Séminaire Équations aux dérivées partielles - École Polytechnique

P. Schapira

Propagation au bord et réflexion des singularités analytiques des solutions des équations aux dérivées partielles II

Séminaire Équations aux dérivées partielles (Polytechnique) (1976-1977), exp. n° 9, p. 1-10

<http://www.numdam.org/item?id=SEDP_1976-1977____A8_0>

© Séminaire Équations aux dérivées partielles (Polytechnique)
(École Polytechnique), 1976-1977, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire Équations aux dérivées partielles (http://sedp.cedram.org) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

Numdam
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

CENTRE DE MATHÉMATIQUES

PLATEAU DE PALAISEAU - 91128 PALAISEAU CEDEX

Téléphone : 941.82.00 - Poste N°

Télex : ECOLEX 691 596 F

S E M I N A I R E G O U L A O U I C - S C H W A R T Z 1 9 7 6 - 1 9 7 7

PROPAGATION AU BORD ET REFLEXION DES SINGULARITES ANALYTIQUES DES SOLUTIONS DES EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES II.

par P. SCHAPIRA

Exposé N° IX

14 Décembre 1976

§ 1. INTRODUCTION

Nous avons montré dans [8] que la propagation au bord des singularités analytiques des solutions hyperfonction d'une équation aux dérivées partielles $Pu = 0$ résultait d'une propriété micro-locale de l'opérateur P, dite de "N-régularité", et nous avions alors montré que les opérateurs micro-hyperboliques de Kashiwara-Kawai, ainsi que les opérateurs micro-localement équivalents à $(D_1 + iD_2)^p$, étaient N-réguliers, ce qui permettait d'obtenir un théorème de réflexion analogue à celui de Lax et Nirenberg (sous des hypothèses plus faibles, ceci parce que le cadre est analytique).

Nous démontrons ici la N-régularité d'une nouvelle classe d'opérateurs pseudo-différentiels : les opérateurs P pour lesquels il existe une variété involutive Z contenue dans car(P), la variété caractéristique de P, telle que l'hypersurface N ne soit pas micro-caractéristique pour P sur Z au sens de J. M. Bony [1]. Cela permet d'obtenir de nouveaux théorèmes de propagation au bord (les théorèmes de réflexion en résultent) comme par exemple dans le cas de l'équation de la chaleur.

§ 1. RAPPELS

Soit M une variété analytique réelle de dimension n+1, N une hypersurface analytique de M, X un complexifié de M, Y un complexifié de N dans X.

Soit T^*X le fibré vectoriel cotangent à X et S^*X (resp. P^*X) le fibré en sphères réelles (resp. le fibré projectif complexe) associé. Soit S^*_NX, S^*_YX, S^*_MX les fibrés en sphères conormaux à N, Y, M dans X et S^*_NY celui à N dans Y. On a des isomorphismes $S^*_MX \simeq i\,S^*M$, $S^*_NY \simeq iS^*N$.

Il nous arrivera souvent d'identifier, quand cela ne prêtera pas à confusion, un point de $T^*X - X$ et son image dans S^*X, et de même pour les autres fibrés.

Nous utiliserons la théorie des microfonctions et des opérateurs pseudo-différentiels analytiques, telle qu'elle est exposée dans [6]. Nous notons C_M (resp. C_N) le faisceau des microfonctions sur iS^*M (resp. sur iS^*N) et $\mathcal{P}_X$ (resp. $\mathcal{P}_Y$) le faisceau des opérateurs pseudo-différentiels sur P^*X (resp. sur P^*Y), ou $\mathcal{P}_M$ (resp. $\mathcal{P}_N$) sa "restriction" à iS^*M (resp. iS^*N).

Nous avons introduit dans [8] la notion d'opérateur pseudo-différentiel N-régulier en un point $x^* \in N \times_M iS^*M$, à l'aide du faisceau $C_{N|X}$ [6]. Cette définition est invariante par transformation canonique quantifiée, mais nous n'allons rappeler ici qu'une définition équivalente, dans le cas où un système de coordonnées a été choisi.

Supposons donc que M soit un ouvert de $\mathbf{R}^{n+1}$, N l'hyperplan d'équation $\{x_1 = 0\}$. Soit $x^* = (0,x';i\xi_1, i\xi')$, où $x' = (x_2,\ldots,x_{n+1})$, $\xi' = (\xi_2,\ldots,\xi_{n+1})$, un point de $iT^*M - M$, que l'on identifie à son image dans iS^*M, et supposons $\xi' \neq 0$ ($x^* \notin i S^*_N M$). Soit $x'^* = (x';i\xi')$ l'image de x^* par la projection canonique $\rho : iS^*M \times_M N - iS^*_N M \to iS^*N$. On pose $L = iS^*M \times_M N$.

Définition 1.1 [8] : Soit P un opérateur pseudo-différentiel d'ordre μ, défini au voisinage de x^*. Supposons que l'équation $P_\mu(0,x';\zeta, i\xi') = 0$ ait une racine d'ordre m en $\zeta = i\xi_1$. On dit que P est N-régulier en x^* si pour tout $u \in (\Gamma_L(C))_{x^*}$ et tout $v_j \in (C_N)_{x'^*}$ $(j = 0,\ldots,m-1)$ l'équation :

$$Pu + \sum_{j=0}^{m-1} v_j \otimes \delta_1^j = 0$$

entraine $u = 0$.

Nous avons montré dans [8 b,c] la N-régularité des opérateurs micro-hyperboliques de Kashiwara-Kawai [5] ainsi que des opérateurs micro-localement équivalents à $(D_1 + iD_2)^\ell$, et démontré le théorème 1.2 ci-dessous qui justifie l'intérêt de la notion de "N-régularité". Avant de l'énoncer rappelons [7] que si f est une hyperfonction sur l'ouvert $M \cap \{x_1 > 0\}$ de $\mathbf{R}^{n+1}$, solution de l'équation $Pf = 0$, où P est un opérateur différentiel analytique d'ordre m pour lequel l'hypersurface N est non caractéristique, on définit les m traces de f en écrivant :

$$P\bar{f} = Pg + \sum_{j=0}^{m-1} h_j \otimes \delta_1^j$$

où $\bar{f}$ est un prolongement quelconque de f à support dans $\bar{M}_+$, g une hyperfonction à support dans N, et les $(h_j)_j$ des hyperfonctions de N.

Théorème 1.2 [8] : Soit P un opérateur différentiel d'ordre m, l'hypersurface N étant non caractéristique. Soit f une hyperfonction sur M_+, solution de l'équation $Pf = 0$. Soit $(x';i\xi') = x'^*$ un point de iS^*N et

soient Z^-, Z^o, Z^+ l'ensemble des points $(0,x';\zeta,i\xi')$ de $S^*_N X$ solutions de l'équation $P_m(0,x';\zeta,i\xi') = 0$, avec $\mathrm{Re}\,\zeta < 0$, $\mathrm{Re}\,\zeta = 0$, $\mathrm{Re}\,\zeta > 0$. Soit $Z^o = Z^{o,1} \cup Z^{o,2}$ une partition de Z^o. Supposons :

a) en tous points de $Z^{o,1}$ l'opérateur P est N-régulier.

b) l'adhérence dans iS^*M du support singulier de f ne rencontre pas $Z^{o,1}$.

c) il y a m-p points (comptés avec leurs multiplicités) dans $Z^+ \cup Z^{o,1}$.

d) les p premières traces $(h_{m-1},\ldots,h_{m-p})$ de f sont nulles en x'*.

Alors les m traces de f sont nulles en x'* et l'adhérence du support singulier de f ne rencontre pas $\rho^{-1}(x'^*)$.

(Rappelons que l'on dit que f est nulle, ou micro-analytique, en $x^* \in iS^*M$, si x^* n'appartient pas à S.S(f), le support singulier de f).

§ 3. ENONCE DU THEOREME. EXEMPLES

On suppose à nouveau que M est une variété analytique réelle de dimension n+1. Soit Z une variété conique involutive de codimension ℓ de iT^*M. Soit $x^* = (x\,;\,i\xi)$ un point de Z et $(\delta x,\ \delta\xi)$ un point de $T(iT^*M)_{x^*}$. On identifie x^* et Z à leurs images dans iS^*M.

Soit P un opérateur pseudo-différentiel d'ordre μ défini au voisinage de x^*, car(P) sa variété caractéristique dans iS^*M. On suppose Z contenu dans car(P) et soit m le plus grand entier tel que P_μ s'annule ainsi que toutes ses dérivées d'ordre inférieur à m sur Z.

Définition 2.1 [1] : On dit que le vecteur $(\delta x,\ \delta\xi)$ est micro-caractéristique pour P sur Z si :

$$P_\mu(x + \varepsilon\delta x,\ \xi + \varepsilon\delta\xi) = o(\varepsilon^m).$$

Si L est une hypersurface de iS^*M définie par une équation $\Phi(x,\xi) = 0$ homogène de degré 0 en ξ, on dit que L est micro-caractéristique en $x^* \in L$ si le vecteur $d\Phi(x^*) \in T^*(iT^*M)x^*$, considéré comme un vecteur de $T(iT^*M)x^*$ par l'isomorphisme donné par la 2-forme symplectique (c.à a. : H_φ) est micro-caractéristique.

Exemples : Soit $P = D_1^2 + i\,x_1 D_1 D_2$ dans $\mathbb{R}^2$, au voisinage de dx_2. Soit Z la variété $\{\xi_1 = 0\}$. Alors $Z \subset car(P)$, $m = 1$, et l'hyperplan $\{x_1 = 0\}$ est micro-caractéristique sur Z.

Soit $P = D_1^2 + i\,x_1 D_1 D_2$ dans $\mathbb{R}^3$, au voisinage de dx_3. Soit $Z = \{\xi_1 = \xi_2 = 0\}$. Alors $m = 2$ et l'hyperplan $\{x_1 = 0\}$ n'est pas micro-caractéristique sur Z.

Soit $P = D_1^4 + D_2^2 D_3^2$ dans $\mathbb{R}^3$ au voisinage de dx_3. Soit $Z = \{\xi_1 = \xi_2 = 0\}$. L'hyperplan $\{x_1 = 0\}$ (resp. $\{x_2 = 0\}$) est (resp. n'est pas) micro-caractéristique pour P sur Z.

Théorème 2.2 : Soit N une hypersurface analytique de M, $L = iS^*_M M \times N$, x^* un point de $L - iS^*_N M$, P un opérateur pseudo-différentiel d'ordre fini défini au voisinage de x^*, car (P) sa variété caractéristique. On suppose qu'il existe une variété involutive Z contenue dans car(P) telle que l'hypersurface L ne soit pas micro-caractéristique pour P sur Z en x^*. Alors P est N-régulier en x^*.

Exemples : Les opérateurs étudiés par Bony-Schapira [2] sont N-réguliers pourvu qu'il existe une fonction φ nulle sur N et une fonction Ψ nulle sur car(P) tel que le crochet de Poisson $\{\varphi, \varphi\}$ soit non nul en x^*. Le théorème 2.2 contient donc en particulier le cas des opérateurs micro-localement équivalents au voisinage de dx_n à D_1^p $(n > 1)$ ou à $(D_1 + i\,D_2)^p$ $(n > 2)$. Ce théorème contient donc le théorème 2 de [8 b, c].

Soit $P(x', x'', D_{x'}, D_{x''})$ un opérateur différentiel analytique d'ordre m défini sur un ouvert M de $\mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^q$ dont la partie principale ne contient pas de dérivation en $x'' \in \mathbb{R}^q$, et tel que l'hyperplan d'équation $\{x_1 = 0\}$ soit non caractéristique. Soit maintenant $Q(x', x'', D_{x'}, D_{x''})$ un autre opérateur d'ordre $\leq m$ sur M, dont le symbole principal s'annule au moins à l'ordre m sur la variété $\{x'' = 0\}$. Soit Z la variété involutive $\{\xi' = 0,\ x'' = 0\}$ de iS^*M. Les conditions du théorème 2.1 sont vérifiées pour l'opérateur $P + Q$, et celui-ci est donc N-régulier en tous points de $iS^*_M M \times N \cap Z$. On peut alors appliquer le théorème 1.2 . Soit f une hyperfonction définie pour $x_1 > 0$ dans M, solution de l'équation $(P + Q)f = 0$. Soit x^*_o un point de $iS^*_M M \times N \cap Z$ ne rencontrant pas l'adhérence du support singulier de f dans iS^*M, et soit x'^*_o l'image de x^*_o dans iS^*N par la projection canonique ρ. Alors x'^*_o n'appartient pas au support singulier des m traces de f.

a) Par exemple si f est une fonction analytique sur $\mathbf{R}^{n+1} \cap \{x_1 > 0\}$, solution de l'équation de la chaleur $(D_1^2 + \ldots + D_n^2 - D_{n+1})f = 0$, les traces de f sur l'hyperplan $\{x_1 = 0\}$ seront micro-analytiques dans les directions $\pm\, dx_{n+1}$.

b) Soit Γ la courbe d'équation $\{x_2 = \ldots = x_{n+1} = 0\}$ de $\mathbf{R}^{n+1}$. Soit P un opérateur de la forme $D_1^m + Q$, où le symbole principal de Q, supposé d'ordre m, s'annule au moins à l'ordre m sur Γ. Soit Z le fibré conormal à Γ dans $\mathbf{R}^{n+1}$. Alors $Z \subset car(P)$ et les hyperplans $\{x_1 = c\}$ ne sont pas micro-caractéristiques pour P sur Z. On en conclut que si f est une solution analytique sur $\mathbf{R}^{n+1} - \Gamma \cup \{x_1 < 0\}$ de l'équation $Pf=0$, f se prolonge analytiquement à $\mathbf{R}^{n+1}$ tout entier. Ce dernier exemple peut se généraliser. On pourrait aussi déduire du théorème 2.2 des résultats de prolongement du type de ceux de [3].

§ 3. DEMONSTRATION DU THEOREME : PREMIERES REDUCTIONS ET CHANGEMENT DE NOTATIONS.

On va commencer, en utilisant une astuce dûe à M. Kashiwara, à se ramener au cas où la variété Z est involutive et régulière, c'est-à-dire où la 1-forme fondamentale de iS^*M ne s'annule pas sur Z.

Placons nous dans le cadre de la définition 1.1 : M est un ouvert de $\mathbf{R}^{n+1}$, $(x, i\xi) = x^*$ un point de $iS^*_M M \times_M N - iS^*_N M$, u une micro-fonction définie au voisinage de x^*, à support dans $L = iS^*_M M \times N$, solution d'une équation $Pu + \sum_{j=o}^{m-1} v_j \otimes \delta_1^j = 0$. Plongeons M dans l'ouvert $\check{M} = M \times \mathbf{R}$ de $\mathbf{R}^{n+2}$ et soit $\check{u} = u \otimes \delta_{n+2}$, $\check{Z} = \{(x, x_{n+2}; i\xi, i\xi_{n+2}) \mid (x, i\xi) \in Z\}$, $\check{x}^* = (x, 0; i\xi, i\lambda)$, pour un $\lambda \in \mathbf{R}$, $\lambda \neq 0$. Les hypothèses du théorème sont encore vérifiées pour $\check{N} = \{x_1 = 0\}$, $\check{Z}$, P, et $\check{Z}$ est involutive et régulière au voisinage de $\check{x}^*$. Alors $\check{u} = u \otimes \delta_{n+2}$ est nulle au voisinage de $\check{x}^*$, et u est nulle au voisinage de x^*.

Lemme 3.1 : Soit Z une variété régulière involutive de codimension ℓ de iS^*M, et L une hypersurface de iS^*M. On suppose qu'il existe une fonction φ nulle sur L et une fonction Ψ nulle sur Z, telles que le crochet

de Poisson $\{\varphi,\Psi\}$ soit différent de 0 en $x^* \in Z \cap L$. Il existe alors une transformation canonique au voisinage de x^* qui transforme L et Z en les variétés d'équations respectives $\{x_1 = 0\}$ et $\{\xi_1 = \ldots = \xi_\ell = 0\}$ de $\mathbf{R}^{n+1} \times iS^n$.

Soit Z la variété involutive du théorème, que l'on supposera régulière et $L = iS^*M \times N$. Il est facile de voir que les hypothèses du lemme 3.1 sont vérifiées. Comme on peut supposer Z de codimension maximum, soit n, une transformation canonique quantifiée permet donc de se ramener à la situation suivante.

Nouvelles notations : On travaille dans iS^*M, M étant un ouvert de $\mathbf{R}^{n+1}$, avec les coordonnées $(x,t\,;\,i\xi,i\theta)$. L est la variété $\{x_1 = 0\}$ et Z la variété $\{\xi_1 = \ldots = \xi_n = 0,\ \theta > 0\}$. En divisant P par un opérateur elliptique d'ordre μ-m on peut supposer son symbole de la forme [2, p.108 et p.124] :

$$P(x,t,\xi,\theta) = \xi_1^m + \sum_{\substack{|\alpha|=m \\ \alpha \neq (m,0\ldots0)}} A_\alpha(x,t,\xi',\theta)\xi^\alpha + \sum_{0 \le \ell < m} B_\ell(x,t,\xi',\theta)\xi_1^\ell$$

où $\xi' = (\xi_2,\ldots,\xi_n)$, les A_α sont des symboles d'ordre ≤ 0, les B_ℓ des symboles d'ordre $\le m-\ell-1$, définis au voisinage du point $x^* \in L \cap Z$.

§ 4. DEMONSTRATION DU THEOREME. DEUXIEME ETAPE.

Soit W un voisinage ouvert de M dans $\mathbb{C}^n \times \mathbf{R}$. Nous noterons $(z,t;i\zeta,i\theta)$ les coordonnées d'un point de $iS^*(W)$, avec $z = (z_1 \ldots z_n)$, $\zeta = (\zeta_1,\ldots,\zeta_n)$. Sur l'ouvert $\{\theta > 0\}$ de iS^*W, considérons le faisceau C_W^h des microfonctions holomorphes en z (c'est à dire solution du système $\frac{\partial u}{\partial \bar{z}_i} = 0$; $i = 1,\ldots,n$). C'est un faisceau concentré sur la variété $\tilde{Z}$ d'équation $\{\zeta_1 = \ldots = \zeta_n = 0,\ \theta > 0\}$ et la projection $iS^*W \to W$ induit un isomorphisme $\tilde{Z} \to W$. Nous considèrerons donc C_W^h comme un faisceau sur W. Nous considèrerons de même $\mathcal{P}_W$, "restriction" à $\tilde{Z}$ du faisceau des opérateurs pseudo-différentiels sur $P^*(X)$, comme un faisceau sur W. Le faisceau $\mathcal{P}_W$ opère sur C_W^h.

Nous désignerons par C_V^h et $\mathcal{O}_V$ les faisceaux contruits de manière analogue sur $V = W \cap \{z_1 = 0\}$. D'après M. Kashiwara [4], les groupes $\mathcal{H}^i_M(W, C_W^h)$ sont nuls pour $i \neq n$, et le morphisme naturel (en identifiant $\tilde{Z}$ à W et Z à M) :

$$C_M|Z \to \mathcal{H}^n_M(W, C_W^h)$$

est injectif. Notons $\check{B}_M$ le faisceau $\mathcal{H}^n_M(W, C_W^h)$ et $\check{B}_N$ le faisceau $\mathcal{H}^{n-1}_N(V, C_V^h)$. Le théorème 2.2 résultera donc de l'unicité de la décomposition dans le lemme 4.1 ci-dessous.

Lemme 4.1 : Pour tout $u \in \Gamma_N(M, \check{B}_M)$ il existe un unique $v \in \Gamma_N(M, \check{B}_M)$ et d'uniques $v_j \in \Gamma(N, \check{B}_N)$ $(j = 0, \ldots, m-1)$ avec

$$u = Pv + \sum_{j=o}^{m-1} v_j \otimes \delta_1^j .$$

Pour démontrer le lemme 4.1 il sera commode d'utiliser le langage des catégories dérivées, comme dans [6]. Notons encore P le complexifié en z de l'opérateur de la fin du paragraphe 3. En prenant W assez petit, on peut supposer P défini sur W. Désignons par $\mathcal{M}$ le $\mathcal{O}_W$-module à gauche $\mathcal{O}_W/\mathcal{O}_W.P$ et par $\mathcal{M}_V$ le module induit par $\mathcal{M}$ sur V [6 p.4-13]. Comme P est de type Weierstrass en $\frac{\partial}{\partial z_1}$, d'ordre m, $\mathcal{M}_V$ est un $\mathcal{O}_V$-module libre de rang m.

Lemme 4.2 : On a les deux isomorphismes canoniques :

(1) $R\mathcal{H}om_{\mathcal{O}_W}(\mathcal{M}, C_W^h)|V \xrightarrow{\sim} R\mathcal{H}om_{\mathcal{O}_V}(\mathcal{M}_V, C_V^h)$

(2) $R\mathcal{H}om_{\mathcal{O}_W}(\mathcal{M}, C_W^h)|V \xrightarrow{\sim} R\Gamma_V R\mathcal{H}om_{\mathcal{O}_W}(\mathcal{M}, C_W^h)[+2]$.

Le lemme 4.1 résulte du lemme 4.2 par application du foncteur $R\Gamma_N[n-1]$ à l'isomorphisme

$$(C_V^h)^m \xrightarrow{\sim} R\Gamma_V R\mathcal{H}om(\mathcal{M}, C_W^h)[+2] .$$

§ 5. THEOREME DE CAUCHY-KOWALEWSKI PRECISE DANS LES FAISCEAUX DE MICRO-FONCTIONS PARTIELLEMENT HOLOMORPHES. FIN DE LA DEMONSTRATION.

L'opérateur pseudo-différentiel P désigne, comme au paragraphe précédent, le complexifié sur W, ouvert de $\mathbb{C}^n \times \mathbb{R}$, de l'opérateur de la fin du paragraphe 3.

$$P(z,t,D_z,D_t) = D_{z_1}^m + \sum_{\substack{|\alpha|=m \\ \alpha \neq (m,o\ldots o)}} A_\alpha(z,t,D_{z'},D_t) D_z^\alpha$$

$$+ \sum_{o \leq \ell < m} B_\ell(z,t,D_{z'},D_t)\, D_{z_1}^\ell$$

où $D_{z'} = (D_{z_2},\ldots,D_{z_n})$, les A_α sont des opérateurs d'ordre ≤ 0 et les B_ℓ des opérateurs d'ordre $\leq m - \ell - 1$,
définis au voisinage de $\tilde{Z}$, donc définis sur W via l'isomorphisme $\tilde{Z} \simeq W$.
On désignera par Σ un hyperplan réel $\{t = \sigma\}$ de W et par H un hyperplan complexe $\{z_1 = h\}$ de W.

Nous dirons [cf.2] qu'un ouvert convexe Ω de W est

$t - \delta - H$ plat (où $\delta > 0$) si

$$(z,t) \in \Omega,\ (\tilde{z},\tilde{t}) \in H$$

$|z_1 - \tilde{z}_1| \geq \delta\, |z_j - \tilde{z}_j|$, $j = 2,\ldots,n$, $t = \tilde{t}$ entraîne $(\tilde{z},\tilde{t}) \in \Omega \cap H$

et que Ω est $z_1 - k - \Sigma$-plat (où $k > 0$) si

$$(z,t) \in \Omega,\ (\tilde{z},\tilde{t}) \in \Sigma$$

$|t - t_1| \geq k\, |z_j - \tilde{z}_j|$ $j = 2,\ldots,n$, $z_1 = \tilde{z}_1$ entraîne $(\tilde{z},\tilde{t}) \in \Omega \cap \Sigma$.

Théorème 5.1 : L'opérateur P s'écrivant comme ci-dessus, pour tout point (z_o,t_o) de W, il existe un voisinage ouvert Ω_o de ce point et des constantes $k > 0$ et $\delta > 0$ tels que :
quelque soit h et σ définissant les hyperplans H et Σ d'équation $z_1 = h$, $t = \sigma$, quelque soit Ω, ouvert convexe contenu dans Ω_o, $z_1 - k - \Sigma$ plat et $t - \delta - H$ plat, le problème de Cauchy :

$$P(f) = g\ ,\ \gamma(f) = (h)$$

où $\gamma(f) = (f|_H, \frac{\partial}{\partial z_1} f|_H, \ldots (\frac{\partial}{\partial z_1})^{m-1} f|_H)$, admet une solution unique $f \in \Gamma(\Omega, C^h_W)$ pour toute donnée $g \in \Gamma(\Omega, C^h_W)$, $(h) \in \Gamma(\Omega \cap H, C^h_V)^m$.

Ce théorème se déduit facilement du théorème 3.1.2 et du lemme 4.1.2 de [2]. L'isomorphisme (1) du lemme 4.2 résulte immédiatement du théorème 5.1. Pour démontrer l'isomorphisme (2) on vérifie d'abord, à l'aide du théorème 5.1, que l'opérateur P définit un isomorphisme du faisceau sur $S^*_V W$:

$$C^{h,\mathbf{R}}_{V|W} = \mathcal{C}^1_{S^*_V(W)}(\pi^{-1} C^h_W)$$

où π désigne la projection $W - V \cup S^*_V W \to W$. On utilise ensuite le triangle [6, chapitre 1, proposition 1.2.5] :

$$\begin{array}{ccc} & & F|_V \\ & \swarrow & \nwarrow{\scriptstyle +1} \\ R\Gamma_V(F)[+2] & \to & R\pi_* R\Gamma_{S^*_V(W)}(\pi^{-1}F)[+2] \end{array}$$

avec $F = R\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_W}(\mathcal{M}, C^h_W)$.

BIBLIOGRAPHIE

[1] J. M. Bony : Extension du theorème de Holmgren. Sem. Goulaouic-Schwartz, 1975-76, exposé 17.

[2] J. M. Bony, P. Schapira : Propagation des singularités analytiques pour les solutions des équations aux dérivées partielles. Ann. Inst. Fourier Grenoble 26, 1, 81-140 (1976).

[3] A. Kaneko : Singular spectrum of boundary value of solutions of partial differential equations with real analytic coefficients. Scientific papers of the College of Gen. Ed. Univ. of Tokyo, Vol. 25, n°2, 59-68 (1975).

[4] M. Kashiwara : Exposé oral au colloque "Hyperfonctions et Physique Théorique" 1973 (Nice) et communications personnelles.

[5] M. Kashiwara, T. Kawaï : On micro hyperbolic pseudo-differential operators I. J. Math. Soc. Japan, vol. 27, 359-404 (1975).

[6] M. Sato, T. Kawaï, M. Kashiwara : Hyperfunctions and pseudo-differential equations. Lecture Notes in Math. Springer 287, 265-529 (1973).

[7] P. Schapira : Problème de Dirichlet et solutions hyperfonction des équations elliptiques. Boll. Unione Mat. Ital. (4) n° 3 , 367-372 (1969).

[8] P. Schapira : Propagation au bord et réflexion des singularités analytiques des solutions des équations aux dérivées partielles I. a) Sem. Goulaouic-Schwartz 1975-76, exposé 6, ou b) C. R. Acad. Sc. Paris, t.283, série A, 251-253 (1976), ou c) Article à paraître aux "Publ. R. I. M. S." Kyoto 1976.