

SÉMINAIRE DE PROBABILITÉS (STRASBOURG)

JUAN RUIZ DE CHAVEZ

Une remarque sur les processus de Dirichlet forts

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 22 (1988), p. 85

<http://www.numdam.org/item?id=SPS_1988__22__85_0>

© Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1988, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de probabilités (Strasbourg) (<http://portail.mathdoc.fr/SemProba/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

UNE REMARQUE SUR LES PROCESSUS DE DIRICHLET FORTS

par Juan Ruiz de Chavez

Dans cette note, nous nous proposons de démontrer que les processus de Dirichlet forts (définis par J. Bertoin¹) admettent une exponentielle de Doléans.

Soit (X_t) un processus de Dirichlet fort. Posons

$$(1) \quad Z_t = \exp(X_t - \frac{1}{2}[X, X]_t)$$

Nous allons montrer que ce processus satisfait à l'équation différentielle stochastique

$$(2) \quad Z_t = 1 + \int_0^t Z_s dX_s .$$

Démonstration. Soient $W_t = \exp(X_t)$ et $V_t = \exp(\frac{1}{2}[X, X]_t)$. Le premier est un processus de Dirichlet fort, le second un processus continu à variation finie. D'après la formule d'Ito, on a

$$dW_t = e^{X_t} dX_t + \frac{1}{2} e^{X_t} d[X, X]_t$$

$$dV_t = -\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}[X, X]_t} d[X, X]_t .$$

et de la formule d'intégration par parties, qui s'applique ici puisque l'un des processus est à variation finie, on déduit

$$dZ_t = d(W_t V_t) = W_t dV_t + V_t dW_t + d[W, V]_t .$$

Comme V est à variation finie le crochet est nul. On a donc bien $dZ_t = Z_t dX_t$.

¹ On rappelle que la norme de Dirichlet pour les processus de Dirichlet forts est définie au moyen de subdivisions aléatoires. Voir *Stochastics*, 18, 1986, p. 153.