RENDICONTI
del
SEMINARIO MATEMATICO
della
UNIVERSITÀ DI PADOVA

MARZIANO MARZIANI

Sulla integrazione delle equazioni di Maxwell

Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova, tome 27 (1957), p. 80-89

<http://www.numdam.org/item?id=RSMUP_1957__27__80_0>

SULLA INTEGRAZIONE DELLE EQUAZIONI DI MAXWELL

Nota (*) *di* Marziano Marziani (*a Ferrara*)

1. Introduzione. - In una nota recente [1]), ho preso in considerazione il problema dei valori iniziali per le equazioni di Maxwell nei dielettrici isotropi e anisotropi: il metodo, in tale ricerca, si fonda sull'uso della trasformazione multipla di Laplace e conduce in modo unitario e abbastanza rapido, in rapporto alla complessità della questione, a stabilire le ben note formule di rappresentazione del campo elettromagnetico.

Tale nota ha avuto soprattutto lo scopo di saggiare le difficoltà del problema e l'efficacia del metodo in vista di nuove applicazioni. Infatti mi propongo ora di riprendere la questione dell'integrazione delle equazioni di Maxwell per quanto riguarda il problema dei valori al contorno, che continua a interessare la ricerca di vari Autori [2]). Invero, se tale problema ha trovato soluzione per i dielettrici isotropi nelle formule di Larmor-Tedone [3]), estese da A. W. Conway [4]), A. Signo-

---

(*) Pervenuta in Redazione il 26 febbraio 1957.

Indirizzo dell'A.: Istituto matematico, Università, Ferrara.

[1]) M. Marziani, *Sull'integrazione delle equazioni di* Maxwell *nei mezzi isotropi e anisotropi.* Ann. Univ. Ferrara, vol. V (1956).

[2]) Si vedano a es.: F. Sbrana, *Un nuovo procedimento per l'integrazione delle equazioni dell'elastodinamica e dell'elettromagnetismo.* Rend. Sem. Mat. Univ. Padova (1955). A. Tonolo, *Sulla determinazione del campo elettromagnetico all'interno di un conduttore omogeneo e isotropo.* Rend. Acc. Naz. Lincei, ser. VIII, vol. XX (1956).

[3]) Cfr. a es. B. B. Baker - E. T. Copson, *The mathematical theory of Huygens' principle.* Oxford, Clarendon Press (1950), pp. 102 e segg.

[4]) A. W. Conway, *The propagation of light in a uniaxal crystal.* Proc. of the London math. Society, vol. XXXV (1903).

rini [5]), e A. Tonolo [6]) ai mezzi cristallini uniassici, non mi consta che l'analogo problema per i mezzi biassici sia stato ancora risolto. È appunto scopo di questa nota, riprendendo la questione da un punto di vista generale, di colmare tale lacuna e ritrovare vari risultati noti col procedimento seguito nella nota precedente, anche se alcuni di essi si possono ottenere con l'uso combinato della trasformazione semplice di Laplace e del teorema di reciprocità. Vedremo, invece, come il nostro metodo riconduca il problema a un'equazione vettoriale simbolica che, per mezzo delle soluzioni elementari del problema dei valori iniziali, già determinate, fornisce il legame tra i vettori del campo elettromagnetico e i valori al contorno senza ricorrere al teorema di reciprocità. È da notare, anzi, come una variante del teorema del prodotto integrale, abbia qui un ufficio analogo a quello che il teorema di reciprocità ha nei metodi classici. Ci limiteremo al caso di mezzi perfettamente dielettrici: il metodo è peraltro suscettibile di estensione ai mezzi conduttori.

2. Trattazione generale del problema. - In un punto P_0 di un dielettrico omogeneo che occupa una regione v dello spazio, limitata dalla superficie regolare Σ, si vuole determinare il campo elettromagnetico regolare $\boldsymbol{E}(P_0, t)$, $\boldsymbol{H}(P_0, t)$ soddisfacente alle equazioni di Maxwell

$$\text{rot}\, \boldsymbol{H} = \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \tag{1}$$

$$\text{rot}\, \boldsymbol{E} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \tag{2}$$

---

[5]) A. SIGNORINI, *Sulla teoria analitica dei fenomeni luminosi nei mezzi cristallini uniassici.* Ann. R. Scuola Norm. Sup. Pisa, vol. XII (1911).

[6]) A. TONOLO, *Sull'integrazione delle equazioni di Maxwell-Hertz relative ai fenomeni luminosi nei mezzi cristallini uniassici.* Mem. R. Acc. d'Italia, Vol. IV (1933). *Sull'integrazione delle equazioni di* MAXWELL-HERTZ *nei mezzi cristallini uniassici.* Rend. Acc. Naz. Lincei, ser. VI, vol. XVII (1933), pp. 532-537, pp. 806-809, pp. 919-923.

dove ε è l'omografia dielettrica (dilatazione) e μ la permeabilità magnetica (omotetia vettoriale), noti in ogni istante positivo di t i valori $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{H}$ del campo sulla frontiera Σ.

Supposto il campo elettromagnetico nullo ovunque per $t \leq 0$, e identicamente nullo per $t > 0$ nello spazio esterno a v, i trasformati di Laplace rispetto a t (unilateri) $\boldsymbol{e}\,(P,\ p)$, $\boldsymbol{h}(P,\ p)$ (p parametro positivo e P punto generico di v) dei vettori del campo soddisferanno alle equazioni:

$$(1') \qquad \operatorname{rot} \boldsymbol{h} = p\varepsilon \boldsymbol{e}$$

$$(2') \qquad \operatorname{rot} \boldsymbol{e} = -p\mu \boldsymbol{h}$$

trasformate della (1) e (2).

Dette $x,\ y,\ z$ le coordinate di P rispetto alla terna $P_0(\boldsymbol{i},\ \boldsymbol{j},\ \boldsymbol{k})$ delle direzioni unite della dilatazione ε, indichiamo con $\xi,\ \eta,\ \zeta$ tre parametri e con P^* il punto di coordinate $\xi,\ \eta,\ \zeta$ rispetto alla terna suddetta. Per i trasformati di Laplace (bilateri) tripli di un vettore $\boldsymbol{u}(x,\ y,\ z)$, nullo esternamente a v

$$\mathfrak{L}(\boldsymbol{u}) = \iiint\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\xi x - \eta y - \zeta z} \boldsymbol{u}(x,\ y,\ z)\,dx\,dy\,dz$$

valgono le relazioni, conseguenze dei teoremi integrali del rotore e della divergenza:

$$(3) \qquad \mathfrak{L}(\operatorname{rot} \boldsymbol{u}) = (P^* - P_0) \wedge \mathfrak{L}(\boldsymbol{u}) + \int\limits_{\Sigma} e^{-\xi x - \eta y - \zeta z} (\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{n})\,d\Sigma$$

$$(4) \qquad \mathfrak{L}(\operatorname{div} \boldsymbol{u}) = (P^* - P_0) \times \mathfrak{L}(\boldsymbol{u}) + \int\limits_{\Sigma} e^{-\xi x - \eta y - \zeta z} (\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{n})\,d\Sigma$$

dove $\boldsymbol{n}$ è il versore normale a Σ diretto verso l'esterno. Pertanto, se si pone

$$(5) \qquad \mathfrak{L}_2(\psi) = \int\limits_{\Sigma} e^{-\xi x - \eta y - \zeta z} \psi(x,\ y,\ z)\,d\Sigma$$

dalla trasformazione delle equazioni (1') e (2') seguono:

$$(1'') \qquad (P^* - P_0) \wedge \mathfrak{L}(\boldsymbol{h}) = p\varepsilon\mathfrak{L}(\boldsymbol{e}) - \mathfrak{L}_2(\boldsymbol{h} \wedge \boldsymbol{n})$$

$$(2'') \qquad (P^* - P_0) \wedge \mathfrak{L}(\boldsymbol{e}) = - p\mu\mathfrak{L}(\boldsymbol{h}) - \mathfrak{L}_2(\boldsymbol{e} \wedge \boldsymbol{n})$$

dalle quali, posto:

$$(6) \qquad \alpha = [(P^* - P_0) \wedge]^2 + p^2\varepsilon\mu$$

si ricava

$$(7) \qquad \alpha\mathfrak{L}(\boldsymbol{e}) = \mathfrak{L}_2(\boldsymbol{f})$$

con

$$(8) \qquad \boldsymbol{f} = p\mu(\boldsymbol{h} \wedge \boldsymbol{n}) - (P^* - P_0) \wedge (\boldsymbol{e} \wedge \boldsymbol{n}).$$

Pertanto, se l'invariante terzo di α

$$I_3\alpha = \begin{vmatrix} p^2\sigma_1 - \eta^2 - \zeta^2 & \xi\eta & \xi\zeta \\ \eta\xi & p^2\sigma_2 - \xi^2 - \zeta^2 & \eta\zeta \\ \zeta\xi & \zeta\eta & p^2\sigma_3 - \xi^2 - \eta^2 \end{vmatrix}$$

con

$$\sigma_r = \varepsilon_r\mu \qquad (r = 1,\ 2,\ 3)$$

è diverso da zero (α non degenere), potremo scrivere

$$\mathfrak{L}(\boldsymbol{e}) = \alpha^{-1}\mathfrak{L}_2(\boldsymbol{f})$$

α^{-1} essendo l'omografia inversa di α ($\alpha\alpha^{-1} = 1$), o anche [7])

$$(9) \quad \mathfrak{L}(\boldsymbol{e}) = \frac{p^2}{I_3\alpha}\gamma\mathfrak{L}_2(\boldsymbol{f}) + \frac{1}{I_3\alpha}(P^* - P_0)^2\mathcal{H}[(P^* - P_0), (P^* - P_0)]\mathfrak{L}_2(\boldsymbol{f})$$

ove $\mathcal{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$ è simbolo di diade e γ l'omografia rappresentata

---

[7]) α^{-1} è rappresentata dalla matrice formata con gli elementi complementari degli elementi di α (complementi algebrici divisi per $I_3\alpha$).

dalla matrice:

$$(10)\qquad \begin{vmatrix} -(\sigma_2+\sigma_3)\xi^2-\sigma_2\eta^2-\sigma_3\zeta^2+p^2\sigma_2\sigma_3 & -\sigma_3\xi\eta & -\sigma_2\xi\zeta \\ -\sigma_3\xi\eta & -(\sigma_1+\sigma_3)\eta^2-\sigma_1\xi^2-\sigma_3\zeta^2+p^2\sigma_1\sigma_3 & -\sigma_1\eta\zeta \\ -\sigma_2\xi\zeta & -\sigma_1\eta\zeta & -(\sigma_1+\sigma_2)\zeta^2-\sigma_1\xi^2-\sigma_2\eta^2+p^2\sigma_1\sigma_2 \end{vmatrix}$$

E quindi per la (8):

$$(11)\qquad \mathfrak{L}(\boldsymbol{e}) =$$

$$= \frac{p^2}{I_3\alpha}\gamma\mathfrak{L}_2(\boldsymbol{f}) + \frac{p\mu}{I_3\alpha}(P^* - P_0)^2\mathcal{H}[(P^* - P_0).\ (P^* - P_0)]\mathfrak{L}_2(\boldsymbol{h}\wedge\boldsymbol{n}).$$

Osserviamo ora che essendo

$$\operatorname{div} \varepsilon\boldsymbol{e} = 0$$

dalla (1″) e (4) si ha manifestamente:

$$(12)\qquad (P^* - P_0)\times\mathfrak{L}_2(\boldsymbol{h}\wedge\boldsymbol{n}) = p(P^* - P_0)\times\mathfrak{L}(\varepsilon\boldsymbol{e}) =$$

$$= -p\mathfrak{L}_2(\varepsilon\boldsymbol{e}\times\boldsymbol{n}),$$

e perciò la (11) diventa:

$$(13)\qquad \mathfrak{L}(\boldsymbol{e}) =$$

$$= \frac{p^2}{I_3\alpha}\gamma\mathfrak{L}_2(\boldsymbol{f}) - \frac{p^2\mu}{I_3\alpha}(P^* - P_0)^2(P^* - P_0)\mathfrak{L}_2(\varepsilon\boldsymbol{e}\times\boldsymbol{n}).$$

In modo analogo si potrebbe scrivere l'espressione di $\mathfrak{L}(\boldsymbol{h})$, ma preferiamo passare all'antitrasformazione della (13).

A tal fine è conveniente premettere la seguente osservazione. Se φ e ψ sono due funzioni delle coordinate, si ha:

$$\mathfrak{L}(\varphi)\cdot\mathfrak{L}_2(\psi) =$$

$$= \iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{-\xi x_1-\eta y_1-\zeta z_1}\varphi(x_1, y_1, z_1)dx_1dy_1dz_1 \int_\Sigma e^{-\xi x-\eta y-\zeta z}\psi(x, y, z)d\Sigma =$$

$$= \iiint_{-\infty}^{+\infty} dx_1dy_1dz_1 \int_\Sigma e^{-\xi(x+x_1)-\eta(y+y_1)-\zeta(z+z_1)}\varphi(x_1, y_1, z_1)\psi(x, y, z)d\Sigma$$

e posto

$$x + x_1 = x' \qquad y + y_1 = y' \qquad z + z_1 = z'$$

la precedente diviene:

$$\iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{-\xi x' - \eta y' - \zeta z'} dx' dy' dz' \int_{\Sigma} \varphi(x - x', y - y', z - z')\psi(x, y, z) d\Sigma$$

cioè si può scrivere:

$$\mathfrak{L}(\varphi)\mathfrak{L}_2(\psi) = \mathfrak{L}\left(\int_{\Sigma} \varphi(x - x', y - y', z - z')\psi(x, y, z) d\Sigma \right). \tag{14}$$

3. Dielettrici cristallini biassici. - Nel caso dei dielettrici omogenei cristallini biassici ($\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2 \neq \varepsilon_3$) si ha [8]:

$$\frac{p^2}{I_3 \alpha} = \frac{1}{p^4 - p^2 \Psi + \rho^2 \Phi}$$

con

$$\begin{cases} \rho^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 \\ \Psi(\xi, \eta, \zeta) = \dfrac{\rho^2 - \xi^2}{\sigma_1} + \dfrac{\rho^2 - \eta^2}{\sigma_2} + \dfrac{\rho^2 - \zeta^2}{\sigma_3} \\ \Phi(\xi, \eta, \zeta) = \dfrac{\xi^2}{\sigma_2 \sigma_3} + \dfrac{\eta^2}{\sigma_1 \sigma_3} + \dfrac{\zeta^2}{\sigma_1 \sigma_2}. \end{cases} \tag{15}$$

Se ora esiste una funzione $k(P, p)$ soddisfacente alla condizione

$$\frac{1}{p^4 - p^2 \Psi + \rho^2 \Phi} = \mathfrak{L}(k)$$

8) Cfr. M. MARZIANI, loc. cit. n. 2. Si veda R. COURANT - D. HILBERT, *Methoden der Mathematischen Physik.* Berlin, Springer, 1937, vol. II, p. 461.

cioè

$$(p^4 - p^2\Psi + \rho^2\Phi)\mathcal{L}(k) = \mathcal{L}(\delta)$$

dove δ è la funzione di Dirac dello spazio tridimensionale, sarà:

$$\left[p^4 - p^2\Psi\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) + \Delta\Phi\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)\right] k(P, p) = \delta$$

dove Δ, $\Psi\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$, $\Phi\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$ sono gli operatori che si ottengono dalle (15) sostituendo a ξ^2, η^2, ζ^2 rispettivamente $\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial z^2}$. E pertanto $k(P, p)$ potrà considerarsi la trasformata rispetto a t della funzione $K(P, t)$ soddisfacente all'equazione:

$$\left[\frac{\partial^4}{\partial t^4} - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\Psi\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) + \Delta\Phi\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)\right] K(P, t) = 0 \tag{16}$$

con le condizioni iniziali per $t = 0$

$$\frac{\partial^n K(P, t)}{\partial t^n} = \begin{cases} 0 \text{ per } n = 0, 1, 2 \\ \delta \text{ per } n = 3. \end{cases}$$

Tale nucleo è già stato determinato, per mezzo dell'integrale di Fourier, nello studio del problema dei valori iniziali ed è nota la possibilità di esprimerlo mediante un'integrale esteso alla superficie normale dell'equazione (16) [9]. Infatti adattando al nostro caso un risultato generale riportato da F. John riguardo alle equazioni differenziali strettamente

[9] Cfr. R. COURANT - D. HILBERT, loc. cit., pp. 462-465. Rimandiamo inoltre alla monografia di F. JOHN, *Plane waves and spherical means applied to partial differential equations.* Interscience, Publishers, New York (1955).

iperboliche e omogenee [10]), si ha:

$$(17) \qquad K(P,\ t) = -\frac{1}{8\pi^2} \int\limits_{Q(P^*,\,1)=0} \frac{\operatorname{sign}(x\xi + y\eta + z\zeta + t)}{|\operatorname{grad} Q(P^*,\ 1)|}\, dS$$

dove l'integrale deve intendersi esteso alle due falde della superficie normale

$$Q(P^*,\ 1) = 1 - \Psi(\xi,\ \eta,\ \zeta) + \rho^2\Phi(\xi,\ \eta,\ \zeta) = 0.$$

Assunto poi un sistema di coordinate curvilinee ortogonali

$$q_i = q_i(\xi, \eta, \zeta) \qquad (i = 1,\ 2,\ 3)$$

in modo che la superficie normale appartenga alla famiglia $q_3 = \text{cost}$, risulta, con ovvio significato dei simboli:

$$dS = Q_1 Q_2 dq_1 dq_2 = \frac{dq_1 \cdot dq_2}{Q_3} \frac{\partial(\xi,\ \eta,\ \zeta)}{\partial(q_1,\ q_2,\ q_3)}$$

$$\operatorname{grad} Q(P^*,\ 1) = \frac{1}{Q_3}$$

e da ciò, per la (17), l'espressione:

$$(18) \qquad K(P,\ t) = \frac{1}{8\pi^2} \int \operatorname{sign}(x\xi + y\eta + z\zeta + t)\, d\omega$$

con

$$d\omega = \pm \frac{\partial(\xi,\ \eta,\ \zeta)}{\partial(q_1,\ q_2,\ q_3)} dq_1 dq_2 .$$

L'espressione (18) del nucleo $K(P,\ t)$ è quella che compare nelle formule di Herglotz-Tonolo [11]) che risolvono il problema

---

10) Cfr. F. JOHN, loc. cit., pp. 23-28. Le radici dell'equazione $p^4 - p^2\Psi + \rho^2\Phi = 0$ sono reali e distinte.

11) A. TONOLO, *Sulla integrazione delle equazioni di propagazione delle onde elettromagnetiche nei mezzi omogenei isotropi e anisotropi.* Ann. Mat. Pura e Appl. ser. IV, Tomo XXXIX (1955), pp. 39-61.

dei valori iniziali per le equazioni (1) e (2) nei dielettrici cristallini biassici.

Dal teorema del prodotto integrale per la trasformazione di Laplace (unilatera) rispetto a t, e per la (14), dall'antitrasformazione simultanea della (13) avremo:

$$\boldsymbol{E}(P_0,\ t) = \tag{19}$$

$$= \mu\gamma' \frac{\partial}{\partial t}\int_0^t d\tau \int_\Sigma K(P - P_0,\ t - \tau)[\boldsymbol{H}(P,\ \tau) \wedge \boldsymbol{n}]d\,\Sigma -$$

$$- \gamma' \operatorname{rot}_{P_0}\int_0^t d\tau \int_\Sigma K(P - P_0,\ t - \tau)[\boldsymbol{E}(P,\ \tau) \wedge \boldsymbol{n}]d\,\Sigma -$$

$$- \mu\Delta_{P_0}\,\mathrm{g.ad}_{P_0}\int_0^t d\tau \int_\Sigma K(P - P_0,\ t - \tau)[\varepsilon\boldsymbol{E}(P,\ \tau) \times \boldsymbol{n}]d\,\Sigma\,.$$

dove γ' è l'omografia simbolica rappresentata dalla matrice che si ottiene sostituendo nella (10) ai parametri ξ, η, ζ, p i simboli di derivazione parziale $\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial}{\partial y}$, $\frac{\partial}{\partial z}$, $\frac{\partial}{\partial t}$ e a ξ^2, η^2, ζ^2, p^2 rispettivamente $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$, $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$.

La (19) risolve il problema dei valori al contorno per le equazioni (1), (2) nei dielettrici cristallini biassici.

4. Altri casi particolari. - Il metodo si applica anche nei casi dei dielettrici isotropi e di quelli cristallini uniassici: la cosa, dopo quanto si è detto in questa nota e nella precedente, non offre difficoltà. Vogliamo qui accennare brevemente al primo dei due casi menzionati, mentre preferiamo omettere l'altro che conduce a formule piuttosto ingombranti.

Se il dielettrico è omogeneo e isotropo ($\varepsilon =$ omotetia vettoriale costante) l'espressione $\mathcal{L}(\boldsymbol{e})$ si deduce direttamente dalla (7). Questa infatti, per la (12) assume la forma:

$$(20) \qquad \left(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - \frac{p^2}{c^2}\right)\mathcal{L}(\boldsymbol{e}) =$$

$$= - p\mu\mathcal{L}_2(\boldsymbol{h} \wedge \boldsymbol{n}) - (P^* - P_0)\mathcal{L}_2(\boldsymbol{e} \times \boldsymbol{n}) + (P^* - P_0) \wedge \mathcal{L}_2(\boldsymbol{e} \wedge \boldsymbol{n})$$

con

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

Ma come abbiamo visto [12]:

$$\frac{1}{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - p^2/c^2} = -\frac{1}{4\pi}\mathcal{L}\left(\frac{e^{-p\frac{r}{c}}}{r}\right)$$

con $r = \mathrm{mod}\,(P - P_0)$.

Pertanto la (20) diviene:

$$4\pi\mathcal{L}(\boldsymbol{e}) =$$

$$= \mathcal{L}\left(\frac{e^{-p\frac{r}{c}}}{r}\right)\Big\{ p\mu\mathcal{L}_2(\boldsymbol{h} \wedge \boldsymbol{n}) + (P^* - P_0)\mathcal{L}_2(\boldsymbol{e} \times \boldsymbol{n}) -$$

$$- (P^* - P_0) \wedge \mathcal{L}_2(\boldsymbol{e} \wedge \boldsymbol{n}) \Big\}$$

dalla cui antitrasformazione, in virtù della (14), si ottiene immediatamente:

$$(21) \qquad 4\pi\boldsymbol{E}(P_0, t) = \mu\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Sigma}\frac{\boldsymbol{H}\left(t - \frac{r}{c}\right) \wedge \boldsymbol{n}}{r}\,d\Sigma +$$

$$+ \mathrm{grad}_{P_0}\int_{\Sigma}\frac{\boldsymbol{E}\left(t - \frac{r}{c}\right) \times \boldsymbol{n}}{r}\,d\Sigma - \mathrm{rot}_{P_0}\int_{\Sigma}\frac{\boldsymbol{E}\left(t - \frac{r}{c}\right) \wedge \boldsymbol{n}}{r}\,d\Sigma$$

che rappresenta la ben nota formula di Larmor-Tedone [13]).

---

12) Cfr. M. MARZIANI, loc. cit., n. 4. *b*). Notiamo che anche qui, come a proposito dei mezzi biassici, il nucleo $k(P, p)$ soddisfacendo all'equazione $(\Delta - p^2/c^2)k = \delta$ è la soluzione elementare del problema dei valori iniziali.

13) Cfr. a es. B. B. BAKER - E. T. COPSON, loc. cit., p. 105.