RENDICONTI
del
SEMINARIO MATEMATICO
della
UNIVERSITÀ DI PADOVA

GIUSEPPE SCORZA DRAGONI

Rettifica alla memoria : « A proposito di alcuni teoremi sulle equazioni differenziali »

Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova, tome 16 (1947), p. 1-2
<http://www.numdam.org/item?id=RSMUP_1947__16__1_0>

RETTIFICA ALLA MEMORIA: A PROPOSITO DI ALCUNI TEOREMI SULLE EQUAZIONI DIFFERENZIALI

Nota (*) *di* GIUSEPPE SCORZA DRAGONI (*a Padova*).

Nel n. 34 della Memoria *A proposito di alcuni teoremi sulle equazioni differenziali* (1) ho esposto un metodo, dovuto a BIRKHOFF-KELLOGG-SCHAUDER-CACCIOPPOLI, per dimostrare l' esistenza di un elemento unito nella trasformazione funzionale

$$\vartheta(x) = F[\tau(x)],$$

dove

$$(2)\quad F[\tau(x)] = \int_a^x d\,t_{n-1} \int_a^{t_{n-1}} d\,t_{n-2} \dots \int_a^{t_2} d\,t_1 \int_a^{t_1} f(t, \tau(t), \dots, \tau^{(n-1)}(t))\, d\,t -$$

$$- \sum_1^n {}_i \frac{(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)} \times$$

$$\times \int_a^{x_i} d\,t_{n-1} \int_a^{t_{n-1}} d\,t_{n-2} \dots \int_a^{t_2} d\,t_1 \int_a^{t_1} f(t, \tau(t), \dots, \tau^{(n-1)}(t))\, d\,t\,.$$

In quella esposizione ho commesso una svista, facilmente eliminabile da chiunque conosca quel metodo.

(*) Pervenuta in Redazione il 15 Marzo 1947.

(1) Questi «Rendiconti», vol. XV (1946), pagg. 60-131.

Comunque, dico qui di che si tratta. Naturalmente mi servo dei simboli usati in quel n. 34 e faccio le stesse ipotesi. Di queste, ricordo esplicitamente soltanto che la x varia nell'intervallo $I: a \leq x \leq b$.

In quel n. 34 ho diviso l'intervallo $a \leq x \leq b$ in 2^p parti uguali, ho considerato una funzione $\varphi_p(x)$, nulla in $x_1, \ldots, x_n$, con derivata $(n-1)$ - esima continua in I e lineare in ciascuna di quelle 2^p parti, ho posto $\psi_p(x) = F[\varphi_p(x)]$; ed ho interpretato i valori assunti da $\varphi_p(x), \varphi_p'(x), \ldots, \varphi_p^{(n-1)}(x)$ nei $2^p + 1$ estremi degli intervalli parziali di I e quelli analoghi assunti ivi da $\psi_p(x), \psi_p'(x), \ldots, \psi_p^{(n-1)}(x)$ come coordinate di due punti dello spazio reale, euclideo a $(2^p + 1)\,n$ dimensioni.

Invece, diviso I in 2^p parti uguali, avrei dovuto indicare con $\varphi_p(x)$ una funzione dotata di derivata $(n-1)$ - esima continua in I e lineare in ciascuna di quelle parti, avrei dovuto porre $\psi_p(x) = F[\varphi_p(x)]$; avrei dovuto interpretare i valori assunti da $\varphi_p(x), \ldots, \varphi_p^{(n-2)}(x)$ nel punto a insieme con quelli assunti da $\varphi_p^{(n-1)}(x)$ negli estremi dei 2^p intervalli di suddivisione come coordinate di un punto dello spazio reale euclideo a $2^p + n$ dimensioni (2); e come coordinate di un punto dello stesso spazio avrei dovuto interpretare i valori analoghi relativi a $\psi_p(x)$ (3).

(2) In conformità di ciò, le dimensioni degli spazi euclidei considerati nel n. 36 della Memoria citata debbono essere $1 + n$, $4 + n$, $8 + n, \ldots$ in luogo di $3n$, $5n$, $9n, \ldots$

(3) Volendo, avrei potuto imporre a $\varphi_p(x)$ di essere nulla nei punti $x, \ldots, x_{n-1}$ (se $n > 1$), di avere una derivata $(n-1)$ - esima continua in I e lineare in ciascuna delle 2^p parti di suddivisione di I; avrei potuto interpretare i valori da $\varphi_p^{(n-1)}(x)$ negli estremi di quelle $2^p + 1$ parti e quelli analoghi relativi a $\psi_p^{(n-1)}(x)$ come coordinate di due punti dello spazio reale euclideo a $2^p + 1$ dimensioni.

E ancora: volendo, avrei potuto imporre a $\varphi_p(x)$ di essere nulla nei punti $x_1, \ldots, x_n$, di avere una derivata $(n-1)$ - esima continua in I e lineare in ciascuna delle 2^p parti di suddivisione di I, ed interpretare come coordinate di due punti dello spazio euclideo a 2^p dimensioni i valori medi in ciascuna di quelle 2^p parti della $\varphi_p^{(n)}(x)$ e della $\psi_p^{(n)}(x)$. Ma credo inutile insistere ulteriormente su di ciò: mi limito quindi a osservare che quest'ultimo metodo è quello a cui meglio si addicono le considerazioni svolte a piè delle pagg. 122-123 della Memoria citata in (1).