

SÉMINAIRE DE PROBABILITÉS (STRASBOURG)

NATHALIE EISENBAUM

**Corrections : « Théorèmes limites pour les temps locaux
d'un processus stable symétrique »**

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 33 (1999), p. 417-418

http://www.numdam.org/item?id=SPS_1999__33__417_0

© Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1999, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de probabilités (Strasbourg) (<http://portail.mathdoc.fr/SemProba/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**THEOREMES LIMITES POUR LES TEMPS LOCAUX
D'UN PROCESSUS STABLE SYMETRIQUE**

Nathalie Eisenbaum

Ce rectificatif concerne le paragraphe 2) de la Section II, intitulé :
Passage du temps exponentiel indépendant à un temps déterministe.

En effet, la preuve de ce passage s'appuie sur la Remarque (i) (Section II, 1)). Cette Remarque (i) nécessite assurément des justifications plus étendues. Aussi nous proposons l'argument suivant qui présente le double avantage de : - prouver le passage du temps exponentiel indépendant à un temps déterministe sans utiliser la Remarque (i)
- fournir une preuve de la Remarque (i).

En premier lieu, on remarque qu'à partir du Théorème 2, on obtient facilement le corollaire suivant par un argument de convergence dominée :

Corollaire 2.1 : Pour y_1, y_2, \dots, y_n n réels distincts, on a :

$$\left(X_T, L_T, \left(\frac{1}{\varepsilon^{(\beta-1)/2}} (L_T^{\varepsilon x + y_k} - L_T^{y_k}) ; x \in \mathbb{R}, 1 \leq k \leq n \right) \right)$$

$$\xrightarrow[\varepsilon \rightarrow 0]{(d)} \left(X_T, L_T, \left(\sqrt{c_\beta} B_{\frac{y_k}{2L_T}}^{[y_k]}(x) ; x \in \mathbb{R}, 1 \leq k \leq n \right) \right)$$

où $\{ B_u^{[y_k]}(x), x \in \mathbb{R}, 1 \leq k \leq n, u \geq 0 \}$ est un système gaussien indépendant de X et de T , composé de n draps browniens fractionnaires d'indice $(\beta-1)$, tous indépendants.

On rappelle alors que la famille des lois de

$$\left((X_t, L_t, \left(\frac{1}{\varepsilon^{(\beta-1)/2}} (L_t^{\varepsilon x + y_k} - L_t^{y_k}) ; x \in \mathbb{R}, 1 \leq k \leq n \right)) t \geq 0 \right)$$

est faiblement relativement compacte. Donc pour toute suite $(\varepsilon_m)_{m>0}$ de réels strictement positifs tendant vers 0, quitte à extraire une sous-suite, on sait que :

$$\left((X_t, L_t, \left(\frac{1}{\varepsilon_m^{(\beta-1)/2}} (L_t^{\varepsilon_m x + y_k} - L_t^{y_k}) ; x \in \mathbb{R}, 1 \leq k \leq n \right)) t \geq 0 \right)$$

converge en loi

quand m tend vers l'infini vers une loi de probabilité ν . On note de façon évidente : $\nu = (\nu(t), t \geq 0)$.

Grâce au Corollaire 2.1, on obtient pour toute fonctionnelle continue bornée F de $(\mathbb{R}, \mathcal{C}(\mathbb{R}, \mathbb{R}), \mathcal{C}(\mathbb{R}, \mathbb{R}^n))$ dans \mathbb{R} , et tout $\lambda > 0$:

$$\int_0^{+\infty} dt e^{-\lambda t} \nu(t)(F) = \int_0^{+\infty} dt e^{-\lambda t} E[F(X_t, L_t, (\sqrt{c_\beta} B_{y_k}^{[y_k]}(x); x \in \mathbb{R}, 1 \leq k \leq n))].$$

On en déduit que dt-p.s. $\nu(t)$ est la loi de

$(X_t, L_t, (\sqrt{c_\beta} B_{y_k}^{[y_k]}(x); x \in \mathbb{R}, 1 \leq k \leq n))$. Par scaling, c'est donc vrai pour tout $t > 0$. D'où pour tout $t > 0$:

$$(X_t, L_t, (\frac{1}{\varepsilon^{(\beta-1)/2}} (L_t^{\varepsilon x + y_k} - L_t^{y_k}); x \in \mathbb{R}, 1 \leq k \leq n)) \xrightarrow[\varepsilon \rightarrow 0]{(d)} (X_t, L_t, (\sqrt{c_\beta} B_{y_k}^{[y_k]}(x); x \in \mathbb{R}, 1 \leq k \leq n))$$

La Remarque (i) s'obtient alors simplement par convergence dominée.