

# RENDICONTI *del* SEMINARIO MATEMATICO *della* UNIVERSITÀ DI PADOVA

ETTORE BENTSIK

**Nota aggiuntiva al lavoro : « Su possibili moti semplici di un satellite artificiale soggetto a forze newtoniane »**

*Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova*,  
tome 41 (1968), p. 69-71

[http://www.numdam.org/item?id=RSMUP\\_1968\\_\\_41\\_\\_69\\_0](http://www.numdam.org/item?id=RSMUP_1968__41__69_0)

© Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova, 1968, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova » (<http://rendiconti.math.unipd.it/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques*  
<http://www.numdam.org/>

NOTA AGGIUNTIVA AL LAVORO :  
« SU POSSIBILI MOTI SEMPLICI  
DI UN SATELLITE ARTIFICIALE SOGGETTO  
A FORZE NEWTONIANE »

ETTORE BENTSIK \*)

In un recente lavoro <sup>1)</sup>, nella parte dedicata alla ricerca di precessioni regolari per un corpo a struttura giroscopica soggetto a forze newtoniane di centro  $Q$  il cui baricentro  $G$  si muove di moto circolare e uniforme attorno a  $Q$ , sono incorso in un banale errore di trascrizione di una formula ; tale svista lascia inalterate le conclusioni raggiunte ma limita le possibili soluzioni del problema.

Voglio ora brevemente dimostrare come accanto alle precessioni trovate ne esistano altre non costituenti, a differenza delle prime, una particolare classe di moti alla Poincot, e in cui l'asse di precessione è parallelo all'asse attorno a cui ruota  $G$  mentre l'asse di figura, che necessariamente coincide con l'asse giroscopico, appartiene al piano contenente l'asse di precessione e la congiungente  $G$  con il centro di attrazione.

\* \* \*

Le <sup>2)</sup> (44) devono essere in realtà scritte scambiando  $p$  con  $q$  :

$$(1) \quad \begin{cases} c_1 c_3 = Sp \\ c_2 c_3 = Sq \end{cases}$$

---

\*) Indirizzo dell'Autore : Seminario Matematico - Università - Padova.

<sup>1)</sup> E. BENTSIK : « *Su possibili moti semplici di un satellite artificiale soggetto a forze newtoniane* ». Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova. Vol. XXXIX - 1967 - (pag. 177).

<sup>2)</sup> Il soprassegno sta ad indicare che si fa riferimento al lavoro citato in (1).

con

$$(2) \quad S = \frac{R}{3g} \left( \psi \frac{A}{C-A} + r_0 \right) = \text{cost.}$$

cosicchè la  $(\overline{51})$  diventa

$$(3) \quad S(p^2 + q^2) = \text{cost.}$$

che risulta senz'altro soddisfatta, in base alle  $(\overline{42})$ .

L'ipotesi  $S = 0$  è stata considerata nel precedente lavoro e non risente influenza dello scambio di  $p$  con  $q$  avvenuto nelle  $(\overline{44})$ . I moti determinati nel lavoro citato, pertanto, continuano a sussistere. Si supponga ora invece  $S \neq 0$ .

Dalle (1) non potendo essere  $c_3 = 0$ , per  $S \neq 0$ , risulta

$$(4) \quad \begin{cases} c_1 = \frac{S}{c_3} p \\ c_2 = \frac{S}{c_3} q. \end{cases}$$

Dalle (1), <sup>3)</sup> segue  $c_3 = \text{cost} \neq 0$ . Inoltre, moltiplicando le  $(\overline{47,1})$ ,  $(\overline{47,2})$  per  $c_3$  e tenendo presenti le  $(\overline{42})$  si deduce

$$(5) \quad \begin{cases} u_1 = \frac{a}{rc_3^2} p \\ u_2 = \frac{a}{rc_3^2} q \end{cases}$$

con

$$(6) \quad a = S\psi + c_3^2 - Sr_0 - Sru_3 = \text{cost.}$$

La  $(\overline{47,3})$  è soddisfatta in base a (4), (5).

---

<sup>3)</sup> Per il significato dei simboli vedasi loc. cit. in (1)

La  $(\overline{14,3})$  dà, in base a (5),  $u_3 \equiv \text{cost.}$  mentre le prime due  $(\overline{14})$  riescono verificate quando e solo quando sia

$$(7) \quad \frac{a}{\nu c_3^2} (\psi - r_0) + u_3 = 0.$$

Risultano pertanto costanti

$$\omega \times \mathbf{k}, \quad \omega \times \mathbf{c}, \quad \omega \times \mathbf{u},$$

da cui segue che  $\omega$ ,  $\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{k}$ , appartengono al medesimo piano, che l'asse di precessione è parallelo a  $\mathbf{u}$  e che la velocità di precessione è uguale a  $\nu$ . Tenendo conto di (1) e del fatto che  $\mathbf{c}$  e  $\mathbf{u}$  hanno modulo unitario, seguono le equazioni di condizione

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{S^2}{c_3^2} (p_0^2 + q_0^2) + c_3^2 = 1 \\ \frac{a^2}{\nu^2 c_3^4} (p_0^2 + q_0^2) + u_3^2 = 1 \\ \frac{aS}{\nu c_3^3} (p_0^2 + q_0^2) + u_3 c_3 = 0 \end{array} \right.$$

Sono quindi possibili, oltre a quelle trovate nel lavoro citato, precessioni regolari aventi per asse di figura l'asse giroscopico, per asse di precessione la parallela all'asse di versore  $\mathbf{u}$  attorno a cui ruota il baricentro; inoltre l'asse di figura appartiene durante il moto, al piano individuato dall'asse di precessione e dalla congiungente il baricentro  $G$  con il centro di attrazione.