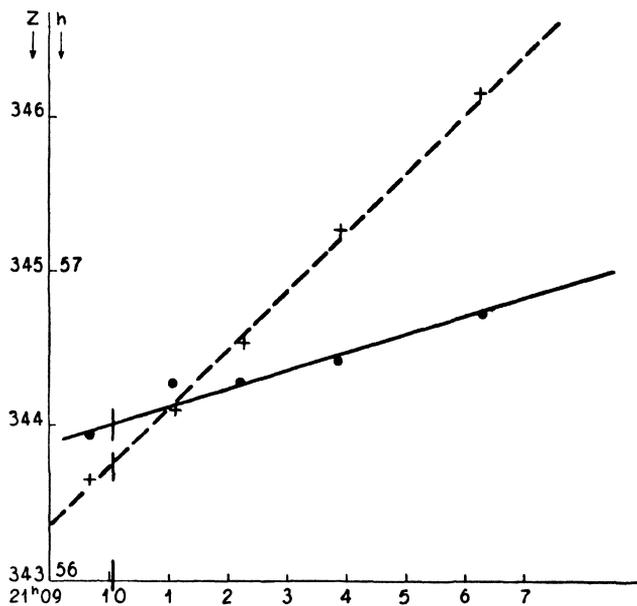


Fig. 94. — *Jupiter*, 27 mars 1944
 $AV = 219^{\circ} 46'$; $D = + 16^{\circ} 38'$;
 $Z_t = 343^{\circ} 44' - 180^{\circ} = 163^{\circ} 44'$; $h_t = 56^{\circ} 30'$

GRAPHIQUE XXXVI

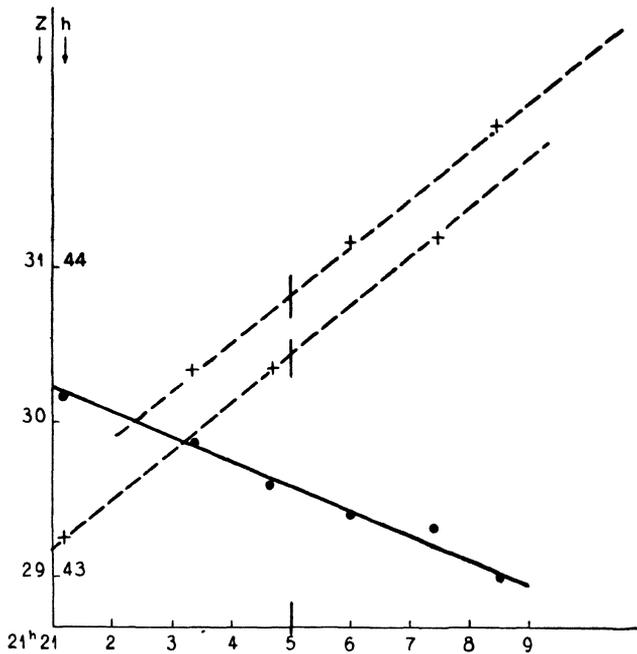


Fig. 95. — *Procyon*, 27 mars 1944
 $AV = 245^{\circ} 54'$; $D = + 5^{\circ} 22'$;
 $Z_{t_1} = 30^{\circ} 48' + 180^{\circ} = 210^{\circ} 48'$ } $210^{\circ} 37'$; $h_t = 43^{\circ} 17'$
 $Z_{s_1} = 30^{\circ} 26' + 180^{\circ} = 210^{\circ} 26'$ }

GRAPHIQUE XXXVII

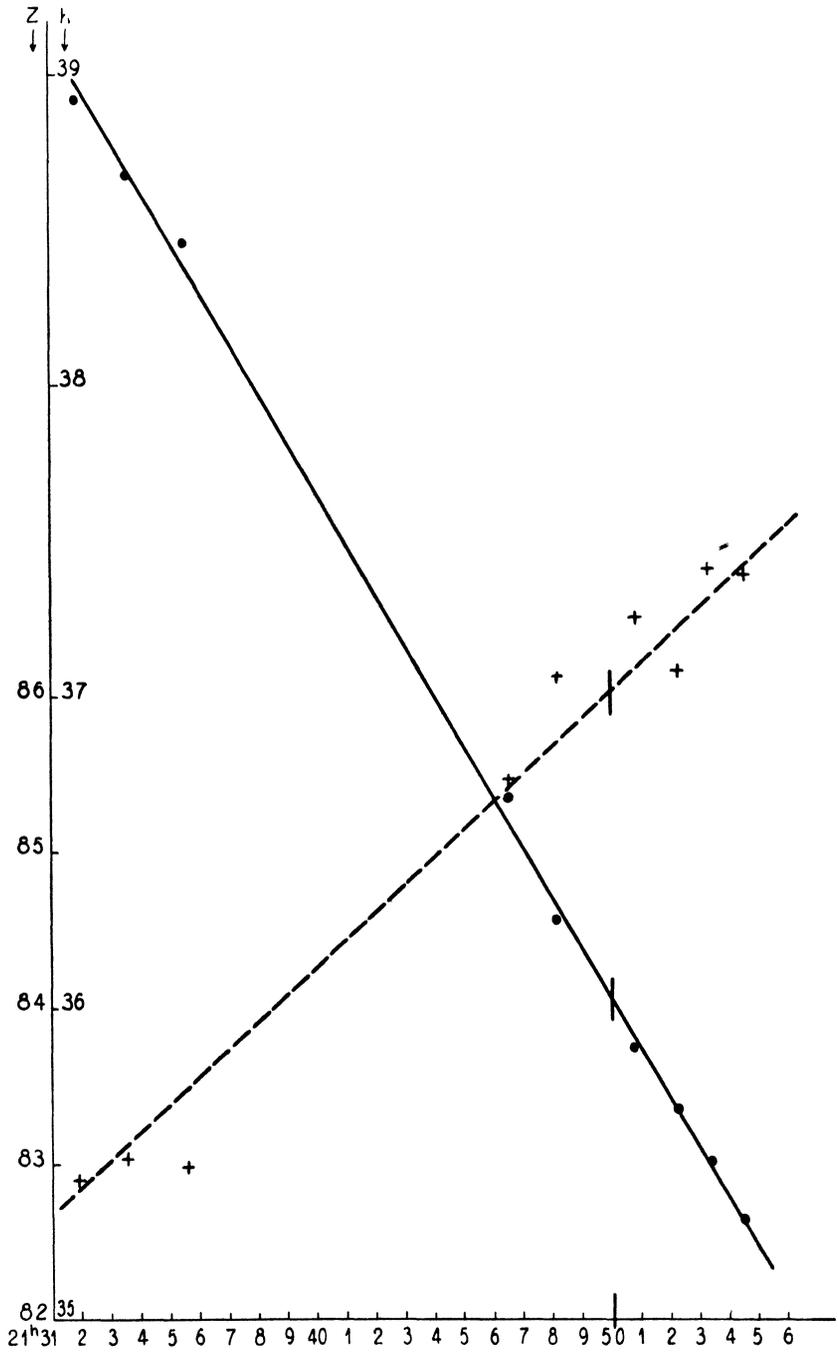


Fig. 96. — Saturne, 27 mars 1944
 $AV = 279^{\circ} 50'$; $D = +22^{\circ} 04'$;
 $Z_i = 86^{\circ} 04' + 180^{\circ} = 266^{\circ} 04'$; $h_i = 36^{\circ} 02'$

Saturne

Graphique XXXVII (*fig. 96*)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
21 h 31 mn 59 s	38° 55'	82° 51'
21 h 33 mn 37 s	38° 41'	83° 02'
21 h 35 mn 33 s	38° 28'	82° 58'
21 h 46 mn 37 s	36° 36'	85° 28'
21 h 48 mn 16 s	36° 18'	86° 08'
21 h 50 mn 54 s	35° 52'	86° 32'
21 h 52 mn 13 s	35° 41'	86° 12'
21 h 53 mn 25 s	35° 30'	86° 50'
21 h 54 mn 29 s	35° 19'	86° 48'

La Chèvre

Graphique XXXVIII (*fig. 97*)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
21 h 57 mn 28 s	47° 55'	294° 49'
21 h 58 mn 56 s	47° 40'	295° 24'
22 h 00 mn 36 s	47° 32'	295° 15'
22 h 01 mn 58 s	47° 16'	295° 18'
22 h 03 mn 05 s	47° 09'	295° 37'
22 h 04 mn 14 s	46° 55'	295° 42'

Arcturus

Graphique XXXIX (*fig. 98*)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
22 h 09 mn 57 s	28° 31'	271° 53'
22 h 11 mn 46 s	28° 45'	272° 04'
22 h 12 mn 59 s	29° 01'	272° 48'
22 h 14 mn 12 s	29° 12'	272° 32'
22 h 15 mn 19 s	29° 22'	273° 32'
22 h 16 mn 14 s	29° 41'	273° 02'
22 h 17 mn 27 s	29° 48'	273° 44'

GRAPHIQUE XXXVIII

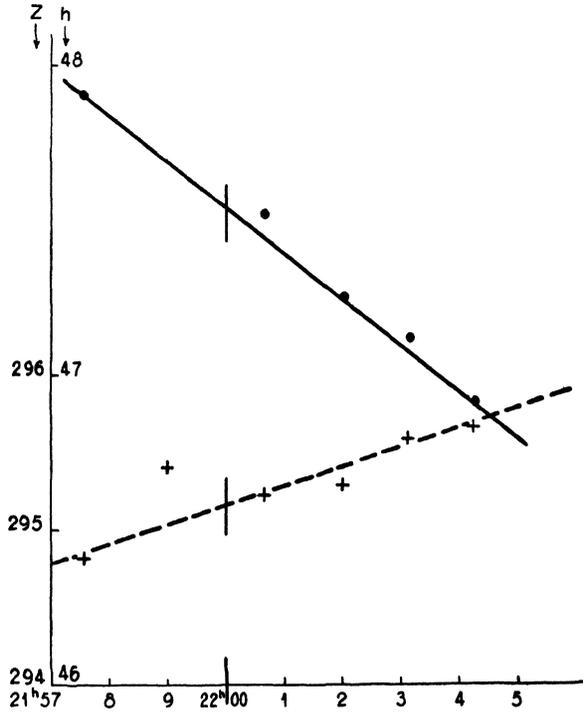


Fig. 97. - *La Chèvre*, 27 mars 1944

$AV = 281^{\circ} 52'$; $D = + 45^{\circ} 57'$; $Z_i = 295^{\circ} 10'$; $h_i = 47^{\circ} 33'$

GRAPHIQUE XXXIX

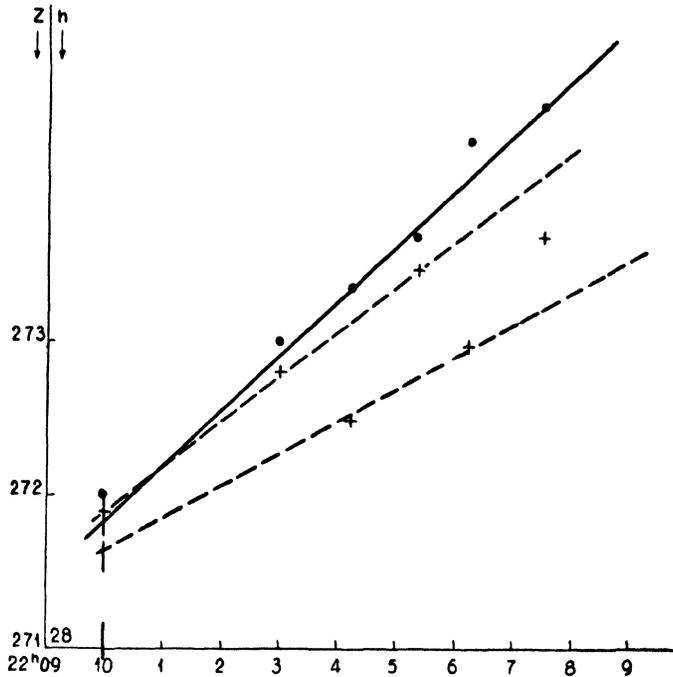


Fig. 98. - *Arcturus*, 27 mars 1944

$AV = 146^{\circ} 43'$; $D = + 19^{\circ} 28'$;
 $Z_{i1} = 271^{\circ} 54' - 180^{\circ} = 91^{\circ} 54'$
 $Z_{s1} = 271^{\circ} 40' - 180^{\circ} = 91^{\circ} 40'$ } $91^{\circ} 47'$; $h_i = 28^{\circ} 26'$

RÉSULTATS :

Jupiter

$$\begin{aligned} Tm_p &= 19 \text{ h } 48 \text{ mn } 25 \text{ s} \\ D &= + 16^\circ 38' \\ AV &= 219^\circ 46' \\ \text{Corr. Z} &= - 1^\circ 32' \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} h_c = 55^\circ 23' & Z_c = 153^\circ 09' \\ h_0 = \underline{55^\circ 05'} & Z_0 = \underline{152^\circ 38'} \\ \varepsilon_h = + 0^\circ 18' & \varepsilon_z = + 0^\circ 31' \end{array}$$

Procyon

$$\begin{aligned} Tm_p &= 20 \text{ h} \\ D &= + 5^\circ 22' \\ AV &= 245^\circ 54' \\ \text{Corr. Z} &= - 1^\circ 31' \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} h_c = 45^\circ 04' & Z_c = 198^\circ 59' \\ h_0 = \underline{44^\circ 48'} & Z_0 = \underline{200^\circ 49'} \\ \varepsilon_h = + 0^\circ 16' & \varepsilon_z = - 1^\circ 50' \end{array}$$

Jupiter

$$\begin{aligned} Tm_p &= 20 \text{ h } 10 \text{ mn} \\ D &= + 16^\circ 38' \\ AV &= 219^\circ 46' \\ \text{Corr. Z} &= - 1^\circ 31' \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} h_c = 56^\circ 42' & Z_c = 161^\circ 51' \\ h_0 = \underline{56^\circ 29'} & h_0 = \underline{162^\circ 13'} \\ \varepsilon_h = + 0^\circ 13' & \varepsilon_z = - 0^\circ 22' \end{array}$$

Procyon

$$\begin{aligned} Tm_p &= 20 \text{ h } 25 \text{ mn} \\ D &= + 5^\circ 22' \\ AV &= 245^\circ 54' \\ \text{Corr. Z} &= - 1^\circ 30' \end{aligned}$$

$$\begin{array}{lll} h_c = 43^\circ 26' & Z_c = 207^\circ 24' & Z_e = 207^\circ 24' \\ h_0 = \underline{43^\circ 14'} & Z_0 = \underline{209^\circ 18'} & Z_0 = \underline{208^\circ 56'} \\ \varepsilon_h = + 0^\circ 12' & \varepsilon_z = - 1^\circ 54' & \varepsilon_z = - 1^\circ 32' \end{array}$$

$$\varepsilon_z = - 1^\circ 43'$$

Saturne

$$Tm_p = 20 \text{ h } 50 \text{ mn}$$

$$D = + 22^\circ 04'$$

$$AV = 279^\circ 50'$$

$$\text{Corr. Z} = - 1^\circ 25'$$

$$h_c = 36^\circ 06'$$

$$Z_c = 262^\circ 38'$$

$$h_0 = \underline{36^\circ 01'}$$

$$Z_0 = \underline{264^\circ 39'}$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 05'$$

$$\varepsilon_z = - 2^\circ 01'$$

La Chèvre

$$Tm_p = 21 \text{ h}$$

$$D = + 45^\circ 57'$$

$$AV = 281^\circ 52'$$

$$\text{Corr. Z} = - 1^\circ 24'$$

$$h_c = 47^\circ 38'$$

$$Z_c = 291^\circ 29'$$

$$h_0 = \underline{47^\circ 30'}$$

$$Z_0 = \underline{293^\circ 46'}$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 08'$$

$$\varepsilon_z = - 2^\circ 17'$$

Arcturus

$$Tm_p = 21 \text{ h } 10 \text{ mn}$$

$$D = + 19^\circ 28'$$

$$AV = 146^\circ 43'$$

$$\text{Corr. Z} = - 1^\circ 22'$$

$$h_c = 28^\circ 42'$$

$$Z_c = 92^\circ 50'$$

$$Z_c = 92^\circ 50'$$

$$h_0 = \underline{28^\circ 24'}$$

$$Z_0 = \underline{90^\circ 32'}$$

$$Z_0 = \underline{90^\circ 18'}$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 18'$$

$$Z = + 2^\circ 18'$$

$$Z = + 2^\circ 32'$$

$$\varepsilon_z = + 2^\circ 25'$$

Portés sur la courbe du graphique XXXX (*fig 86*), ces points se placent tous au voisinage de cette courbe, ce qui vient confirmer, encore une fois, l'hypothèse formulée plus haut sur l'erreur de la position du niveau à bulle par rapport au plan horizontal de l'axe du miroir d'azimut

J'ai pris alors contact avec M. SIBEL, Chef des Etudes à l'Institut Géographique National, pour établir point par point la courbe d'erreur du sextant en azimut, afin de pouvoir exploiter les 21 mesures effectuées avec l'instrument, aux dates indiquées plus haut.

Cette vérification fut faite les 13 et 14 avril 1944

Je me suis servi, à l'Institut Géographique National, du plateau PRAIN qui, gradué en grades, permet la mesure facile des milligrades. Un montage effectué, grâce à l'obligeance de M. SEIBEL, m'a permis de faire des mesures d'angle tous les 10 grades avec un astre fictif fixe (point lumineux à l'horizon et à l'infini), et une Polaire fictive (théodolite) orientée en hauteur à $55 \text{ gr } 37 = 49^\circ 50'$ (hauteur moyenne de la Polaire à Paris).

J'ai obtenu les résultats suivants :

Pour une position quelconque, mais bien déterminée de la Polaire fictive, j'ai mesuré, grâce à un théodolite de Wild, l'angle qui séparait les verticaux de l'astre fictif et de la Polaire fictive. J'ai trouvé :

Angle théodolite	: 362 gr 93 10
Angle point	: 261 gr 95 76
Différence	: 100 gr 97 34

Répétée, cette opération donna :

Angle théodolite	: 397 gr 66 60
Angle point	: 296 gr 68 92
Différence	: 100 gr 97 68

En moyenne, la différence vaut donc 100 gr 97 51, soit $90^\circ 58'$.

Nous notons que le plateau Prain indique à ce moment 20 gr.

Les résultats des différentes mesures sont consignées dans le tableau ci-après.

Ces erreurs, portées sur le graphique, donnent la courbe XXXXI (*fig. 99*).

La dispersion que nous constatons importante est due à plusieurs causes :

1° Pour ne pas immobiliser le plateau Prain trop longtemps, j'ai effectué la lecture des rotations de ce plateau sur des graduations rondes de grades directement sur le fil, repère des grades et décigrades, sans utiliser le vernier ;

2° Le théodolite, utilisé comme Polaire, donnait une image à l'infini d'un cercle lumineux sur lequel se détachait très mal le réticule, ce qui imposait une appréciation à l'œil du centre de ce cercle ou, tout au moins, de son diamètre vertical.

Dans tous les cas, compte tenu de cette dispersion, la courbe XXXXI (*fig. 99*) qui donne la valeur des erreurs en fonction de l'azimut est, sans aucun doute possible, une sinusoïde exactement axée symétriquement par rapport à la droite des erreurs nulles. Le fait qu'elle passe à 0, aux points 350 et 170° , tendait à prouver que la direction de la bulle est également inclinée par rapport au plan vertical de visée de l'astre observé. Cette légère inclinaison ne pouvait avoir d'ailleurs une influence sensible sur les mesures de hauteurs.

SEXTANT MESURES BRUTES	SEXTANT MESURES NETTES	PLATEAU GRADES	PLATEAU DEGRÉS BRUTS	PLATEAU DEGRÉS NETS	$Z_c - Z_0$
275° 36'	95° 36'	230	208°	98° 02'	+ 2° 26'
284° 32'	104° 32'	240	216°	107° 02'	+ 2° 30'
294° 20'	114° 20'	250	225°	116° 02'	+ 1° 42'
303° 10'	123° 10'	260	234°	125° 02'	+ 1° 52'
312° 50'	132° 50'	270	243°	134° 02'	+ 1° 12'
322° 09'	142° 09'	280	252°	143° 02'	+ 0° 53'
330° 52'	150° 52'	290	261°	152° 02'	+ 1° 10'
340° 28'	160° 28'	300	270°	161° 02'	+ 0° 34'
350° 10'	170° 10'	310	279°	170° 02'	— 0° 08'
359° 15'	179° 15'	320	288°	179° 02'	— 0° 13'
08° 55'	188° 55'	330	297°	188° 02'	— 0° 53'
17° 57'	197° 57'	340	306°	197° 02'	— 0° 55'
27° 28'	207° 28'	350	315°	206° 02'	— 1° 26'
45° 53'	225° 53'	370	333°	224° 02'	— 1° 51'
55° 03'	235° 03'	380	342°	233° 02'	— 2° 01'
64° 02'	244° 02'	390	351°	242° 02'	— 2° 00'
73° 07'	253° 07'	400	360°	251° 02'	— 2° 05'
82° 02'	262° 02'	10	09°	260° 02'	— 2° 00'
	271° 31'	20	18°	269° 02'	— 2° 29'
	280° 07'	30	27°	278° 02'	— 2° 05'
	288° 56'	40	36°	287° 02'	— 1° 54'
	297° 42'	50	45°	296° 02'	— 1° 40'
	306° 32'	60	54°	305° 02'	— 1° 30'
	315° 11'	70	63°	314° 02'	— 1° 09'
	324° 20'	80	72°	323° 02'	— 1° 18'
	332° 36'	90	81°	332° 02'	— 0° 34'
	341° 17'	100	90°	341° 02'	— 0° 15'
	350° 24'	110	99°	350° 02'	— 0° 22'
	358° 57'	120	108°	359° 02'	+ 0° 05'
	07° 24'	130	117°	8° 02'	+ 0° 38'
	16° 20'	140	126°	17° 02'	+ 0° 42'
	29° 08'	155	139° 5	30° 32'	+ 1° 24'
	42° 09'	170	153°	44° 02'	+ 1° 53'
	51° 31'	180	162°	53° 02'	+ 1° 31'
	60° 02'	190	171°	62° 02'	+ 2°
	68° 49'	200	180°	71° 02'	+ 2° 13'
	78° 18'	210	189°	80° 02'	+ 1° 44'
	87° 20'	220	198°	89° 02'	+ 1° 42'

J'ai calculé par points la sinusoïde répondant à la formule trouvée plus haut et correspondant à une erreur maximum égale à celle que révèle la courbe XXXXI (*fig. 99*), à savoir $2^{\circ} 16'$. Cette courbe tracée donne le graphique XXXXII (*fig. 100*) qui se superpose presque exactement au graphique XXXXI (*fig. 99*).

L'inclinaison de la direction de la bulle sur la verticale, calculée avec cette nouvelle valeur de l'erreur, est trouvée égale à $1^{\circ} 54'$.

J'ai corrigé, grâce à cette dernière courbe (graphique XXXXII, *fig. 100*), les mesures déjà obtenues au cours du mois de mars, soit ε_z l'erreur trouvée pour chacune de ces mesures, ε'_z l'erreur trouvée grâce à la courbe (graphique XXXXII, *fig. 100*), et ε''_z la différence entre les deux valeurs ε_z et ε'_z qui donne l'erreur effective sur chacune des mesures considérées.

DATE	Z_i	Z	Z'	Z''
13-3-44	145° 26'	0° 52'	0° 55'	— 0° 03'
	260° 54'	— 2° 57'	— 2° 14'	— 0° 43'
15-3-44	130° 41'	+ 1° 17'	+ 1° 24'	— 0° 07'
23-3-44	137° 17'	+ 0° 43'	+ 1° 14'	— 0° 31'
	189° 20'	— 1° 10'	— 0° 42'	— 0° 28'
	150° 45'	+ 0° 10'	+ 0° 44'	— 0° 34'
	206° 36'	— 1° 47'	— 1° 20'	— 0° 27'
	236° 35'	— 2° 00'	— 2° 02'	+ 0° 02'
	260° 07'	— 2° 35'	— 2° 15'	— 0° 20'
	291° 33'	— 2° 38'	— 1° 54'	— 0° 44'
	89° 24'	+ 2° 19'	+ 2° 14'	+ 0° 05'
	271° 46'	— 2° 12'	— 2° 12'	0° 00'
	297° 43'	— 2° 03'	— 1° 45'	— 0° 18'
	40° 41'	+ 1° 21'	+ 1° 44'	— 0° 23'
27-3-44	152° 38'	+ 0° 31'	+ 0° 40'	— 0° 09'
	162° 13'	— 0° 22'	+ 0° 17'	— 0° 39'
	209° 18'	— 1° 32'	— 1° 25'	— 0° 07'
	264° 39'	— 2° 01'	— 2° 13'	+ 0° 12'
	293° 46'	— 2° 17'	— 1° 52'	— 0° 25'
	90° 32'	+ 2° 18'	+ 2° 12'	+ 0° 06'
	200° 49'	— 1° 50'	— 1° 10'	— 0° 40'

Nous notons, dans ce tableau, 10 mesures dont les erreurs dépassent $20'$, avec une moyenne de $32'$, et 11 mesures dont les erreurs sont inférieures à $20'$, avec une moyenne de $8'$, ce qui n'est pas excessif.

Malgré tout, la courbe construite par point aussi bien que la sinusoïde idéale dont nous venons de nous servir, ne peuvent être utilisées comme courbe

d'erreur pour l'étalonnage de l'appareil, étant donnée la dispersion qui a caractérisé l'établissement de la courbe expérimentale, dispersion dont nous avons vu les causes plus haut.

M. ARNULF, mis au courant de ces résultats, m'a conseillé de poursuivre le réglage de l'appareil jusqu'à obtention de résultats directement exploitables, ce qui consacrerait, d'une façon plus évidente, la valeur du sextant.

J'ai donc décidé de régler le sextant en corrigeant successivement toutes les causes possibles de l'erreur ainsi calculée. La maison Lepetit a donc repris le sextant pour régler tout d'abord le niveau à bulle. Pour ce faire simplement, il a été procédé au positionnement de la bulle de façon que celle-ci étant entre ses repères, la bulle d'un autre niveau sphérique, placé sur le miroir d'azimut et placé entre ses repères pour un azimut donné, reste entre ces repères quel que soit l'azimut imposé.

Ce réglage effectué, j'ai refait une série de mesures le 21 avril 1944, pour vérifier si l'erreur provenait bien de cette cause et si les mesures étaient améliorées.

Sixième série de mesures (21 avril 1944).

Astres observés : *Arcturus, Jupiter, La Chèvre*

Arcturus

Graphique XXXXIII (*fig. 101*)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
10 h 30 mn 20 s	39° 01'	285° 01'
10 h 34 mn 06 s	39° 33'	286° 00'
10 h 35 mn 29 s	39° 46'	286° 20'
10 h 36 mn 15 s	39° 52'	286° 28'
10 h 38 mn 33 s	40° 14'	287° 06'
10 h 39 mn 31 s	40° 28'	287° 09'

Jupiter

Graphique XXXXIV (*fig. 102*)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
10 h 47 mn 01 s	51° 52'	43° 41'
10 h 49 mn 32 s	51° 38'	44° 02'
10 h 52 mn 40 s	51° 16'	45° 33'
10 h 55 mn 00 s	51° 00'	46° 19'
10 h 56 mn 26 s	50° 50'	46° 19'
10 h 57 mn 35 s	50° 40'	47° 12'

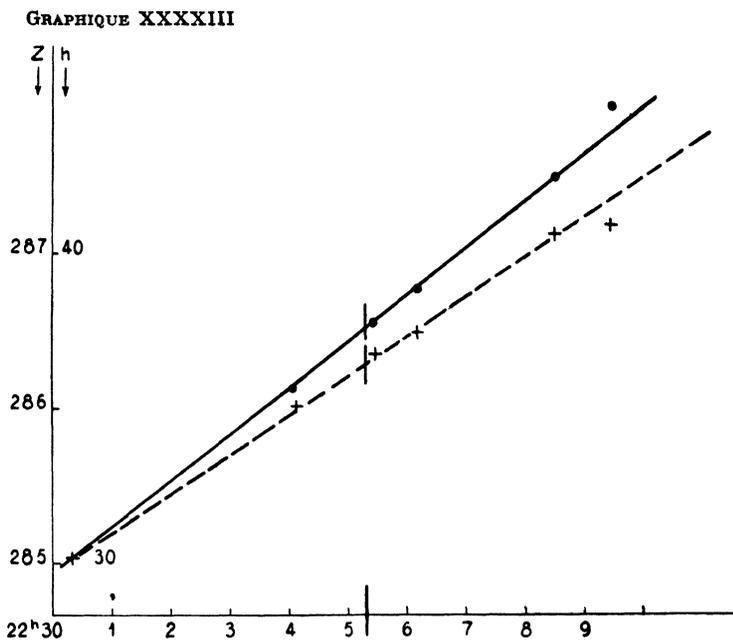


Fig. 101. — *Arcturus*, 21 avril 1944

$D = +19^{\circ} 28'$; $AV = 146^{\circ} 43'$;
 $Z_i = 286^{\circ} 17' - 180^{\circ} = 106^{\circ} 17'$; $h_i = 39^{\circ} 45'$

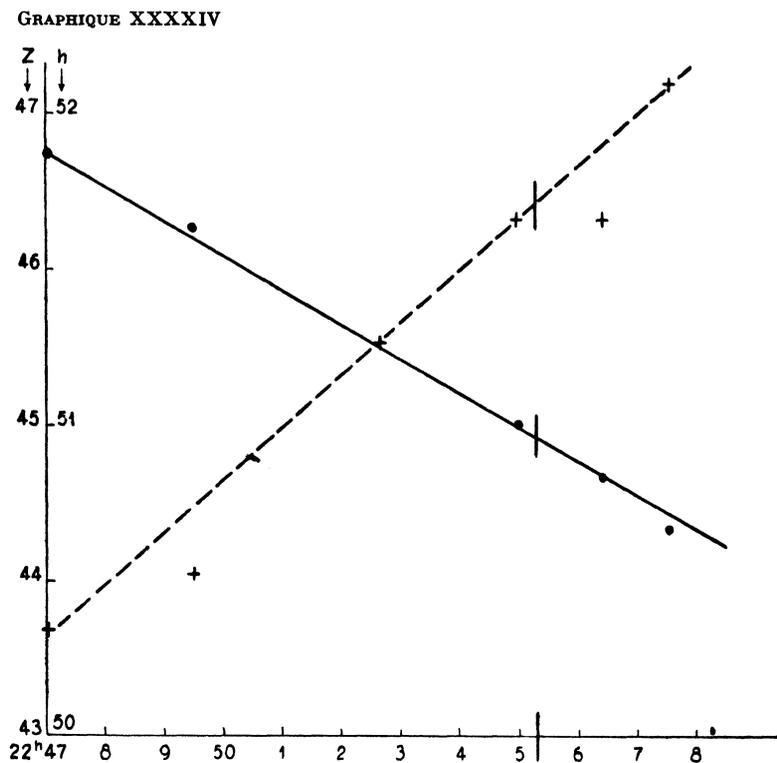


Fig. 102. — *Jupiter*, 21 avril 1944

$D = +16^{\circ} 41'$; $AV = 220^{\circ} 04'$;
 $Z_i = 46^{\circ} 25' + 180^{\circ} = 226^{\circ} 25'$; $h_i = 50^{\circ} 58'$

GRAPHIQUE XXXXI

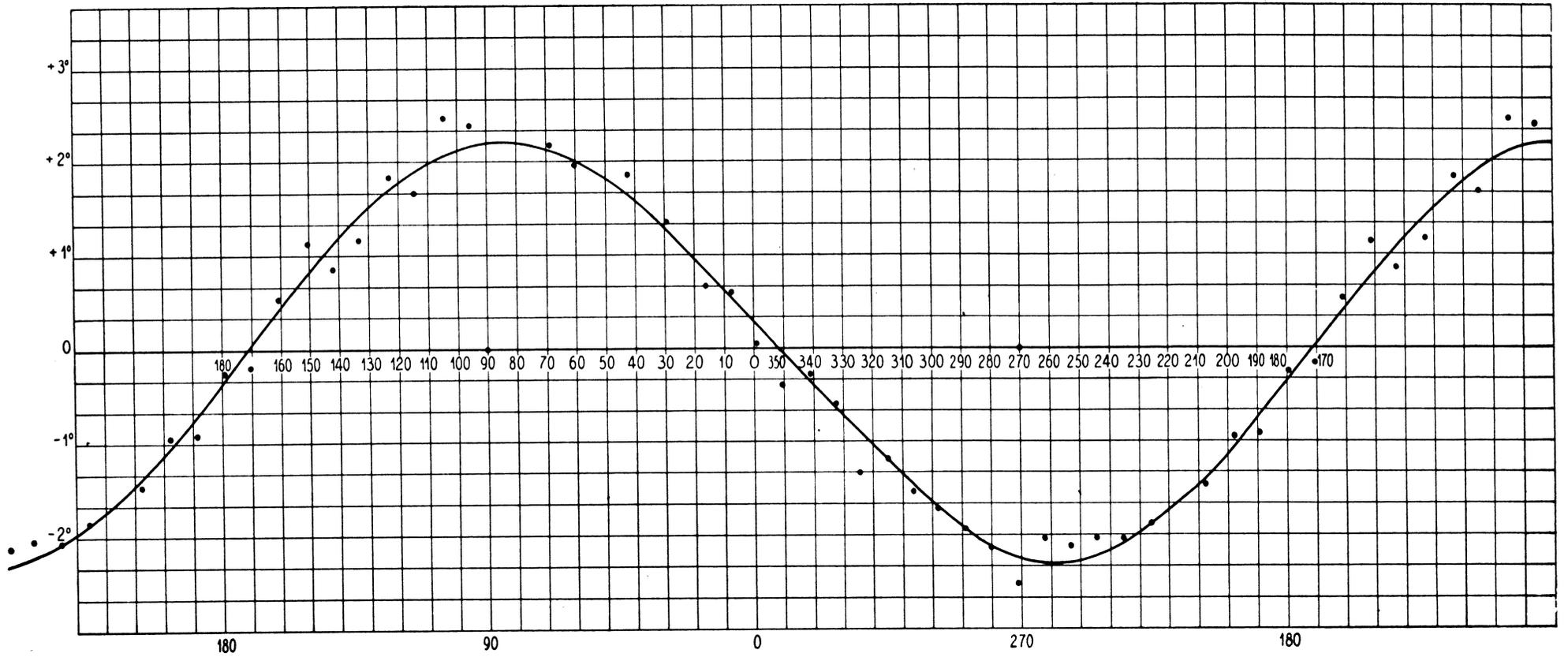


Fig. 99. - Courbe des erreurs en azimut, relevées sur le plateau Prain de l'Institut Géographique National, les 13 et 14 avril 1944

GRAPHIQUE XXXXII

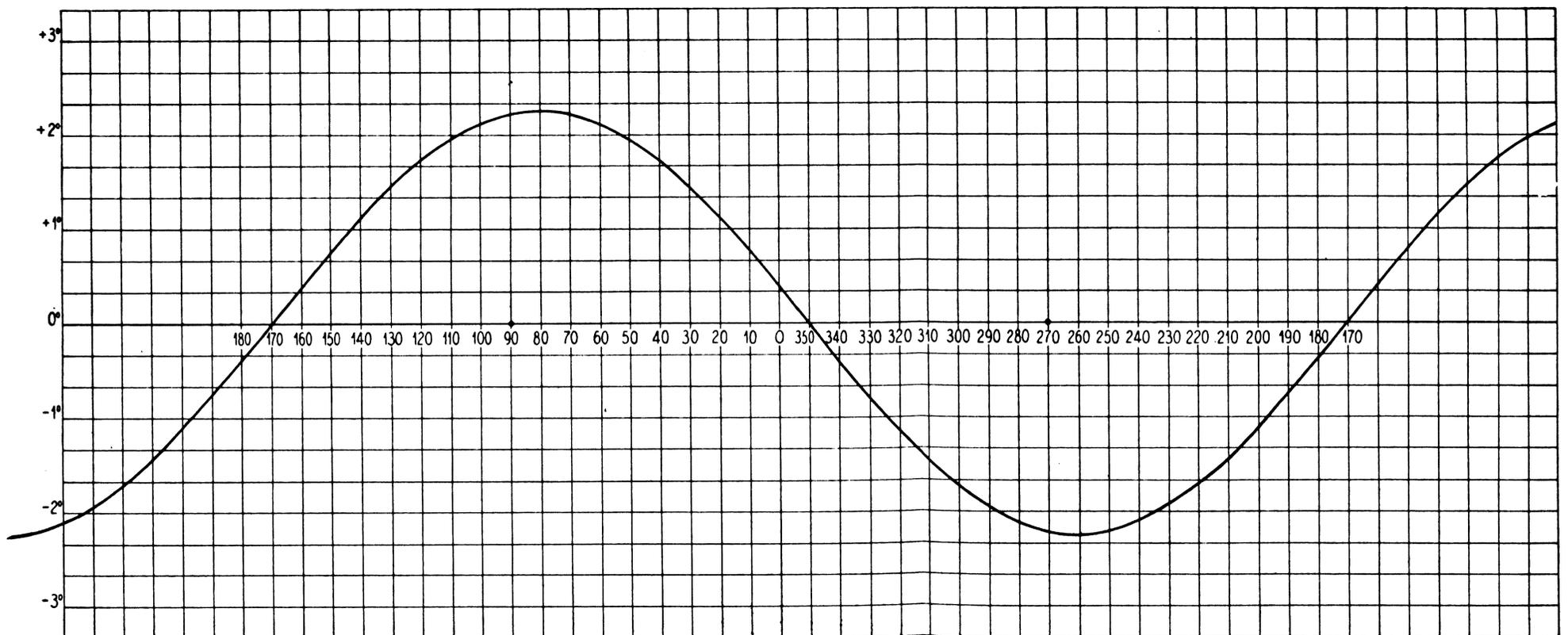


Fig. 100. - Courbe idéale des erreurs en azimut, calculée d'après les données déduites de la courbe expérimentale obtenue les 13 et 14 avril 1944 à l'Institut Géographique National

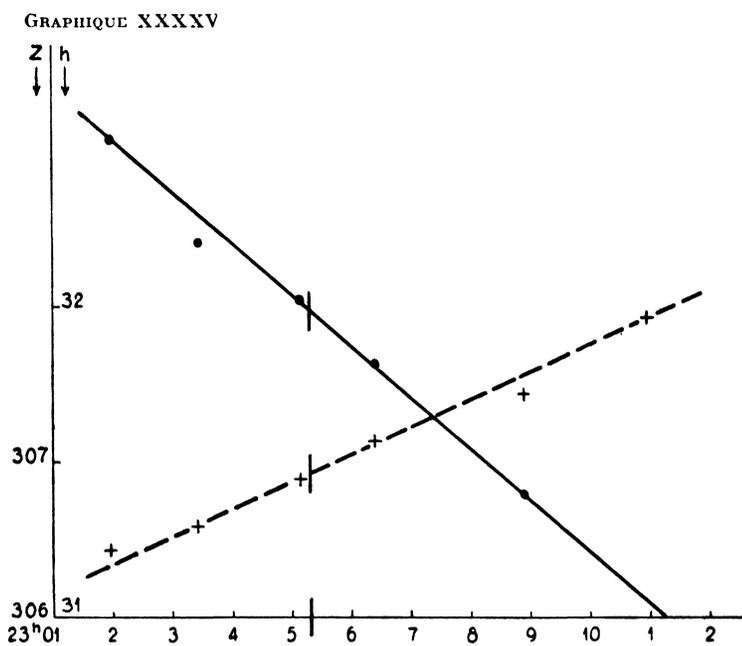


Fig. 103. — *La Chèvre*, 21 avril 1944
 $D = + 45^{\circ} 56'$; $AV = 281^{\circ} 52'$; $Z_i = 306^{\circ} 55'$; $h_i = 31^{\circ} 59'$

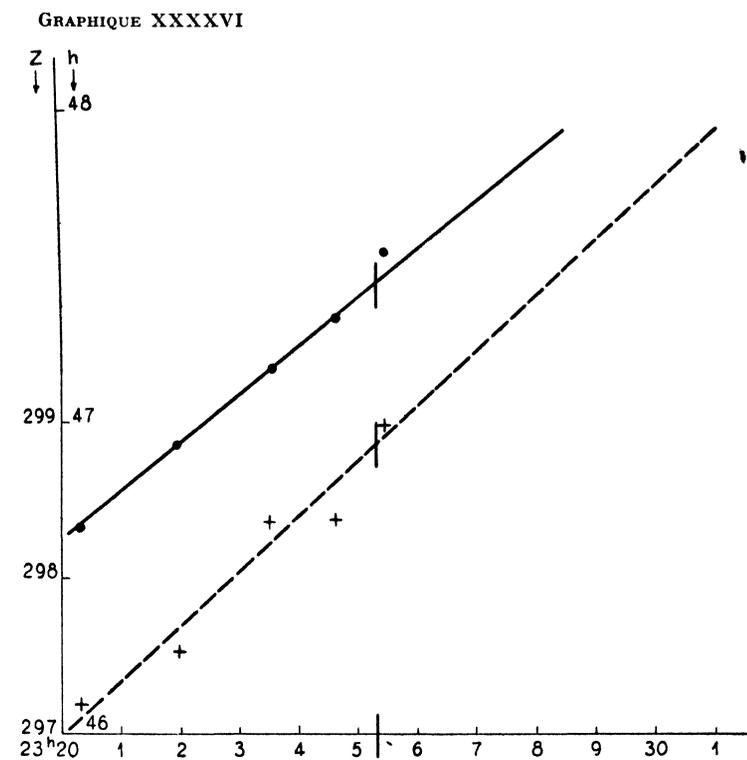


Fig. 104. — *Arcturus*, 21 avril 1944
 $D = + 19^{\circ} 28'$; $AV = 146^{\circ} 43'$;
 $Z_i = 298^{\circ} 53' - 180^{\circ} = 118^{\circ} 53'$; $h_i = 47^{\circ} 27'$

La Chèvre

Graphique XXXXV (*fig.* 103)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
11 h 02 mn 00 s	32° 32'	306° 27'
11 h 03 mn 27 s	32° 12'	306° 36'
11 h 05 mn 09 s	32° 01'	306° 54'
11 h 06 mn 25 s	31° 49'	307° 08'
11 h 08 mn 54 s	31° 24'	307° 24'
11 h 11 mn 02 s	31° 05'	307° 55'

Arcturus

Graphique XXXXVI (*fig.* 104)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
11 h 20 mn 20 s	46° 40'	297° 11'
11 h 21 mn 58 s	46° 56'	297° 32'
11 h 23 mn 30 s	47° 10'	298° 21'
11 h 24 mn 42 s	47° 20'	298° 22'
11 h 25 mn 26 s	47° 33'	298° 59'

RÉSULTATS :

Arcturus

$$Tm_p = 20 \text{ h } 40 \text{ mn}$$

$$D = + 19^\circ 28'$$

$$AV = 146^\circ 43'$$

$$\text{Corr. } Z = - 1^\circ 05'$$

$$h_c = 39^\circ 47'$$

$$Z_c = 107^\circ 06'$$

$$h_0 = 39^\circ 44'$$

$$Z_0 = 105^\circ 12'$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 03'$$

$$\varepsilon_z = + 1^\circ 54'$$

Jupiter

$$Tm_p = 21 \text{ h } 00 \text{ mn}$$

$$D = + 16^\circ 41'$$

$$AV = 220^\circ 04'$$

$$\text{Corr. } Z = - 0^\circ 59'$$

$$h_c = 50^\circ 58'$$

$$Z_c = 224^\circ 03'$$

$$h_0 = 50^\circ 55'$$

$$Z_0 = 225^\circ 26'$$

$$\varepsilon_h = + 0^\circ 03'$$

$$\varepsilon_z = - 1^\circ 23'$$

La Chèvre

$$Tm_p = 21 \text{ h } 10 \text{ mn}$$

$$D = + 45^\circ 56'$$

$$AV = 281^\circ 52'$$

$$\text{Corr. } Z = - 0^\circ 56'$$

$$h_c = 31^\circ 55'$$

$$Z_c = 305^\circ$$

$$h_0 = \underline{31^\circ 57'}$$

$$Z_0 = \underline{305^\circ 59'}$$

$$\varepsilon_h = - 0^\circ 02'$$

$$\varepsilon_z = - 0^\circ 59'$$

Arcturus

$$Tm_p = 21 \text{ h } 30 \text{ mn}$$

$$D = + 19^\circ 28'$$

$$AV = 146^\circ 43'$$

$$\text{Corr. } Z = - 0^\circ 49'$$

$$h_c = 47^\circ 21'$$

$$Z_c = 119^\circ 40'$$

$$h_0 = \underline{47^\circ 24'}$$

$$Z_0 = \underline{118^\circ 04'}$$

$$\varepsilon_h = - 0^\circ 03'$$

$$\varepsilon_z = + 1^\circ 36'$$

J'ai traduit ces résultats par le graphique XXXXVII (*fig.* 105). Ces quatre points nous montrent que les erreurs ne sont pas réduites et que la courbe d'erreur reste donc assez voisine de la courbe XXXX. Il fallait en conclure que l'erreur fondamentale provenait du système optique proprement dit. En effet, ce système comprend deux prismes : le premier, d'axe général perpendiculaire au plan de visée; le second, d'axe général parallèle au plan de visée. Tous deux pouvaient introduire des erreurs dans la direction de la bulle transversalement et longitudinalement au plan de visée, d'autant plus que chaque réflexion double l'erreur précédente. Comme il y a quatre réflexions, il y a quadruplage possible de l'erreur.

Nous avons vu que l'erreur la plus importante était celle du plan de visée. Pour réduire cette erreur, nous avons utilisé l'artifice suivant : nous avons réglé une lunette à la verticale, de façon aussi rigoureuse que possible, et nous avons visé la bulle avec cette lunette.

M. ARNULF, qui a procédé à cette opération, le 25 avril 1944, à l'Institut d'Optique, a dû orienter la lunette en site pour retrouver la bulle dans la lunette, en décalant une des vis réglables du trépied-support de cette lunette de 2,6 mm, au bout d'un bras de levier de 111,8 mm, ce qui correspond à un angle de 82'.

Le sextant avait été réglé *grosso modo* de telle façon que le plan de visée de l'astre observé soit parallèle au plan de déplacement de la lunette.

M. ARNULF n'a dû, d'autre part, décaler que très légèrement une des deux vis de réglage de la lunette, ce qui permet de déduire que l'angle d'erreur était pratiquement égal, étant donnée l'approximation des mesures, à 90' environ, ce qui donne, d'après la formule établie précédemment :

$$\sin dZ = \sin Z \operatorname{tg} h \operatorname{tg} \omega,$$

et, pour $Z = 90^\circ$:

$$dZ = 110' \text{ environ,}$$

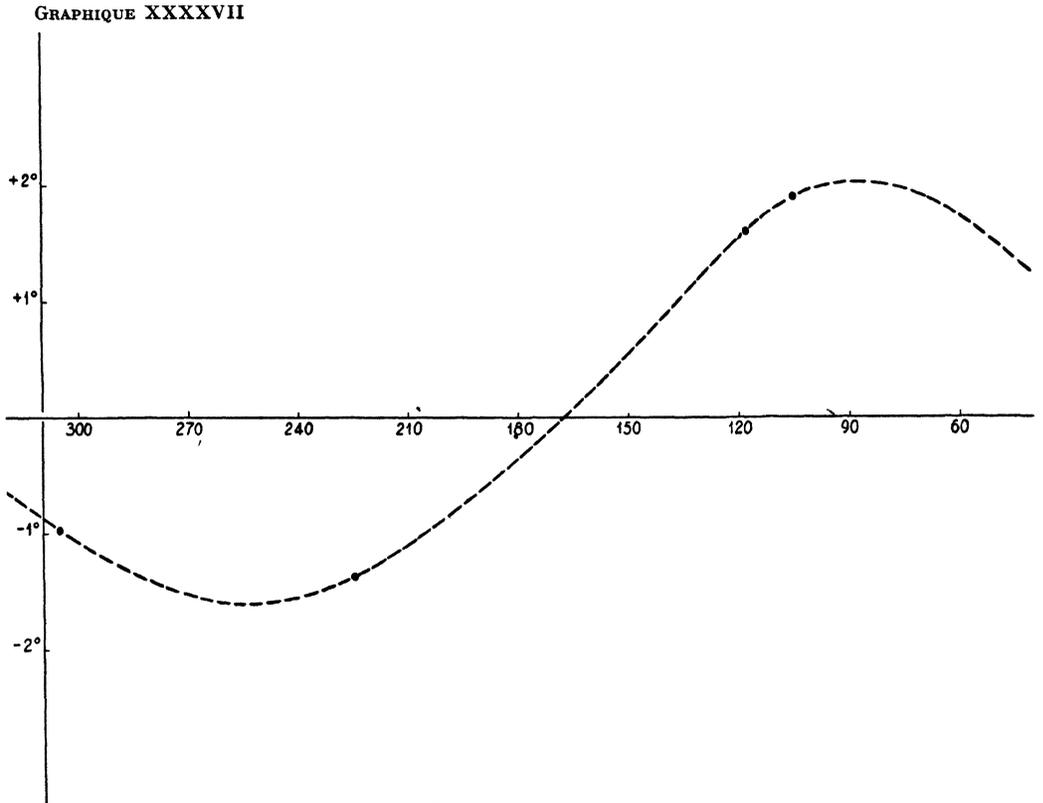


Fig. 105. — Erreurs en azimut, le 21 avril 1944

soit approximativement la valeur de l'erreur maximum, correspondant aux dernières mesures effectuées, le 21 avril 1944, à l'Observatoire de Paris.

M ARNULF, au cours de cette opération, a constaté en outre que la bulle n'était pas rejetée à l'infini comme elle aurait dû l'être, ce qui explique, dans une certaine mesure, la dispersion constatée tant en hauteur qu'en azimut dans les observations effectuées.

La maison Lepetit a repris le sextant pour effectuer le réglage du système optique, de façon que la direction de la bulle devienne rigoureusement verticale

J'ai aussitôt fait, à l'Observatoire, une nouvelle série de mesures qui a donné les résultats suivants :

Septième série de mesures (3 mai 1944).

Astres observés : *La Chèvre, Saturne, Vega*

La Chèvre

Graphique XXXXVIII (*fig. 106*)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
22 h 18 mn 40 s	32° 40'	305° 12'
22 h 22 mn 48 s	32° 03'	305° 46'
22 h 25 mn 48 s	31° 38'	306° 12'
22 h 29 mn 20 s	31° 12'	306° 34'
22 h 30 mn 18 s	31° 02'	306° 37'

Saturne

Graphique II (*fig. 107*)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
22 h 34 mn 35 s	17° 29'	285° 14'
22 h 35 mn 49 s	17° 20'	285° 11'
22 h 36 mn 42 s	17° 10'	285° 33'
22 h 37 mn 15 s	17° 00'	285° 44'
22 h 37 mn 59 s	16° 58'	285° 49'
22 h 38 mn 40 s	16° 50'	285° 53'
22 h 39 mn 40 s	16° 39'	286° 07'

Vega

Graphique I. (*fig. 108*)

<u>Heure du chronomètre</u>	<u>h_i</u>	<u>z_i</u>
23 h 07 mn 44 s	23° 37'	57° 55'
23 h 09 mn 00 s	23° 51'	58° 14'
23 h 09 mn 50 s	24° 00'	58° 22'
23 h 10 mn 55 s	24° 08'	58° 28'
23 h 11 mn 46 s	29° 15'	58° 34'

GRAPHIQUE XXXXVIII

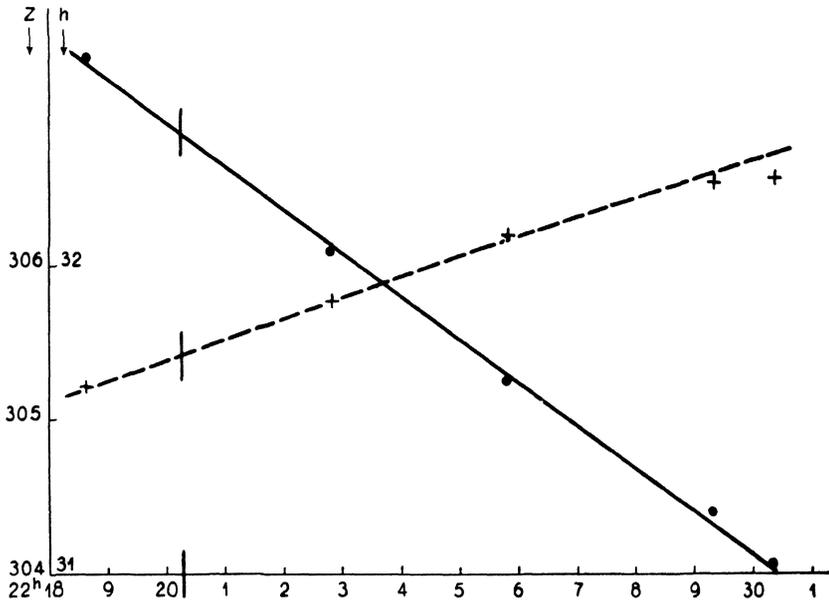


Fig. 106. — *La Chèvre*, 3 mai 1944

$AV = 281^{\circ} 52'$; $D = + 45^{\circ} 56'$; $Z_i = 305^{\circ} 25'$; $h_i = 32^{\circ} 26'$

GRAPHIQUE IL

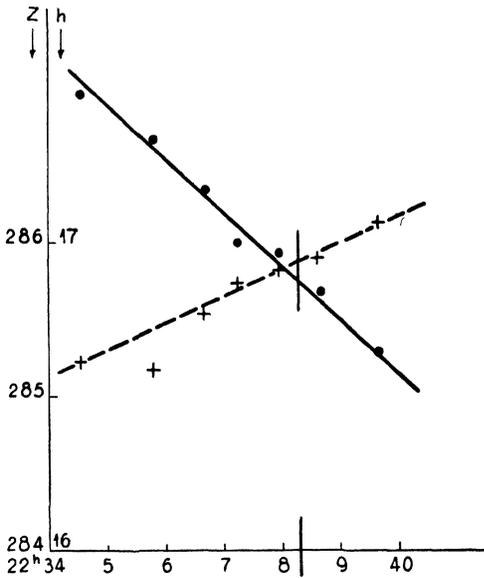


Fig. 107. — *Saturne*, 3 mai 1944

$AV = 276^{\circ} 19'$; $D = + 22^{\circ} 21'$;
 $Z_i = 285^{\circ} 51'$; $h_i = 16^{\circ} 52'$

GRAPHIQUE L

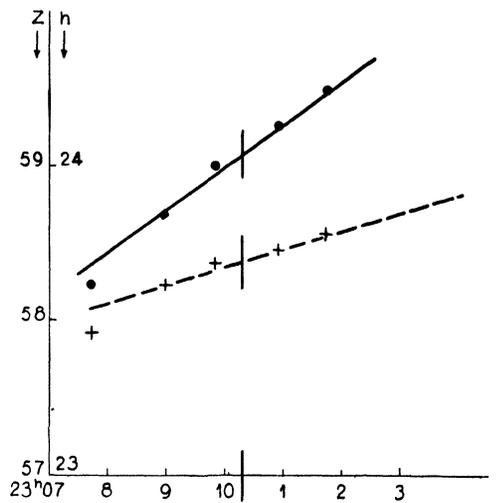


Fig. 108. — *Vega*, 3 mai 1944

$AV = 81^{\circ} 14'$; $D = + 38^{\circ} 44'$;
 $Z_i = 58^{\circ} 23'$; $h_i = 24^{\circ} 02'$

RÉSULTATS :

La Chèvre

$$Tm_p = 20 \text{ h } 20 \text{ mn}$$

$$D = + 45^\circ 56'$$

$$AV = 281^\circ 52'$$

$$\text{Corr. } Z = - 0^\circ 57'$$

$$h_c = 32^\circ 19'$$

$$Z_c = 304^\circ 38'$$

$$h_0 = \underline{32^\circ 24'}$$

$$Z_0 = \underline{304^\circ 28'}$$

$$\varepsilon_h = - 0^\circ 05'$$

$$\varepsilon_z = + 0^\circ 10'$$

Saturne

$$Tm_p = 20 \text{ h } 38 \text{ mn}$$

$$D = + 22^\circ 21'$$

$$AV = 276^\circ 19'$$

$$\text{Corr. } Z = - 0^\circ 51'$$

$$h_c = 16^\circ 47'$$

$$Z_c = 284^\circ 59'$$

$$h_0 = \underline{16^\circ 49'}$$

$$Z_0 = \underline{285^\circ 00'}$$

$$\varepsilon_h = - 0^\circ 02'$$

$$\varepsilon_z = - 0^\circ 01'$$

Vega

$$Tm_p = 21 \text{ h } 10 \text{ mn}$$

$$D = + 38^\circ 44'$$

$$AV = 81^\circ 14'$$

$$\text{Corr. } Z = - 0^\circ 39'$$

$$h_c = 23^\circ 57'$$

$$Z_c = 57^\circ 50'$$

$$h_0 = \underline{24^\circ 00'}$$

$$Z_0 = \underline{57^\circ 44'}$$

$$\varepsilon_h = - 0^\circ 03'$$

$$\varepsilon_z = + 0^\circ 06'$$

On constate que les erreurs sont beaucoup plus faibles que celles que nous avons rencontrées dans les mesures précédentes, en particulier nous pouvons remarquer que pour les azimuts considérés, ces erreurs étaient respectivement :

<u>z</u>	<u>ε_z</u>
304°	— 1° 30'
285°	— 2°
58°	+ 2°

d'après la courbe XXXXI relevée à l'Institut Géographique National.

Nous avons donc éliminé l'erreur due à la non-verticalité de la direction de la bulle. Nous notons, malgré tout, encore une certaine dispersion due certainement au fait que la bulle n'a pu être rejetée à l'infini et qu'il en résulte une erreur de parallaxe qui peut aller jusqu'à 10' (fait d'expérience). Il n'a pas été possible de placer la lentille collimateur assez loin de la bulle pour rejeter celle-ci à l'infini, pour des raisons de construction. Il conviendra, dans un modèle suivant, de ménager, entre la lentille collimateur et le miroir de hauteur, l'espace suffisant pour atteindre ce but.

Compte tenu de cette cause d'erreur, nous voyons qu'en hauteur et en azimut, nous atteignons la précision que nous nous étions proposé d'obtenir.



CONCLUSION

Les dernières mesures en particulier ont montré que le sextant, hauteur et azimut, permettait de mesurer les hauteurs et les azimuts avec une précision de l'ordre de 5', ce qui reste dans les conditions que nous nous étions proposées au début de ce travail.

Les circonstances n'ont pas permis de faire des essais en avion, mais les essais faits à terre atteignent la précision obtenue dans les mêmes conditions avec n'importe quel sextant à bulle en ce qui concerne les mesures de hauteurs. Cette précision s'étend d'ailleurs à la mesure des azimuts, comme indiqué plus haut.

Nous devons noter combien l'appareil est simple de réalisation puisque, à condition de s'imposer la minute d'angle sur la précision de la position du niveau à bulle par rapport au plan horizontal de la circulaire d'azimut ou plus à proprement parler, par rapport à l'axe horizontal du miroir, il n'est imposé aucune précision sur la position de la direction verticale par rapport au centre de cette circulaire graduée, ce qui entraînerait une complication dans la fabrication.

Les derniers perfectionnements apportés à cet appareil :

- miroir d'azimut, aluminure à 85 %;
- miroir des hauteurs, aluminure à 95 %;
- ampoule électrique 0,3 W au lieu de 0,15 W;
- dispositif de braquage en hauteur du miroir d'azimut très démultiplié,

permettront une mesure facile, les trois images : bulle, astre, Polaire, étant nettement visibles à la fois et la Polaire étant ramenée aisément sur l'astre et la bulle, grâce au nouveau dispositif précité.

L'appareil permet donc, avec les graphiques et correction d'azimut et l'emploi de la table spéciale, le calcul du point par l'obtention de ses coordonnées géographiques numériques par une seule mesure double, en quelques minutes, à l'aide de simples additions et soustractions au nombre de six.

Précisons que, d'autre part, cet appareil permet, aussi bien que n'importe quel sextant, la mesure des hauteurs en regardant l'astre, soit par réflexion comme dans la mesure double . hauteur et azimut, soit directement comme dans un sextant ordinaire.

On peut donc faire des mesures de hauteur sur le Soleil ou sur la Lune, comme sur les étoiles.

Guère plus lourd qu'un sextant ordinaire (2,2 kg), au lieu de (2 kg), et guère plus encombrant, puisque sa boîte est un parallélépipède rectangle de $23 \times 15 \times 20$ cm au lieu de $21 \times 15 \times 17$ cm, il présente l'avantage de permettre l'application de la méthode objet du présent travail. En aviation, on connaît les ennuis du tracé sur les cartes, étant donné l'exigüité des locaux mis à la disposition des navigateurs. Ce procédé, qui évite tout tracé et qui conduit l'opérateur jusqu'au résultat par de simples opérations de soustraction et d'addition, offre donc, outre sa rapidité d'exécution, un avantage sérieux sur les procédés employés jusqu'à présent.

Il n'y a plus, en effet, connaissant φ et G , grâce à l'application de la méthode ci-dessus, qu'à lire, sans avoir à tracer la position du point sur la carte, sans compter que la suite des calculs de navigation à l'estime, mixte, orthodromique, radiogoniométrique, astronomique, peut s'effectuer sans cette lecture sur la carte, puisque dans ces calculs les coordonnées du lieu n'entrent évidemment que par leur valeur numérique.

D'autre part, le sextant de hauteur-azimut présente un intérêt certain, non seulement pour les aviateurs et marins, mais aussi pour les géodèses qui doivent effectuer des missions difficiles où toute charge est un élément défavorable et qui pourraient remplacer leur théodolite encombrant, délicat et long à mettre en station, par le sextant hauteur-azimut. De même, pour les Officiers topographes coloniaux qui normalement situent les points visités par des méthodes encore simplistes, ce sextant pourrait être très avantageusement employé car il est facile à transporter à cheval, à dos de chameau ou même à bicyclette ou à pied.

Ici se clôt l'étude relative à ce procédé de mesures astronomiques et à l'appareil permettant la mise en œuvre du procédé.



BIBLIOGRAPHIE

- G. MASSENET et W. HARDANT. — *Éléments d'astronomie nautique.*
G. MASSENET et W. HARDANT. — *Traité de navigation.*
P. COMET et M. SALDO. — *Cours de navigation aérienne.*
A. THOMAZI. — *Histoire de la Navigation.*