DANIEL SIBONY

Quelques résultats en théorie axiomatique du potentiel

Séminaire Brelot-Choquet-Deny. Théorie du potentiel, tome 8 (1963-1964), exp. n° 7, p. 1-2

<http://www.numdam.org/item?id=SBCD_1963-1964__8__A4_0>

16 avril 1964

QUELQUES RÉSULTATS EN THÉORIE AXIOMATIQUE DU POTENTIEL

par Daniel SIBONY

(d'après CONSTANTINESCU-CORNÉA [2])

Résumé.

Dans une première partie, après avoir montré que l'axiome de convergence de M. BRELOT est vrai pour les ordonnés filtrants dès qu'il l'est pour les suites, on montre qu'il est équivalent à la propriété suivante :

(P) Soient U un domaine ouvert, $V \subset U$ un ouvert, K compact $\subset V$ et $x \in U$. Alors, il existe une constante $\alpha = \alpha(U, V, K, x)$ telle que pour toute s surharmonique dans U, harmonique dans V, on a

$$\sup_{y \in K} s(y) \leqslant \alpha s(x) .$$

Le résultat essentiel est alors le suivant :

THÉORÈME. - Soient X localement compact muni de la théorie axiomatique de M. BRELOT (avec existence d'un potentiel > 0), F un ensemble polaire fermé $F \subset X$. Si tout point de $X - F$ admet un voisinage qui possède une base de cardinal inférieur à un cardinal donné $\aleph$, alors X possède une base de cardinal inférieur à $\aleph$.

Dans la seconde partie, on démontre, dans le cadre de la même théorie axiomatique, l'additivité de la réduite relative à un ensemble arbitraire, c'est-à-dire

$$R^E_{s_1+s_2} = R^E_{s_1} + R^E_{s_2} \qquad (E \subset X , \ s_1 \text{ et } s_2 \text{ surharmoniques } \geqslant 0)$$

en utilisant la topologie fine, l'étape importante consistant à démontrer que $\hat{R}^G_s = R^G_s$ si G est un ouvert fin.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BRELOT (Marcel). - Lectures on potential theory. - Bombay, Tata Institute of fundamental Research, 1960 (Tata Institute of fundamental Research. Lectures on Mathematics, 19).

[2] CONSTANTINESCU (C.) and CORNÉA (A.). - On the axiomatic of harmonic functions, Ann. Inst. Fourier, Grenoble, t. 13, 1963, p. 373-394.

[3] HERVÉ (Rose-Marie). - Recherches axiomatiques sur la théorie des fonctions surharmoniques et du potentiel, Ann. Inst. Fourier, Grenoble, t. 12, 1962, p. 415-571 (Thèse Sc. math. Paris, 1961).