JEAN-PIERRE SERRE

Groupes analytiques p-adiques

Séminaire N. Bourbaki, 1964, exp. nº 270, p. 401-410

<http://www.numdam.org/item?id=SB_1962-1964__8__401_0>

Séminaire BOURBAKI
16e année, 1963/64, n° 270

Février 1964

GROUPES ANALYTIQUES p-ADIQUES

par Jean-Pierre SERRE

(d'après Michel LAZARD [5])

§ 1. Introduction.

1.1. Définition des groupes analytiques p-adiques.

Soit k un corps valué complet non discret. Si U est un ouvert de k^n, une application $f : U \to k$ est dite analytique si elle est développable en série de Taylor au voisinage de tout point. On peut utiliser de telles fonctions pour "recoller" des ouverts de k^n, et définir ainsi la catégorie des variétés analytiques sur k. Un groupe dans cette catégorie est appelé un groupe analytique sur k (ou encore un groupe "de Lie").

Le cas qui nous intéresse ici est celui où $k = \mathbf{Q}_p$, corps des nombres p-adiques usuels. Un groupe analytique sur $\mathbf{Q}_p$ est appelé un groupe analytique p-adique ; un tel groupe est localement compact et totalement discontinu.

1.2. Exemples.

Les groupes $\mathbf{GL}(n , \mathbf{Q}_p)$, $\mathbf{SL}(n , \mathbf{Q}_p)$, $\mathbf{Sp}(n , \mathbf{Q}_p)$ sont des groupes analytiques p-adiques, admettant comme sous-groupes ouverts compacts les groupes $\mathbf{GL}(n , \mathbf{Z}_p)$, $\mathbf{SL}(n , \mathbf{Z}_p)$, $\mathbf{Sp}(n , \mathbf{Z}_p)$, où $\mathbf{Z}_p$ désigne comme d'habitude l'anneau des entiers p-adiques (i. e. $\varprojlim \mathbf{Z}/p^k \mathbf{Z}$).

Plus généralement, si k est une extension finie de $\mathbf{Q}_p$, et si G est un groupe algébrique sur k, le groupe $G(k)$ des points de G à valeurs dans k est muni canoniquement d'une structure de groupe analytique sur k ; par restriction des scalaires, on en déduit une structure de groupe analytique p-adique.

Autre procédé : soit R l'anneau des entiers de k (fermeture intégrale de $\mathbf{Z}_p$ dans k), et soit $\mathfrak{m}$ son idéal maximal. Notons X un système de n indéterminées X_i $(1 \leq i \leq n)$, et soit $Z = f(X , Y)$ une loi de groupe formel (au sens de DIEUDONNÉ et LAZARD) à coefficients dans R. Si l'on donne aux X_i et Y_i des valeurs x_i, y_i appartenant à $\mathfrak{m}$, la série $f(x , y)$ converge vers un élément z dont les coordonnées appartiennent aussi à $\mathfrak{m}$. On obtient ainsi un groupe analytique G_f sur k (de dimension n) ; par restriction des scalaires, il définit un groupe analytique p-adique. Un groupe de type G_f est dit standard.

[Noter que, si G est un schéma en groupes lisse sur R (au sens de GROTHENDIECK), le complété formel de G le long de la section unité est un groupe formel au sens précédent. Les éléments de G_f s'identifient aux éléments de $G(R)$ dont la "réduction" est égale à 1. Bien entendu, ce procédé est loin de donner tous les groupes formels (même pour $n = 1$) ; l'étude arithmétique de ceux-ci semble très intéressante (cf. la thèse de LUBIN, qui doit paraître prochainement aux Annals of Mathematics).]

Autres exemples de groupes analytiques p-adiques : les groupes de Galois des modules de Tate des variétés abéliennes (cf. [7]).

1.3. La théorie de Lie.

Elle s'applique, mais ne fournit que des résultats locaux. Si $\mathfrak{g}$ désigne l'algèbre de Lie du groupe analytique p-adique G, l'exponentielle définit un isomorphisme local de $\mathfrak{g}$ sur G. Deux groupes ayant même algèbre de Lie ont des sous-groupes ouverts isomorphes. De plus, tout homomorphisme continu est analytique, et tout sous-groupe fermé est analytique (cf. HOOKE [2] et DYNKIN [1]).

La théorie de LAZARD [5], résumée ci-après, précise considérablement les relations entre algèbres de Lie et groupes analytiques (cf. n° 4.2). Elle fournit en outre une caractérisation simple des groupes analytiques (cinquième problème p-adique!) ainsi que des renseignements sur leur cohomologie.

§ 2. Filtrations.

2.1. Définitions.

Soit G un groupe. Une filtration sur G est une application

$$\omega : \quad G \to \mathbb{R}_+^* \cup \{+\infty\}$$

qui vérifie les deux axiomes :

$$\omega(xy^{-1}) \geqslant \inf(\omega(x)\ ,\ \omega(y)) \tag{1}$$

$$\omega(x^{-1}y^{-1}xy) \geqslant \omega(x) + \omega(y) \quad . \tag{2}$$

Si p est un nombre premier, on dit que ω est une p-valuation (ou que G est p-valué) si l'on a :

(3) $\omega(x) \neq \infty$ pour tout $x \neq 1$ (séparation)

(4) $\omega(x) > \frac{1}{p-1}$ pour tout $x \in G$

(5) $\omega(x^p) = \omega(x) + 1$ pour tout $x \in G$.

Enfin, un groupe filtré G est dit p-saturé s'il est p-valué, et s'il vérifie les deux conditions supplémentaires :

(6) G est complet pour la topologie définie par sa filtration.

(7) Pour tout $x \in G$ tel que $\omega(x) > 1 + \frac{1}{p-1}$, il existe $y \in G$ tel que $x = y^p$.

2.2. Gradué associé.

Soit G un groupe filtré. Pour tout $\nu \in \mathbf{R}_+^*$, soit G_ν (resp. G_ν^+) l'ensemble des $x \in G$ tels que $\omega(x) \geqslant \nu$ (resp. $\omega(x) > \nu$). On obtient ainsi des sous-groupes distingués de G, et l'on pose :

$$\mathrm{gr}_\nu(G) = G_\nu/G_\nu^+ , \qquad \mathrm{gr}(G) = \coprod_{\nu \in \mathbf{R}_+^*} \mathrm{gr}_\nu(G) .$$

La loi de composition et le commutateur définissent par passage au quotient une structure d'algèbre de Lie graduée sur $\mathrm{gr}(G)$ (cf. LAZARD [3], où est traité le cas d'une filtration à valeurs entières). Lorsque G est p-valué, $\mathrm{gr}(G)$ est une algèbre sur le corps premier $\mathbf{F}_p$. De plus, l'application $x \mapsto x^p$ définit par passage au quotient un endomorphisme π de $\mathrm{gr}(G)$, ce qui permet de munir $\mathrm{gr}(G)$ d'une structure d'algèbre graduée sur l'anneau de polynômes $\Gamma = \mathbf{F}_p[\pi] = \mathrm{gr}(\mathbf{Z}_p)$. (La condition (4) intervient notamment pour montrer que π est linéaire.) La condition (5) entraîne que $\mathrm{gr}(G)$ est un Γ-module gradué libre; son rang est appelé le rang du groupe p-valué G.

2.3. Exemples de groupes filtrés.

a. Soit G_f le groupe standard défini par une loi de groupe formel f (cf. n° 1.2), et soit w la valuation naturelle du corps k, supposée normée de telle sorte que $w(p) = 1$. Si $x = (x_1, \ldots, x_n)$ est un élément de G_f, posons :

$$\omega(x) = \inf(w(x_1), \ldots, w(x_n)) .$$

On vérifie tout de suite que l'on obtient ainsi une filtration de G_f ; de plus, en utilisant la forme de la série formelle qui donne la puissance p-ième, on montre que l'on a :

(8) $$\omega(x^p) \geqslant \inf(\omega(x) + 1 , p\omega(x)) .$$

Soit alors H le sous-groupe de G_f formé des $x \in G_f$ tels que $\omega(x) > \frac{1}{p-1}$. On vérifie sans difficultés que H est un groupe p-saturé de rang fini, donc a fortiori un groupe p-valué.

[On voit ainsi pourquoi $\frac{1}{p-1}$ intervient : c'est la racine de l'équation $pX = X + 1$ ("équation de Lazard").]

Noter que, si $k = \mathbb{Q}_p$, la filtration ω est à valeurs entières ; si en outre, le nombre premier p est distinct de 2, on a $H = G_f$.

b. Soit G un groupe et soit $p \neq 2$ (pour simplifier). Posons :

$$G_1 = G \,, \qquad G_{n+1} = (G_n)^p\,(G\,,\,G_n)\,, \qquad n \geqslant 1\,.$$

On obtient ainsi une filtration sur G, vérifiant l'axiome (4). Elle ne vérifie pas nécessairement (5), mais on a toutefois :

$$(5') \qquad \omega(x^p) \geqslant \omega(x) + 1 \qquad \text{pour tout } x \in G\,.$$

Cela suffit pour que $gr(G)$ soit définie, et soit une Γ-algèbre de Lie, avec $\Gamma = \mathbb{F}_p[\pi]$ comme ci-dessus. La condition (5) équivaut à exiger que cette algèbre de Lie soit un Γ-module gradué sans torsion (donc libre).

§ 3. Caractérisation des groupes analytiques p-adiques.

3.1. Relations avec les groupes p-valués complets de rang fini.

THÉORÈME 1.

(1) Tout groupe analytique p-adique possède un sous-groupe ouvert compact qui est p-saturé de rang fini (pour une filtration convenable).

(2) Tout groupe p-valué complet de rang fini est un groupe analytique p-adique.

(L'énoncé (2) a un sens, car, si un groupe topologique possède une structure analytique, cette structure est unique (cf. n° 1.3).)

Démontrons (1). Soit G un groupe analytique p-adique de dimension n. Au voisinage de l'origine, la loi de composition de G s'exprime comme série convergente $f(X\,,\,Y)$ à coefficients dans $\mathbb{Q}_p$. Quitte à effectuer une homothétie sur les coordonnées, on peut supposer que les coefficients de f appartiennent tous à $\mathbb{Z}_p$, et que G contient comme sous-groupe ouvert le groupe standard G_f associé à f (cf. n° 1.2). D'après 2.3, G_f contient lui-même un sous-groupe ouvert H qui est p-saturé de rang fini, ce qui démontre (1).

Soit maintenant G un groupe p-valué complet de rang fini. Soit $(\xi_i)_{1\leq i\leq n}$ une base homogène du Γ-module $gr(G)$, et soient (x_i) des représentants des (ξ_i) dans G. Un raisonnement d'approximations successives montre que tout $x \in G$ s'écrit de manière unique sous la forme :

$$x = x_1^{\nu_1} \ldots x_n^{\nu_n}, \qquad \nu_i \in \underset{\sim}{Z}_p$$

(les ν_i sont des "coordonnées de deuxième espèce"). Il reste à voir que la loi de composition de G, écrite en termes de ces coordonnées, est analytique. Cela pourrait se déduire d'un théorème général de DYNKIN [1]. LAZARD en donne une démonstration directe, basée sur les propriétés de l'algèbre Al G complétée de $\underset{\sim}{Z}_p[G]$ (cf. n° 5.1). Le résultat qu'il obtient est plus précis qu'une simple analyticité locale : si par exemple G est p-saturé, la loi de composition de G s'écrit au moyen de séries formelles à coefficients dans $\underset{\sim}{Z}_p$, ces coefficients tendant vers 0.

3.2. Caractérisation des groupes analytiques p-adiques.

Soit H un pro-p-groupe (limite projective de p-groupes finis). Si H^n désigne l'ensemble des x^n, $x \in H$, considérons les deux propriétés suivantes :

(*) $(H, H) \subset H^p \quad (p \neq 2)$

$(H, H) \subset H^4 \quad (p = 2)$,

(**) H est de type fini (i. e. il existe un sous-ensemble fini de H qui engendre un sous-groupe dense dans H)

THÉORÈME 2. - Soit G un groupe topologique. Pour que G soit analytique p-adique, il faut et il suffit qu'il existe un sous-groupe ouvert H de G qui soit un pro-p-groupe et qui vérifie les conditions (*) et (**) ci-dessus.

Si G est analytique p-adique, le théorème 1 montre que G contient un sous-groupe ouvert G^0 qui est p-saturé de rang fini. Soit H l'ensemble des $x \in G^0$ tels que $\omega(x) > 1$ (resp. $\omega(x) \geqslant 2$ si $p = 2$). On voit facilement que H est ouvert dans G, et vérifie les conditions (*) et (**).

Réciproquement, soit H un pro-p-groupe vérifiant ces conditions. Bornons-nous pour simplifier au cas $p \neq 2$, et munissons H de la filtration ω définie dans l'exemple 2.3 (b). La Γ-algèbre de Lie $gr(H)$ est engendrée par ses éléments de degré 1, lesquels sont en nombre fini d'après (**). De plus, la condition (*) montre que

$$[gr_1(H), gr_1(H)] \subset \pi . gr_1(H) \quad .$$

On en déduit que $gr(H)$ est engendré comme Γ-module par $gr_1(H)$; c'est donc la somme directe d'un module fini et d'un module libre de rang fini. Quitte à remplacer H par un sous-groupe ouvert, on peut se débarrasser du module fini, et supposer que $gr(H)$ est libre. La filtration ω est alors une p-valuation, et le théorème 1 montre que H est analytique.

COROLLAIRE. - Tout groupe topologique qui est extension de deux groupes analytiques p-adiques est un groupe analytique p-adique.

On montre qu'un tel groupe vérifie le critère du théorème 2.

§ 4. Correspondance "Groupes $\Longleftrightarrow$ Algèbres de Lie".

4.1. Algèbres de Lie filtrées.

Soit L une algèbre de Lie sur $\mathbb{Z}_p$. Une filtration de L est une application

$$w : L \to \mathbb{R}_+^* \cup \{+\infty\}$$

qui vérifie les deux axiomes :

(1_*) $$w(x - y) \geqslant \inf(w(x), w(y))$$

(2_*) $$w([x, y]) \geqslant w(x) + w(y) .$$

On aura également à considérer les axiomes suivants, analogues à ceux du n° 2.1 :

(3_*) $w(x) \neq \infty$ pour tout $x \neq 0$ (séparation).

(4_*) $w(x) > \frac{1}{p-1}$ pour tout $x \in L$.

(5_*) $w(px) = w(x) + 1$ pour tout $x \in L$.

(6_*) L est complète pour la topologie définie par sa filtration.

(7_*) Pour tout $x \in L$ tel que $w(x) > 1 + \frac{1}{p-1}$, il existe $y \in L$ tel que $x = py$.

Une algèbre de Lie vérifiant toutes ces conditions sera dite $*$-saturée (la notion d'algèbre de Lie saturée définie par LAZARD [5] est un peu différente).

4.2. La correspondance.

THÉORÈME 3. - La formule de Hausdorff définit un isomorphisme de la catégorie des algèbres de Lie $*$-saturées sur la catégorie des groupes p-saturés.

Cela signifie ceci : si l'on part d'une algèbre de Lie $*$-saturée L, et si

$$f(x, y) = x + y + \frac{1}{2}[x, y] + \dots$$

est la série formelle donnant $\mathrm{Log}(e^x e^y)$, on peut donner à x, y des valeurs dans L. Les différents termes de $f(x, y)$, qui sont a priori dans $\underset{\sim}{Q}_p \otimes L$, appartiennent en fait à L et tendent vers 0 (cela résulte des calculs de [4], mais LAZARD en donne une démonstration plus directe dans [5]). On obtient ainsi sur L une structure de groupe telle que $x.y = f(x, y)$, et la filtration w munit ce groupe G d'une structure de groupe p-saturé. Réciproquement, tout groupe p-saturé G peut s'obtenir ainsi, et cela de manière unique : on prend pour L l'ensemble G muni des lois de composition

$$x + y = \lim_{i\to\infty} (x^{p^i} y^{p^i})^{p^{-i}}$$

$$[x, y] = \lim_{i\to\infty} (x^{-p^i} y^{-p^i} x^{p^i} y^{p^i})^{p^{-2i}} .$$

Bien entendu, il n'est nullement évident que les formules précédentes définissent bien sur G une algèbre de Lie ni qu'en appliquant Hausdorff à cette algèbre on retombe bien sur la loi de composition de G. LAZARD le démontre par une méthode assez détournée, mais qui réduit les calculs au minimum. Il filtre de façon convenable l'algèbre $\underset{\sim}{Z}_p[G]$ de G et prend son saturé $A = \mathrm{Sat}\, \underset{\sim}{Z}_p[G]$ (si M est un $\underset{\sim}{Z}_p$-module filtré, on définit $\mathrm{div}\, M$ comme le sous-module de $\underset{\sim}{Q}_p \otimes M$ formé des éléments de filtration $\geqslant 0$, et $\mathrm{Sat}\, M$ est le complété de $\mathrm{div}\, M$). L'algèbre A possède une "application diagonale"

$$\Delta : A \to \mathrm{Sat}(A \otimes A) .$$

LAZARD démontre que G s'identifie à l'ensemble des $x \in A$ tels que

$$w(x - 1) > \frac{1}{p - 1} \quad \text{et} \quad \Delta(x) = x \otimes x \quad ;$$

de même, l'algèbre de Lie correspondante L s'identifie à l'ensemble des $x \in A$ tels que

$$w(x) > \frac{1}{p - 1} \quad \text{et} \quad \Delta(x) = x \otimes 1 + 1 \otimes x .$$

Il ne reste plus alors qu'à prouver que $\exp : L \to G$ est une bijection, ce qui est facile.

Remarques.

a. La démonstration montre en même temps que A s'identifie à $\mathrm{Sat}\, UL$, où UL est l'algèbre enveloppante de L. On a de plus $\mathrm{gr}\, L = \mathrm{gr}\, G$ et $U\, \mathrm{gr}\, L = \mathrm{gr}\, \underset{\sim}{Z}_p[G]$.

b. Le théorème 3 ne contient aucune hypothèse de finitude. On peut dire qu'il met en relation des groupes de Lie p-adiques (resp. algèbres de Lie p-adiques) banachiques ; dans cette direction, un résultat plus faible avait été obtenu par DYNKIN [1].

§ 5. Cohomologie.

5.1. Dimension cohomologique.

THÉORÈME 4. - *Si G est un groupe p-valué complet de rang fini n, la dimension cohomologique de G est égale à n.*

(Noter que G est un pro-p-groupe ; sa dimension cohomologique est donc définie, cf. par exemple [6].)

Soit $\mathrm{Al}\ G = \varprojlim \mathbb{Z}_p[G/U]$, où U parcourt l'ensemble des sous-groupes ouverts distingués de G ; l'algèbre Al G est la complétée de l'algèbre $\mathbb{Z}_p[G]$. C'est un anneau local (non commutatif) qui mérite d'être qualifié de régulier. La filtration de G définit une filtration de Al G. Le gradué associé gr Al G est isomorphe à U gr G. Quitte à modifier la filtration de G, on peut supposer que gr G est une algèbre de Lie abélienne, et dans ce cas, gr Al G est une algèbre de polynômes $\Gamma[X_1, \ldots, X_n]$ (ce qui justifie l'adjectif "régulier"). En relevant à Al G le complexe de l'algèbre extérieure, on montre qu'il existe une résolution de $\mathbb{Z}_p$ de la forme

$$0 \to L_n \to \ldots \to L_1 \to L_0 \to \mathbb{Z}_p \to 0 \quad ,$$

où les L_i sont des Al G-modules libres de rangs $\binom{n}{i}$. Si M est un p-groupe discret sur lequel G opère continûment, on montre que $H^i(G, M)$ s'identifie à $\mathrm{Ext}^i_{\mathrm{Al}\ G}(\mathbb{Z}_p, M)$; on a donc $H^i(G, M) = 0$ pour $i > n$, d'où $cd(G) \leq n$. De plus, la même méthode montre que G contient un sous-groupe ouvert U tel que l'algèbre de cohomologie $H^*(U, \mathbb{F}_p)$ soit une algèbre extérieure à n générateurs. On en déduit que $cd(U) = n$, et comme $cd(G) \geq cd(U)$, cela montre bien que $cd(G) = n$.

THÉORÈME 5. - *Soit G un groupe analytique p-adique compact, et supposons que $cd(G) < \infty$. Alors :*

(i) *G est un pro-p-groupe de Poincaré de dimension n* (cf. [6], p. I-47).

(ii) *Le caractère χ définissant la dualité de G est donné par la formule*

$$\chi(x) = \det \mathrm{Ad}(x) \quad ,$$

où $Ad(x)$ désigne l'automorphisme de l'algèbre de Lie g de G défini par x.

Vu ce qui précède, il existe un sous-groupe ouvert U de G qui est un pro-p-groupe de Poincaré de dimension n ; l'assertion (i) résulte de là et d'un théorème général de cohomologie (cf. par exemple [6], exposé VERDIER, proposition 4.7). L'assertion (ii) résulte de la comparaison entre la cohomologie de G et celle de son algèbre de Lie (cf. n° 5.3).

Remarque [ajoutée en mai 1964]. - Soit G un groupe analytique p-adique compact. On peut montrer que la condition " $cd(G) < \infty$ " qui intervient dans le théorème précédent est équivalente à la suivante, plus facile à vérifier : G est sans torsion. Plus généralement, si G est un groupe profini sans torsion, et si U est un sous-groupe ouvert de G, on a $cd(G) = cd(U)$. La démonstration utilise la technique des "puissances de Steenrod".

5.2. Cohomologie continue et cohomologie analytique.

Soit G un groupe analytique p-adique compact, soit M un $\mathbf{Z}_p$-module sans torsion de rang fini, et supposons que G opère continûment sur M muni de la topologie induite par celle de $M \otimes \mathbf{Q}_p$. On peut parler de cochaînes continues (resp. analytiques) sur G à valeurs dans M, d'où des groupes de cohomologie $H^i_c(G, M)$ (resp. $H^i_{ana}(G, M)$). On a des homomorphismes canoniques :

$$H^i_{ana}(G, M) \to H^i_c(G, M) \quad .$$

THÉORÈME 6. - Les homomorphismes $H^i_{ana}(G, M) \to H^i_c(G, M)$ sont bijectifs.

C'est trivial pour $i = 0$. Pour $i = 1$, cela résulte du fait que tout homomorphisme croisé $f : G \to M$ est analytique (cf. [7]). Le cas général est loin d'être aussi facile. LAZARD commence par traiter le cas où G est p-valué ; sa démonstration utilise notamment un critère d'analyticité établi récemment par Y. AMICE et J. HILY. Pour ramener le cas général au cas p-valué, LAZARD utilise la suite spectrale des extensions de groupes (celle que MACLANE appelle "de LYNDON") ; il en donne d'ailleurs un exposé détaillé, basé sur une méthode de WALL [8].

5.3. Comparaison avec la cohomologie de l'algèbre de Lie.

On conserve les notations précédentes, à cela près que M est maintenant un espace vectoriel sur $\mathbf{Q}_p$. Si U est ouvert dans G, l'homomorphisme $H^i_c(G, M) \to H^i_c(U, M)$ est injectif. On démontre que, lorsque U tend vers l'élément neutre, les $H_c^i(U, M)$ deviennent stationnaires ; leur valeur commune est notée $H_{st}^i(G, M)$, c'est la cohomologie <u>stable</u> de G à valeurs dans M.

THÉORÈME 7. - <u>Les groupes</u> $H_{st}^i(G, M)$ <u>s'identifient aux groupes de cohomologie</u> $H^i(\mathfrak{g}, M)$ <u>de l'algèbre de Lie</u> $\mathfrak{g}$ <u>de</u> M.

Ici encore, ce résultat est facile à prouver directement lorsque $i \leqslant 1$ (c'est ce qui était fait dans [7]). Dans le cas général, on choisit un sous-groupe ouvert p-saturé U de G ; si L est la $\mathbb{Z}_p$-algèbre de Lie correspondante, on a $\mathfrak{g} = L \otimes \mathbb{Q}_p$. De plus, si U est assez petit, M peut être muni canoniquement d'une structure de module sur Sat UL. On démontre alors que $H^i(\mathfrak{g}, M)$ (resp. $H_c^i(U, M)$) peut être considéré comme un Ext^i pris par rapport à l'algèbre Sat UL (resp. par rapport à Sat Al U). Le théorème résulte alors de l'égalité Sat UL = Sat Al U.

COROLLAIRE. - <u>Le groupe</u> $H_c^i(G, M)$ <u>s'identifie à</u> $H^0(G, H^i(\mathfrak{g}, M))$.

On applique le théorème 7 et la suite spectrale des extensions de groupes.

BIBLIOGRAPHIE

[1] DYNKIN (E.). - Algèbres de Lie normées et groupes analytiques [en russe], Uspekhi Mat. Nauk, N. S, t. 5, n° 1 (35), 1950, p. 135-186 ; Amer. math. Soc. Translations, Series 1, vol. 9, p. 471-534.

[2] HOOKE (R.). - Linear p-adic groups and their Lie algebras, Annals of Math., Series 2, t. 43, 1942, p. 641-655.

[3] LAZARD (M.). - Sur les groupes nilpotents et les anneaux de Lie, Ann. scient. Ec. Norm. Sup., t. 71, 1954, p. 101-190.

[4] LAZARD (M.). - Quelques calculs concernant la formule de Hausdorff, Bull. Soc. math. France, t. 91, 1963, p. 435-451.

[5] LAZARD (M.). - Groupes analytiques p-adiques (à paraître dans les Publications mathématiques de l'Institut des hautes Etudes scientifiques).

[6] SERRE (J.-P.). - Cohomologie galoisienne. Cours au Collège de France, 1963 (multigraphié).

[7] SERRE (J.-P.). - Sur les groupes de congruence des variétés abéliennes, Izv. Akad. Nauk S.S.S.R, t. 28, 1964, p. 3-20.

[8] WALL (C.). - Resolutions for extensions of groups, Proc. Cambridge phil. Soc., t. 57, 1961, p. 251-255.