

SÉMINAIRE DE PROBABILITÉS (STRASBOURG)

MHAMED ITMI

Processus ponctuels marqués stochastiques. Représentation des martingales et filtration naturelle quasicontinue à gauche

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 15 (1981), p. 618-626

[<http://www.numdam.org/item?id=SPS_1981__15__618_0>](http://www.numdam.org/item?id=SPS_1981__15__618_0)

© Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1981, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de probabilités (Strasbourg) (<http://portail.mathdoc.fr/SemProba/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

PROCESSUS PONCTUELS MARQUES STOCHASTIQUES.
REPRESENTATION DES MARTINGALES ET FILTRATION
NATURELLE QUASI-CONTINUE A GAUCHE.

ITMI Mhamed
Université de Hte-Normandie
Laboratoire de Mathématiques
BP. 67 - 76 130 Mt-St-Aignan.

0 - Introduction :

Il ressort du présent exposé deux résultats liés par la quasi-continuité à gauche (q-càg) de la filtration naturelle du processus ponctuel marqué stochastique (PPMS) :

i) Une condition nécessaire et suffisante pour la q-càg (situation fréquente dans les applications : c'est, par exemple, le cas des processus ponctuels stochastiques (PPS) admettant une intensité), suivie d'une classification des temps d'arrêt pour une filtration pas forcément q-càg.

ii) Une caractérisation de la filtration naturelle du PPMS, dans le cas où elle est q-càg, en tant que seule filtration q-càg permettant la "représentation des martingales" comme intégrales stochastiques. En effet, on sait que pour la filtration naturelle du PPMS, les "martingales locales jusqu'à T_∞ " s'écrivent comme intégrales stochastiques par rapport au "compensé" du PPMS, mais on ne sait rien de la réciproque.

I - Généralités et notations :

Soit $(\Omega, \mathcal{F})$ un espace mesurable; $(E, \mathcal{E})$ un espace polonais muni de ses boréliens, ou bien fini ou dénombrable muni de la tribu de ses parties.

Un processus ponctuel marqué (PPM) est la donnée d'une suite $(T_n, Z_n)_{n \geq 1}$ telle que :

- (T_n) est un processus ponctuel (dont le processus de comptage associé sera noté N_t), c'est à dire : une suite de variables aléatoires (v.a.) strictement positives, telles que : $T_n < T_{n+1}$ quand $T_n < \infty$. On rappelle que : $N_t = \sum_{n \geq 1} 1_{\{T_n \leq t\}}$
- (Z_n) est une suite de v.a. de Ω dans $EU\{\Delta\}$, Δ étant un point extérieur à E qui facilite les calculs; Z_n prenant la valeur Δ lorsque $T_n = \infty$.

On pose : $T_0 = 0$, $T_\infty = \lim T_n$ et $Z_0 = \delta$ constante de E.
 $\tilde{E} =]0, \infty[\times E$, $\tilde{\xi} = \beta(]0, \infty[\times \xi)$

Le PPM (T_n, Z_n) est complètement déterminé par la mesure aléatoire μ positive et discrète, de (Ω, F) sur $(\tilde{E}, \tilde{\xi})$, définie par :

$$(\forall B \in \tilde{\xi}) : \mu(\omega, B) = \sum_{n \geq 1} 1_B(T_n(\omega), Z_n(\omega)) 1_{\{T_n(\omega) < \infty\}}$$

$(\forall C \in \tilde{\xi})$, soit $N_t^C = \mu(.,]0, t] \times C)$. On a en particulier $N_t^E = N_t^E$.

N_t^C est un processus de comptage "dénombrant les points T_n dont la marque est dans C".

On désignera par filtration naturelle du PPM, la filtration $(G_t^\circ)_{t \geq 0}$ définie par $G_t^\circ = (N_s^C ; C \in \xi, s \leq t)$. On pose $G_0^\circ = G_0^\circ$ (pour l'usage des prévisibles) et $G_\infty^\circ = \bigvee_t G_t^\circ$.

Soit P une probabilité sur (Ω, F) . Le PPM est alors dit PPM stochastique (PPMS). Pour travailler dans les "conditions habituelles", on va devoir compléter la filtration (G_t°) qui devient (G_t) où G_t est la tribu engendrée par G_t° et tous les négligeables de G_∞° .

II - Q-càg de la filtration naturelle :

Voici à présent quelques résultats utiles pour la suite :

Proposition 1 : [I]

- a) Les familles (G_t°) et (G_t) sont càd (continues à droite).
- b) Pour tout $n \geq 0$ T_n est un G_t° -temps d'arrêt (et donc un G_t -t.a.)
- c) Pour tout G_t° -t.a. T, on a : $G_T^\circ = (N_{T \wedge t}^C ; C \in \xi, t \geq 0)$ avec en particulier :

$$G_{T_n}^\circ = (T_i, Z_i ; i \leq n) ; G_{T_\infty}^\circ = G_{T_\infty}^\circ = G_\infty^\circ = G_\infty^\circ.$$

Proposition 2 : [II]

Soit T un G_t -t.a. prévisible. Il existe alors un G_t° -t.a. prévisible T' tel que $T = T'$ ps. De plus :

$$G_{T-} = \{A \in G_\infty / (A' \in G_{T-}^\circ) \text{ tel que } P(A \Delta A') = 0\}.$$

On introduit à présent ce que représente la situation de q-càg d'une filtration (F_t) vérifiant les conditions habituelles.

Définition 3 :

On dit que (F_t) est q-càg si l'on a $F_T = F_{T-}$ pour tout F_t -t.a. prévisible T.

Théorème 4 : [II]

Supposons (F_t) q-càg. Alors :

a) Tout F_t -t.a. accessible est prévisible (c'est aussi une condition suffisante pour la q-càg).

b) Pour toute suite croissante (S_n) de temps d'arrêt, on a en posant $S = \lim S_n : F_S = \bigvee_n F_{S_n}$.

c) Les martingales càd sont q-càg (ie : $M_S = M_{S-}$ pour tout F_t -t.a. prévisible S) et ont leurs sauts totalement inaccessibles.

Dans la suite, pour tout $n \geq 1$ on designera par T_{An} (resp. T_{In}) la partie accessible de T_n (resp. totalement inaccessible de T_n). Pour ces notions voir [II]. A présent on peut énoncer le résultat i) de l'introduction :

Théorème 5 :

La filtration (G_t) est q-càg si et seulement si pour tout $n \geq 1$ on a : T_{An} est un G_t -t.a. prévisible et Z_n est une v.a. $G_{T_{An}-}$ -mesurable.

Démonstration :

a) Condition nécessaire : On suppose (G_t) q-càg, alors les G_t -t.a. accessibles sont prévisibles par le théorème 4. En particulier T_{An} est prévisible. D'autre part, par la proposition 1, c) on a Z_n est G_{T_n} -mesurable, mais $G_{T_n} \subset G_{T_{An}} = G_{T_{An}-}$. D'où le résultat.

b) Condition suffisante : Soit S un G_t -t.a. prévisible. Montrons que $G_S = G_{S-}$.

Par la proposition 2 on a :

$\exists T$ G_t° -t.a. prévisible tel que $T=S$ ps, et par conséquent $G_T = G_S$ et $G_{T-} = G_{S-}$. En montrant que $G_T^\circ \subset G_{T-}$ le théorème sera établi.

Par la proposition 1, c) on a : $G_T^\circ = (N_{T\Delta t}^C; C \in \xi, t \geq 0)$. Montrons que $(\forall t \geq 0) (\forall C \in \xi) : N_{T\Delta t}^C$ est G_{T-} -mesurable. Pour cela il suffit de montrer que $(\forall n \geq 1) : \{T\Delta t \geq T_n\} \{Z_n \in C\} \in G_{T-}$ de part l'écriture de $N_{T\Delta t}^C$.

$$\{T\Delta t \geq T_n\} \{Z_n \in C\} = \{T\Delta t > T_n\} \{Z_n \in C\} + \{T\Delta t = T_n\} \{Z_n \in C\}$$

$$= A_1 + A_2$$

$A_1 \in G_{T\Delta t-} \subset G_{T-}$. Montrons que $A_2 \in G_{T-}$.

$$A_2 = \{T\Delta t = T_{An}\} \{Z_n \in C\} + \{T\Delta t = T_{In}\} \{Z_n \in C\} \text{ ps}$$

$$= A_3 + A_4$$

$A_3 = \{T\Delta t = T_{An}\} \{Z_n \in C\}$; comme Z_n est $G_{T_{An}-}$ -mesurable, $T_{An}\{Z_n \in C\}$ est prévisible (voir [II]) et donc $A_3 \in G_{T\Delta t-} \subset G_{T-}$.

$T\Delta t$ étant prévisible et T_{In} totalement inaccessible, on a :

$P\{T_A = T_{In}\} = 0$ et donc $A \in G_{T-}$.

CQFD.

On cite à présent un corollaire de ce théorème pour le cas des processus ponctuels stochastiques simples (PPS) :

Corollaire 6 :

La filtration naturelle du PPS (T_n) est q-càg si et seulement si $(\forall n \geq 1) : T_{An}$ est prévisible.

Commentaire :

Des exemples simples de la situation de q-càg des PPMS correspondent au cas où le PPS (T_n) est constitué de temps d'arrêt totalement inaccessibles (ou bien que le compensateur de N est continu). En effet, dans ce cas, $T_{An} = \infty$ (pour $n \geq 1$) et $G_{T_{An}-} = G_{\infty-} = G_{\infty}$ par conséquent Z_n est $G_{T_{An}-}$ -mesurable.

C'est en particulier le cas des processus de Poisson pour leur filtration naturelle.

Maintenant qu'on a vu l'influence des parties accessibles des T_n sur la filtration naturelle du PPMS, on va montrer comment elles interviennent dans la classification des temps d'arrêt, la filtration naturelle n'étant pas forcément q-càg. On rappellera tout d'abord quelques propositions.

Soit T un G_t -t.a. On désignera par $S(T)$ la famille des suites croissantes (S_n) de G_t -t.a. telles que $S_n \leq T$ pour tout n . Si $(S_n) \in S(T)$, on posera :

$$K(S_n) = \{\omega / \lim S_n(\omega) = T(\omega) < \infty ; S_n(\omega) < T(\omega) \text{ pour tout } n\}.$$

Théorème 7 : [III]

a) Un G_t -t.a. T est accessible si et seulement si l'ensemble $\{0 < T < \infty\}$ est la réunion d'une suite d'ensembles de la forme $K(S_n)$ où (S_n) est un élément de $S(T)$.

b) Un G_t -t.a. est totalement inaccessible si et seulement si l'on a : $P\{T=0\}=0$ et $P\{K(S_n)\}=0$ pour toute suite (S_n) élément de $S(T)$.

Théorème 8 : [III]

Soit T un G_t -t.a. et A un élément de G_t . Si T est accessible (resp. totalement inaccessible), le G_t -t.a. T_A est également accessible (resp. totalement inaccessible).

Théorème 9 : [I], [V]

Soit T un G_t -t.a. Alors il existe une suite $(R_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de v.a. réelles positives, G_t -mesurables pour tout n , telles que :
 $T \wedge T_{n+1} = (T_n + R_n) \wedge T_{n+1}$ ($T = T_\infty + R_\infty$ quand $n = \infty$) sur $\{T \geq T_n\}$.

Voici à présent la classification des temps d'arrêt :

Théorème 10 :

Soit T un G_t -t.a. On a :

a) T est totalement inaccessible si et seulement si

$$P \bigcap_{\mathbb{N}^*} \{T_{In} \neq T_{<\infty}\} = 0.$$

b) T est accessible si et seulement si $P \bigcup_{\mathbb{N}^*} \{T_{In} = T_{<\infty}\} \neq 0$.

Démonstration :

a) Condition nécessaire : Soit T un G_t -t.a. totalement inaccessible. Alors :

$$\{T_{<\infty}\} = \bigcup_{\mathbb{N}} \{T_{<\infty}\} \{T_n < T_{n+1}\} + \bigcup_{\mathbb{N}} \{T_{<\infty}\} \{T = T_n\} + \{T_{<\infty}\} \{T > T_\infty\}.$$

Soit $B_n = \{T_n < T_{n+1}\}$. Montrons que $P\{B_n\} = 0$.

Comme B_n est élément de G_t et T est totalement inaccessible, donc T_{Bn} est totalement inaccessible par le théorème 8 (on a noté T_{Bn} par T_{Bn}).

D'autre part, $\exists R_n$ v.a. réelle positive (strictement sur B_n) G_{T_n} -mesurable, telle que $T = T_n + R_n$ sur B_n . (Théorème 9).

($\forall i \geq 1$), soit $S_n^i = \frac{2^i - 1}{2^i} R_n$. S_n^i est une variable aléatoire réelle G_{T_n} -mesurable et positive (strictement sur B_n). Donc $T_n + S_n^i$ est un G_t -t.a. (car plus grand que T_n et G_t -mesurable. Voir [II]).

Comme $(T_n + S_n^i) \in S(T_{Bn})$ et T_{Bn} est totalement inaccessible, on a donc : $P\{K(T_n + S_n^i)\} = 0$ par le théorème 7. Mais $B_n \subset K(T_n + S_n^i)$, donc $P\{B_n\} = 0$. De la même façon on peut démontrer que $P\{\{T_{<\infty}\} \{T > T_\infty\}\} = 0$. On a donc $\{T_{<\infty}\} = \bigcup_{\mathbb{N}} \{T_{<\infty}\} \{T = T_n\}$ ps, et on peut supprimer $n=0$ ou ∞ , les T_n correspondant étant prévisibles.

Alors, ($\forall n \in \mathbb{N}^*$) on a :

$$\begin{aligned} \{T_{<\infty}\} \{T = T_n\} &= \{T_{<\infty}\} \{T = T_{An}\} + \{T_{<\infty}\} \{T = T_{In}\} \text{ ps} \\ &= \{T_{<\infty}\} \{T = T_{In}\} \text{ ps car } T \text{ totalement inaccessible et } T_{An} \text{ accessible. (Voir [II])}. \end{aligned}$$

Par conséquent $\{T_{<\infty}\} \subset \bigcup_{\mathbb{N}^*} \{T = T_{In}\}$, d'où $P \bigcap_{\mathbb{N}^*} \{T_{In} \neq T_{<\infty}\} = 0$. cqfd

Condition suffisante : Soit T un G_t -t.a. tel que
 $P_{\mathcal{N}^*} \{T_{In} \neq T_{<\infty}\} = 0$. Alors : $\{T_{<\infty}\} \subset \bigcup_{\mathcal{N}^*} \{T = T_{In}\}$.
 Soit T_A la partie accessible de T ,
 $\{T_A < \infty\} \subset \bigcup_{\mathcal{N}^*} \{T_A = T_{In} < \infty\}$ qui est négligeable, donc T est totalement
 inaccessible.

b) Condition nécessaire : évidente.

Condition suffisante : Soit T un G_t -t.a. tel que
 $P_{\mathcal{N}^*} \{T_{In} \neq T_{<\infty}\} = 0$. Montrons que T est accessible.

Soit U un G_t -t.a. totalement inaccessible. Il suffit de
 montrer que $P\{T=U<\infty\}=0$. Or on a par a) :

$\{U<\infty\} \subset \bigcup_{\mathcal{N}^*} \{T_{In} = U\}$, donc :

$$\{T=U<\infty\} = \bigcup_{\mathcal{N}^*} \{T=U<\infty\} \{T_{In} = U\} = \bigcup_{\mathcal{N}^*} \{T=U<\infty\} \{T_{In} = T_{<\infty}\} \text{ ps}$$

L'hypothèse sur T permet de conclure : $P\{T=U<\infty\}=0$. cqfd.

III Représentation des martingales sous la q-càg :

Soit (F_t) une filtration satisfaisant aux conditions
 habituelles, constituée de sous-tribus de F telles que $(\forall t \geq 0)$
 $G_t \subset F_t$. On notera $\mathcal{H}$ la tribu des F_t -prévisibles sur $\Omega \times [0, \infty[$ et
 $\mathcal{H} = \mathcal{H}^{\mathcal{H}}$. On rappelle la définition suivante :

Définition 11 : [V]

Une mesure aléatoire est dite prévisible si pour tout
 processus H $\mathcal{H}$ -mesurable et positif, le processus défini par :

$$(\nu H)_t(\omega) = \int_0^t \int_E H(\omega, s, x) \nu(\omega; ds, dx) \text{ est prévisible } (\mathcal{H}\text{-mesurable}).$$

Soit ν la mesure aléatoire prévisible associée à μ ,
 et $A_t = \nu([0, t] \times E)$ le compensateur de N_t (voir [V]). Lorsque
 $F_t = F_0 \vee G_t$, il est démontré dans [V] que toute "martingale locale
 jusqu'à T_∞ " : M_t (ie : processus càd tel qu'il existe une suite
 de t.a. $S_n \uparrow T_\infty$ ps avec $\forall n \geq 0 : M_{S_n \wedge t}$ est une martingale uniformé-
 ment intégrable), admet la représentation :

$$M_t = M_0 + \int_0^t \int_E H(s, x) (\mu(ds, dx) - \nu(ds, dx)) \text{ ps sur } \{t < T_\infty\},$$

le processus H vérifiant : $\int_0^t \int_E |H(s, x)| \nu(ds, dx) < \infty$ ps sur $\{t < T_\infty\}$
 et est $\mathcal{H}$ -mesurable. On se propose de démontrer que dans un cer-

-tain sens celà caractérise (G_t) . On commence par faire la convention terminologique suivante : On désignera par condition de "représentation des martingales" la situation où toute F_t -martingale bornée s'écrit $M_t = c + \int_0^t \int_E H(s, x) (\mu(ds, dx) - \nu(ds, dx))$ ps, où $c \in \mathbb{R}$, H est $\mathcal{F}$ -mesurable (on n'est plus forcément dans le cas $F_t = F_0 \vee G_t$).

Proposition 12 :

On suppose (F_t) q-càg. Alors la suite (T_{An}) de t.a. prévisibles épuise les temps de saut de A , de plus A y saute de 1 ps.

Démonstration :

En effet les sauts de A pouvant être choisis prévisibles [III], on a pour tout t.a. S prévisible : $E(\Delta N_S / F_{S-}) = \Delta A_S$ ps.

La q-càg de (F_t) permet d'écrire : $\Delta N_S = \Delta A_S$ ps. cqfd.

Commentaire :

Remarquons à présent que dans la "représentation des martingales", les intégrales stochastiques sont en fait des intégrales de Stieltjes, et les martingales admettant cette représentation sont purement discontinues ([II]). De plus, la filtration étant supposée q-càg fait que les martingales càd sont q-càg et ont leurs sauts totalement inaccessibles, par conséquent elles sautent sur les (T_{In}) par le théorème 10.

Proposition 13 : [IV]

Supposons que toute les F_t -martingales soient purement discontinues et ne sautent qu'aux instants (T_n) au plus. Alors pour tout F_t -t.a. T on a $((F_t)$ n'est pas supposée q-càg ici) :

$$a) F_T \cap \{T_\infty \leq T\} = F_{T_\infty} \cap \{T_\infty \leq T\}$$

$$F_T \cap \{T_n \leq T < T_{n+1}\} = F_{T_n} \cap \{T_n \leq T < T_{n+1}\}$$

$$b) F_{T_{n+1}-} = F_{T_n} \vee \sigma(T_{n+1}).$$

Proposition 14 :

Les résultats de la proposition précédente restent valables sous l'hypothèse de q-càg de (F_t) et de la représentation des martingales.

Démonstration :

En effet, le commentaire ci-dessus fait que les conditions de la proposition 13 sont vérifiées.

Proposition 15 : [IV]

Sous les conditions de la proposition 13, on a :

$$[\forall t \geq 0, G_t = F_t] \iff [\forall n \geq 0, G_{T_n} = F_{T_n}].$$

(C'est donc vrai sous les conditions de la proposition 14).

Proposition 16 :

Sous les conditions de q-càg de (F_t) et de "représentation des martingales", on a : $\forall t \geq 0, G_t = F_t$.

Démonstration :

On utilise la proposition 15 et on fait un raisonnement par récurrence :

a) Il est à remarquer que $F_0 = G_0$ par la "représentation des martingales".

b) Cas de T_1 : Soit $B \in F_{T_1}$, montrons que $B \in G_{T_1}$.

On pose $M_s = P(B/F_s)$. On a :

$$\begin{aligned} M_{T_1} &= I_B = c + \int_0^{T_1} \int_E H(d\mu - d\nu) & H \text{ est } \mathcal{F}\text{-mesurable.} \\ &= c + H(T_1, Z_1) I_{\{T_1 < \infty\}} - \int_0^{T_1} \int_E H(s, x) \nu(ds, dx). \end{aligned}$$

H étant prévisible, $H(T_1, Z_1)$ est $F_{T_1-} \vee G_{T_1}$ mesurable. En effet, cela est vrai pour les processus élémentaires $\mathcal{F}$ -mesurables, qui s'écrivent $h_t(\omega) \cdot \phi(x)$ où h est $\mathcal{F}$ -mesurable et ϕ est ξ -mesurable, en remarquant que Z_1 est G_{T_1} -mesurable par la proposition 1 et donc $\phi \circ Z_1$ est G_{T_1} -mesurable. (h_{T_1} est F_{T_1-} -mesurable).

Mais $F_{T_1-} = F_0 \vee \mathcal{F}_{T_1-}$, donc $F_{T_1-} \subseteq G_{T_1}$ (proposition 1).

D'autre part : H étant $\mathcal{F}$ -mesurable, la définition 11 permet de dire que le processus $(\nu H)_t = \int_0^t \int_E H d\nu$ est prévisible, et donc $(\nu H)_{T_1}$ est F_{T_1-} -mesurable, soit G_{T_1} -mesurable, et $B \in G_{T_1}$. (Remarquons que $F_{T_1-} \subseteq G_{T_1-}$, mais c'est sans intérêt ici).

c) Cas de T_n : On suppose $F_{T_{n-1}} = G_{T_{n-1}}$.

Soit $B \in F_{T_n}$ et $M_s = P(B/F_s)$.

$$\begin{aligned} I_B &= c + \int_0^{T_n} \int_E H(d\mu - d\nu) \\ &= M_{T_{n-1}} + H(T_n, Z_n) I_{\{T_n < \infty\}} - \int_{T_{n-1}}^{T_n} \int_E H d\nu. \end{aligned}$$

$M_{T_{n-1}}$ est $G_{T_{n-1}}$ -mesurable par l'hypothèse de récurrence.

$H(T_n, Z_n)$ est $F_{T_n-} \vee G_{T_n}$ -mesurable (Comme ci-haut). Mais par la propo-

-sition 13 : $F_{T_n} = F_{T_{n-1}} \vee \sigma(T_n)$ (tribu contenue dans G_{T_n}), donc $H(T_n, Z_n)$ est G_{T_n} -mesurable.

De même que ci-haut, $(\forall H)_{T_n} = \int_0^{T_n} \int_E 1_{\llbracket T_{n-1}, T_n \rrbracket} H dv$ est F_{T_n} -mesurable et donc G_{T_n} -mesurable, et $B \in G_{T_n}$. CQFD.

Remarque finale :

Signalons que dans [IV], les auteurs, en s'intéressant à l'extrémalité des martingales locales, démontrent (entre-autre) que sous certaines conditions, la filtration pour laquelle une martingale locale est extrémale, est identique à la filtration naturelle de cette martingale locale, et à celle du PPS formé des sauts de cette martingale locale (supposés totalement inaccessibles). Ce résultat, appliqué au cas du compensé d'un PPS (T_n) dont les parties accessibles sont prévisibles, et celui de la proposition 16 permettent d'affirmer de plus que les filtrations naturelles de (T_n) et de (T_{An}) sont alors identiques. Les (T_{An}) ne paraissent pas, ils ont en fait joué leur rôle pour la condition de q-càg de (G_t) .

Références :

- [I] P. BREMAUD : Point Processes and Queues : Martingale Dynamics.
Livre à paraître.
- [II] P. A. MEYER, C. DELLACHERIE : Probabilités et Potentiel.
Nouvelle édition chez Hermann.
- [III] C. DELLACHERIE : Capacités et Processus Stochastiques.
Springer Verlag (1972).
- [IV] P. A. MEYER, D. LEPINGLE, M. YOR : Extrémalité et remplissage de tribus pour certaines martingales purement discontinues. Dans ce volume.
- [V] J. JACOD : Multivariate Point Processes (1975). Springer Verlag.