

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

OLIVIER DARNÉ

JAVIER LITAGO

MICHEL TERRAZA

Tests de racines unitaires saisonnières pour des données journalières

Revue de statistique appliquée, tome 50, n° 2 (2002), p. 71-91

[<http://www.numdam.org/item?id=RSA_2002__50_2_71_0>](http://www.numdam.org/item?id=RSA_2002__50_2_71_0)

© Société française de statistique, 2002, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

TESTS DE RACINES UNITAIRES SAISONNIÈRES POUR DES DONNÉES JOURNALIÈRES

Olivier DARNÉ⁽¹⁾, Javier LITAGO⁽²⁾ et Michel TERRAZA⁽¹⁾

⁽¹⁾ LAMETA/CNRS, Faculté des Sciences Economiques, Université de Montpellier I.
E-mail : darne@lameta.univ-montp1.fr

⁽²⁾ Unidad de Estadística, Universidad Politécnica de Madrid.

RÉSUMÉ

Dans cet article nous proposons une extension de la procédure de test de Hylleberg, Engle, Granger et Yoo (1990). Nous formulons une procédure générale de test de recherche de racines unitaires saisonnières dans des séries temporelles de périodicité impaire, en utilisant l'approche de Beaulieu et Miron (1993). Nous établissons les valeurs critiques d'échantillon fini des statistiques de test pour des périodicités de cinq et sept jours fréquentes en économie. Finalement, nous appliquons notre procédure à des séries temporelles économiques journalières, et nous vérifions l'amélioration de leur performance prévisionnelle lorsque les séries ont été correctement filtrées.

Mots-clés : *Non stationarité, Saisonnalité, Racines unitaires saisonnière, Données journalières, Test HEGY, Prévision.*

ABSTRACT

In the paper we propose an extension of the seasonal unit root test procedure developed by Hylleberg *et al.* (1990). We give a general formulation of the procedure for testing the presence of seasonal unit roots in time series with an odd periodicity, using the approach of Beaulieu and Miron (1993). We also provide finite sample critical values of the test statistics for useful odd periodicities of five and seven days. Finally we apply our procedure to daily economic time series, and we show that the forecasting performance is improved by our approach.

Keywords : *HEGY test, Daily data seasonality, Seasonal unit roots, Non-stationary, Forecasting.*

1. Introduction

De nombreuses séries temporelles économiques présentent une forte saisonnalité. Ces mouvements saisonniers peuvent être de nature déterministe, ils sont alors modélisés à l'aide de variables dichotomiques saisonnières, généralement dans un modèle où les différences premières ont été appliquées pour enlever la racine unitaire de long terme. Par ailleurs, les fluctuations saisonnières peuvent être stochastiques, le plus souvent non stationnaires, c'est-à-dire qu'elles varient au cours du temps, en détectant des racines unitaires saisonnières. Beaulieu et Miron (1993) ont montré

que le fait d'imposer un type de saisonnalité, alors qu'un autre est dominant, peut entraîner de sévères biais et/ou une perte d'information¹.

Les tests de racines unitaires saisonnières permettent de déterminer la nature déterministe ou stochastique du comportement saisonnier. De nombreux chercheurs ont développé des procédures de test pour détecter la présence de racines unitaires aux fréquences saisonnières dans les séries temporelles (Hasza et Fuller (1982), Dickey *et alii* (1984), et Osborn *et alii* (1988)). Hylleberg *et alii* (1990) [désormais HEGY] ont proposé une nouvelle procédure pour tester la présence de chacune des racines unitaires, indépendamment les unes des autres². Ce test détecte la présence de racines de module un aux fréquences zéro et saisonnières, et permet aussi de déterminer le filtre de différenciation adéquat pour rendre la série temporelle stationnaire. Ce test, élaboré pour des séries temporelles trimestrielles, a été étendu au cas mensuel par Franses (1991) et Beaulieu et Miron (1993) [BM], au cas bisannuel par Franses et Hobijn (1997) et Giles (1999), et au cas hebdomadaire par Cáceres (1996). Les statistiques de test de HEGY (1990) ont été complétées par Ghysels *et alii* (1994). Elles sont comparables à celle du test de Dickey-Hasza-Fuller, et permettent de tester la présence de racines unitaires à toutes les fréquences saisonnières simultanément, avec ou sans la fréquence zéro³.

On constate que ces tests de racines unitaires saisonnières paires excluent en particulier les chroniques d'observations journalières où la périodicité saisonnière est de cinq jours comme pour les données des indices boursiers ou celles des entreprises, ou bien de sept jours comme pour les entreprises publiques. Kunst (1997) a proposé une variante de l'approche de Dickey *et alii* (1984), Franses et Hobijn (1997) une extension de la méthode de Osborn *et alii* (1998), et Andrade *et alii* (1999) [désormais ACOT] celle de HEGY en utilisant l'approche de Franses (1991) aux données journalières⁴. Les deux premières approches considèrent seulement les racines unitaires sur l'ensemble des fréquences saisonnières, sans étudier chaque racine séparément, et elles n'ont pas été appliquées à des données empiriques, tandis que celle de ACOT s'intéresse uniquement à la périodicité $S = 5$ et non aux autres telle que $S = 7$.

Dans cet article nous proposons une extension de la procédure HEGY (1990) pour des séries temporelles avec une fréquence saisonnière impaire, en utilisant l'approche BM (1993). Afin de montrer l'importance pratique de notre procédure, nous évaluons sa performance de prévision en la comparant à celle d'un modèle saisonnier déterministe et du modèle «*airline*» de Box et Jenkins (1970).

Dans la section 2, nous présentons une formulation générale de la procédure de test de racines unitaires dans le cas d'une saisonnalité impaire. Les valeurs critiques

¹ Ghysels *et alii* (1994) et Abeyasinghe (1994), entre autres, ont montré que la spécification d'un comportement saisonnier déterministe sur une série en utilisant des variables dichotomiques saisonnières peut mener à de mauvaises spécifications.

² D'autres approches radicalement différentes pour tester les racines unitaires saisonnières ont aussi été proposées (voir, Canova et Hansen (1995), Tam et Reinsel (1997), et Caner (1998), entre autres).

³ Franses et Hobijn (1997) ont étendu ces statistiques au cas mensuel, ainsi que Taylor (1998) mais dans le cadre du test BM et en introduisant des tendances saisonnières (voir aussi Smith et Taylor (1998) pour le cas trimestriel).

⁴ Plus récemment, Smith et Taylor (1999a, 1999b) ont présenté des tests de type HEGY pour une périodicité saisonnière arbitraire, mais ils n'ont pas tabulé de valeurs critiques ni appliqué leur procédure de test à des cas impairs.

pour les statistiques de test sont obtenues à partir des méthodes de Monte Carlo, et elles sont comparées à celles calculées par Kunst (1997) et Andrade *et alii* (1996) dans la section 3. Dans la section 4, nous appliquons notre test sur quatre séries temporelles économiques journalières, et nous étudions également la performance de prévision. La section 5 conclut cet article.

2. Procédure de test pour des racines unitaires saisonnières de périodicité impaire

Pour élaborer une formulation générale des tests de racines unitaires aux fréquences zéro et saisonnières de séries temporelles avec saisonnalité impaire, nous utilisons la procédure de HEGY et de BM.

Soit une série y_t générée par un processus autorégressif général de la forme :

$$\varphi(B)y_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

où $\varphi(B)$ est un polynôme d'opérateur de retard, avec B l'opérateur de retard tel que $Bx_t = x_{t-1}$, qui possède au moins une racine unitaire dans sa représentation autorégressive, μ_t un terme pouvant contenir une combinaison quelconque d'une constante, une tendance et une série de variables dichotomiques saisonnières, et ε_t un processus bruit blanc. Considérons le polynôme de retard $\varphi(B) = (1 - B^S)$, avec S impair, qui possède S racines sur le cercle unité. Elles sont obtenues à partir de l'équation $(1 - z^S) = 0$, qui admet la solution $z_k = e^{i2k\pi/S}$, où $k = 0, 1, \dots, (S-1)$.⁵

Par conséquent, le polynôme d'opérateur s'écrit :

$$\begin{aligned} \varphi(B) &= \Delta_S(B) = (1 - B^S) = (1 - B)\left(1 + \sum_{i=1}^{S-1} B^i\right) \\ &= (1 - B) \prod_{k=1}^{(S-1)/2} (1 - e^{i2k\pi/S} B)(1 - e^{-i2k\pi/S} B) \end{aligned} \quad (2)$$

En utilisant la proposition de Lagrange (voir HEGY, 1990, pp. 221-222) dans le cas d'observations de fréquence d'ordre S impaire à l'expression (2) de $\varphi(B)$ autour des S racines unitaires, on obtient l'équation de base du test :

$$\varphi(B) = \lambda_1 B \left(1 + \sum_{i=1}^{S-1} B^i\right) + \sum_{k=1}^{(S-1)/2} \{[\lambda_{2k}(e^{-i2k\pi/S} - B)]\}$$

⁵ Nous prenons la forme polaire des racines unitaires saisonnières, 1 et $e^{\pm i2k\pi/S}$, et pour chaque racine nous pouvons associer sa fréquence, 0 et $\pm 2k\pi/S$ et sa période, ∞ et S/k , respectivement, avec $k = 1, \dots, (S-1)/2$. On peut remarquer que toutes les racines unitaires aux fréquences saisonnières ($\pm 2k\pi/S$) sont des racines complexes conjuguées.

$$\begin{aligned}
& + \lambda_{2k+1}(e^{i2k\pi/S} - B)]B(1 - B) \prod_{j \neq k, S > 3}^{(S-1)/2} (1 - 2B \cos \frac{2j\pi}{S} + B^2) \} \\
& + (1 - B^S) \varphi^*(B)
\end{aligned} \tag{3}$$

avec j et $k \in 1, \dots, (S-1)/2$. Par ailleurs, si $S = 3$, la partie $\prod (1 - 2B \cos \frac{2j\pi}{S} + B^2)$ est prise égale à 1. La stratégie de test est aussi similaire à celle proposée par HEGY (1990). Elle se base sur le fait que le polynôme $\varphi(B)$ aura une racine unitaire si et seulement si $\lambda_k = 0$, $\forall k = 1, \dots, S$. Nous définissons par la suite les coefficients λ_k en fonction des paramètres π_i , tel que $\lambda_1 = -\pi_1$, $\lambda_{2k} = (-\pi_{2k} + i\pi_{2k+1})/2$ et $\lambda_{2k+1} = (-\pi_{2k} - i\pi_{2k+1})/2$.

En substituant ces paramètres dans l'équation de base du test (3), on obtient :

$$\begin{aligned}
\varphi(B) = & -\pi_1 B(1 + \sum_{j=1}^{S-1} B^j) + \sum_{k=1}^{(S-1)/2} \{ [-\pi_{2k} (\cos \frac{2k\pi}{S} - B) \\
& + \pi_{2k+1} \sin \frac{2k\pi}{S}] B(1 - B) \prod_{j \neq k, S > 3}^{(S-1)/2} (1 - 2B \cos \frac{2j\pi}{S} + B^2) \} \\
& + (1 - B^S) \varphi^*(B)
\end{aligned} \tag{4}$$

avec j et $k \in 1, \dots, (S-1)/2$. Comme précédemment, si $S = 3$, alors $\prod (1 - 2B \cos \frac{2j\pi}{S} + B^2)$ prend la valeur 1.

En supposant que les données sont générées par un processus saisonnier intégré, $\varphi(B)y_t = \mu_t + \varepsilon_t$, l'équation auxiliaire du test devient :

$$\varphi^*(B)y_{S+1,t} = \sum_{k=1}^S \pi_k y_{k,t-1} + \mu_t + \varepsilon_t \tag{5}$$

où

$$\begin{aligned}
y_{1t} &= (1 + \sum_{j=1}^{S-1} B^j) y_t \\
y_{2k,t} &= (\cos \frac{2k\pi}{S} - B)(1 - B) \prod_{j \neq k, S > 3}^{(S-1)/2} (1 - 2B \cos \frac{2j\pi}{S} + B^2) y_t \\
y_{2k+1,t} &= -\sin \frac{2k\pi}{S} (1 - B) \prod_{j \neq k, S > 3}^{(S-1)/2} (1 - 2B \cos \frac{2j\pi}{S} + B^2) y_t \\
y_{S+1,t} &= (1 - B^S) y_t \quad \text{avec } j \text{ et } k = 1, \dots, (S-1)/2
\end{aligned}$$

Tandis que la série y_{1t} conserve la racine unitaire à la fréquence zéro (ou de long terme) et filtre toutes les racines saisonnières de module un, les séries $y_{2k,t}$ et

$y_{2k+1,t}$ conservent des racines conjuguées complexes à la fréquence correspondante et enlèvent la racine non saisonnière ainsi que toutes les autres racines complexes conjuguées.

La série de régresseurs y_{kt} peut se réécrire comme une fonction de la fréquence associée. De plus, pour $k \geq 2$ et pair, $y_{k-1,t}$ s'exprime simplement en termes de y_{kt} et $y_{k,t-1}$, permettant une construction plus facile de ces variables. Cette approche assure que ces régresseurs soient mutuellement orthogonaux.

$$\begin{aligned}
 y_{1t} &= \sum_{j=1}^S \cos(0j\pi) B^{j-1} y_t \\
 y_{2k,t} &= \sum_{j=1}^S \cos\left(\frac{2kj\pi}{S}\right) B^{j-1} y_t \\
 &= [-\cotan\left(\frac{2k\pi}{S}\right)] y_{2k+1,t} + [1/\sin\left(\frac{2k\pi}{S}\right)] y_{2k+1,t-1} \\
 y_{2k+1,t} &= - \sum_{j=1}^S \sin\left(\frac{2kj\pi}{S}\right) B^{j-1} y_t \quad \text{avec } k = 1, \dots, (S-1)/2
 \end{aligned}$$

On estime par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) les paramètres π_i de l'équation auxiliaire du test (5) afin de tester l'hypothèse selon laquelle il existe des racines unitaires aux fréquences zéro et saisonnières. On compare alors les statistiques de test estimées aux distributions d'échantillon fini appropriées basées sur des simulations de Monte Carlo. La stratégie de test est la suivante :

- Pour la fréquence zéro, on utilise un test unilatéral⁶ pour tester l'hypothèse nulle $H_0 : \pi_1 = 0$, contre l'hypothèse alternative $H_1 : \pi_1 < 0$.
Si $t_1 > t_{1,\alpha}$, où $t_{1,\alpha}$ est la valeur tabulée associée à un risque de première espèce α ⁷, H_0 est acceptée au risque α , et nous avons une racine unitaire à la fréquence zéro.
- Pour les fréquences saisonnières, on utilise une F -statistique⁸ pour tester $H_0 : \pi_{2k} = \pi_{2k+1} = 0$, contre $H_1 : \pi_{2k} \neq \pi_{2k+1} \neq 0$.
Si $F_{2k,2k+1} < F_{2k,2k+1,\alpha}$, où $F_{2k,2k+1,\alpha}$ est la valeur tabulée associée à un risque de première espèce α , H_0 est acceptée au risque de première espèce α , et nous avons donc une racine unitaire à la fréquence saisonnière correspondante.
- Nous proposons également d'autres F -statistiques, analogues à celles proposées par Ghysels, Lee et Noh (GLN), pour tester la présence de racines unitaires à

⁶ On utilise un test unilatéral à gauche à cause de l'hypothèse alternative $\pi_1 < 0$, et non $\pi_1 \neq 0$. L'explication de cette particularité provient de l'adoption de la représentation sous forme canonique des processus ARMA (voir Hylleberg *et alii* (1990)).

⁷ Dans l'application, on prendra un risque de première espèce $\alpha = 2,5\%$ pour les statistiques de test $t_{1,\alpha}$, $F_{2k,2k+1,\alpha}$, $F_{2\dots S,\alpha}$ et $F_{1\dots S,\alpha}$. Cette valeur est généralement retenue dans les applications empiriques.

⁸ Dans ce cas, nous pouvons également tester $\pi_{2k+1} = 0$ avec un test bilatéral, puis $\pi_{2k} = 0$ avec un test unilatéral. Dickey (1993) et Smith et Taylor (1999b) préconisent plutôt l'utilisation des F -statistiques que celles des t -statistiques pour des problèmes d'inférence.

toutes les fréquences simultanément (notée $F_{1...S}$) et la présence de racine sur le cercle unité à toutes les fréquences saisonnières mais sans considérer la fréquence zéro (notée $F_{2...S}$).

En général, cette procédure de test est estimée avec $\varphi^*(B) = 1$. Cependant, comme il est montré par Beaulieu et Miron (1993), nous devons introduire des retards supplémentaires de la variable dépendante $y_{S+1,t}$ pour blanchir les erreurs. Néanmoins, la puissance et la taille du test dépendent du nombre de retards de cette variable dépendante. En effet, un nombre élevé de retards affecte négativement la puissance du test, et un faible nombre de retards entraîne une augmentation de la taille du test au delà du niveau de signification. Dans ce cas, nous avons un rejet ou une acceptation erronée d'une racine unitaire. Pour pallier à ce problème, des techniques ont été proposées pour sélectionner le nombre de retards⁹, comme, par exemple, les critères d'information, AIC ou BIC, et la procédure séquentielle de Otto et Wirjanto (1990).

La formulation présentée est suffisamment générale pour fournir un test individuel de racines unitaires impaires, en remplaçant la variable S par l'ordre de la fréquence saisonnière (impaire) étudiée. Par ailleurs, on peut substituer dans les équations les termes de $\cos(2kj\pi/S)$ et $\sin(2kj\pi/S)$ par leurs valeurs remarquables, quand elles existent. Si ce n'est pas le cas ($S = 7$, par exemple), on utilise les exponentielles, et plus particulièrement les formes polaires des racines unitaires de module un.

L'application de la formulation générale à des périodicités impaires fréquentes en économie, comme $S = 5$ et $S = 7$, permet de mettre en évidence son intérêt ainsi que sa simplicité d'application. Nous rapportons les différentes étapes pour les deux cas en Annexe A et B.

3. Distribution asymptotique

Les distributions asymptotiques des statistiques de test sont établies directement à partir de celles proposées par BM (1993) et Taylor (1998), et sont présentées en Annexe C.

Les valeurs critiques d'échantillon fini des statistiques de test sont obtenues en réalisant 30000 réplifications de Monte Carlo, avec diverses combinaisons de constante, de variables dichotomiques saisonnières et de tendance (voir les tables 3 à 8). Les simulations ont été mises en œuvre en utilisant GAUSS 386 sur un micro-ordinateur Pentium 350Mhz. Le processus générateur des données est $\Delta_S y_t = \varepsilon_t$, avec ε_t un bruit blanc et $S = 5$ ou 7 . Pour ces deux cas, on utilise plusieurs tailles d'échantillon, $T = 260$ et 520 pour $S = 5$, et $T = 364$ et 728 pour $S = 7$ ¹⁰. Les tables 3-8 fournissent les valeurs critiques simulées pour les t -tests unilatéraux et les F -statistiques $F_{2k,2k+1}$, $F_{1...S}$ et $F_{2...S}$.

⁹ Voir Taylor (1997) pour une discussion détaillée concernant le problème de sélection du nombre de retards.

¹⁰ Des valeurs critiques sont tabulées pour d'autres tailles d'échantillon dans Darné *et alii* (1999).

TABLE 1
Comparaison des valeurs critiques de plusieurs F-statistiques

Quantiles								
<i>S</i>	0.90	0.95	0.975	0.99	0.90	0.95	0.975	0.99
Kunst					DLT			
5	1.98	2.34	2.70	3.20	1.96	2.32	2.69	3.13
7	1.83	2.13	2.46	2.83	1.79	2.09	2.37	2.75
ACOT					DLT			
5	2.03	2.46	2.89	3.45	2.04	2.48	2.88	3.39

Les valeurs critiques de Kunst correspondent à celles données dans la table I (p.128, 1997) pour $T = 1000$; ces valeurs sont comparées avec celles des statistiques de test que nous avons tabulées (DLT, les initiales des auteurs) $F_{1...5}$ ($T = 1300$) et $F_{1...7}$ ($T = 1092$)^a pour $S = 5$ et 7, respectivement. Les valeurs critiques de ACOT correspondent à celles de la statistique de test $F_{2...5}$ proposées dans la table 7 (p.22, 1996) pour $T = 800$, et sont comparées avec celles que nous avons tabulées pour le même type de statistique de test (DLT).

^a Les valeurs critiques pour ces tailles d'échantillon ne sont pas présentées dans les tableaux suivants, mais peuvent être obtenues dans Darné *et alii* (1999).

Dans la table 1 nous comparons les valeurs critiques des statistiques de test $F_{1...S}$ et $F_{2...S}$ tabulées par notre procédure avec, respectivement, celles de Kunst (1997) et Andrade *et alii* (1996)¹¹.

La première partie de la table 1 concerne les valeurs critiques tabulées par Kunst pour $S = 5$ et 7¹². Les résultats indiquent que ces valeurs et les nôtres sont "presque" identiques, ce qui confirme la conclusion de Osborn et Rodrigues (1999)¹³. Ces auteurs montrent que le test de Kunst et le F -test général de HEGY sont équivalents asymptotiquement et en échantillons finis.

Dans la seconde partie de la table 1, nous comparons les valeurs tabulées par ACOT (1999) et celles à partir de notre procédure de test pour la F -statistique $F_{2...5}$. Nous remarquons que les valeurs critiques sont équivalentes, et ce résultat peut être étendu aux F -statistiques F_{23} et F_{45} . Cependant, les t -statistiques ne sont pas complètement comparables¹⁴ car la définition des paramètres π est différente dans l'approche de Franses (1991) (utilisée par ACOT) et celle de BM (1993) (utilisée dans notre procédure)¹⁵.

¹¹ Andrade *et alii* (1999) ne proposent pas les valeurs critiques pour les régressions auxiliaires de test comprenant uniquement des composantes déterministes, c'est-à-dire les modèles avec constante, sans variables dichotomiques saisonnières, et sans tendance (c,nd,nt) ou avec tendance (c,nd,t).

¹² Cette comparaison n'inclut pas le test de ACOT (1999) qui ne propose pas de valeurs tabulées pour la F -statistique générale $F_{1...5}$.

¹³ Osborn et Rodrigues (1999) ont montré que les régressions de test de Osborn *et alii* (1988) et Dickey *et alii* (1984) sont des formes réduites de celles de Kunst/HEGY.

¹⁴ Nous ne rapportons pas la comparaison des t -statistiques pour simplifier la table.

¹⁵ Litago et Terraza (1995) ont montré la correspondance entre les t -statistiques proposées par Franses et celles de BM dans le contexte mensuel.

4. Applications

4.1. Tests de racines unitaires saisonnières

Nous appliquons le test de racines unitaires saisonnières à quatre séries temporelles économiques journalières, où la périodicité est hebdomadaire ($S = 7$) : la consommation d'énergie électrique française (ELEC) observée du 04 janvier 1999 au 26 septembre 1999 (270 observations), le flux autoroutier français (MT) du 06 janvier 1997 au 24 novembre 1997 (322 observations), et le trafic aérien de passagers au départ (AT1) et à l'arrivée (AT2) de l'aéroport (aéroports de Orly et Roissy, Paris) observé du 04 janvier 1999 au 04 octobre 1999 (273 observations). La figure 1 représente ces séries transformées par les logarithmes.

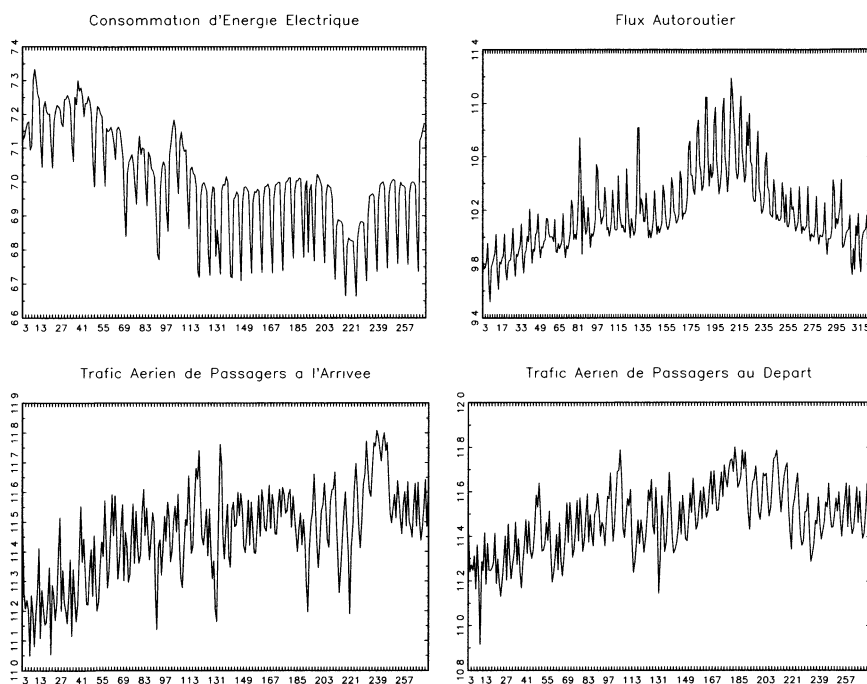


FIGURE 1
Séries transformées par les logarithmes

La table 2 rapporte les résultats du test de racines unitaires saisonnières avec la régression auxiliaire augmentée par une structure de retard. En effet, certaines valeurs retardées de la variable dépendante ont été introduites dans la régression auxiliaire afin d'obtenir des résidus estimés proches du bruit blanc. Le nombre de retards a été sélectionné en appliquant la procédure séquentielle à partir du test du multiplicateur de Lagrange développée par Otto et Wirjanto (1990).

Les modèles des régressions auxiliaires ne comprennent aucune constante, variable dichotomique saisonnière et tendance. Ces modèles ont été sélectionnés en

utilisant les critères de sélection AIC et BIC. On remarque, d'après la table 2, que toutes les séries possèdent une racine unitaire à la fréquence zéro. Les racines aux fréquences saisonnières ne sont pas rejetées ¹⁶ par les séries ELEC, MT, AT1 et AT2. Par conséquent, la saisonnalité de ces séries est de nature stochastique non stationnaire, et la stationnarité de ces séries est obtenue en utilisant le filtre de différenciation d'ordre sept.

TABLE 2
Tests de racines unitaires saisonnières

Modèle	t_1	F_{23}	F_{45}	F_{67}	$F_{2...7}$	$F_{1...7}$	retards
ELEC	0.13	2.82	1.99	3.82*	2.91*	2.49*	10
MT	0.47	1.47	3.14	2.17	2.27*	1.98	16
AT1	-0.11	2.57	3.17	2.90	2.92*	2.50*	17
AT2	-0.24	3.27*	1.25	3.62*	2.78*	2.39*	20

* Significativement différent de zéro au niveau de 5%, ** au niveau de 2.5%. Aucune variable dichotomique saisonnière et tendance ne sont incluses dans chaque équation. Retards représente le nombre de différences d'ordre sept retardées dans la régression de test auxiliaire.

4.2. Étude de prévision

Nous examinons maintenant la performance de prévision pour ces séries, en utilisant le critère RMSE (Root Mean Squared Error) de la prévision hors échantillon. La prévision est évaluée pour un horizon de trois semaines, soit 21 prévisions calculées. Nous comparons la précision de prévision entre le modèle basé sur les différences d'ordre sept, qui a été déterminé par le test de racines unitaires saisonnières, le modèle composé des différences premières et des différences septièmes ou modèle «*airline*» (Box et Jenkins (1970)), et celui utilisant les différences premières et des variables dichotomiques saisonnières (modèle saisonnier déterministe).

La figure 2 présente la comparaison des RMSE pour les différentes séries.

Pour les séries de la consommation d'électricité et du flux autoroutier, le modèle de HEGY donne les meilleurs prévisions sur l'ensemble de l'horizon, en particulier pour la première série.

Par contre, le modèle «*airline*» améliore les prévisions pour la série du trafic de passagers à l'arrivée, même si le modèle basé sur les différences septièmes est plus précis pour les horizons de prévision les plus courts.

Pour la série du trafic de passagers au départ, les trois modèles donnent des prévisions très proches lors des premiers horizons. Cependant, le modèle en différence hebdomadaire améliore la prévision quand on considère de plus longs horizons.

¹⁶ Même si certaines F -statistiques sont significativement différentes de zéro au niveau de 5%, elles ne le sont plus au niveau de 2.5%. Par conséquent, on accepte l'hypothèse nulle de racines unitaires saisonnières pour toutes les séries.

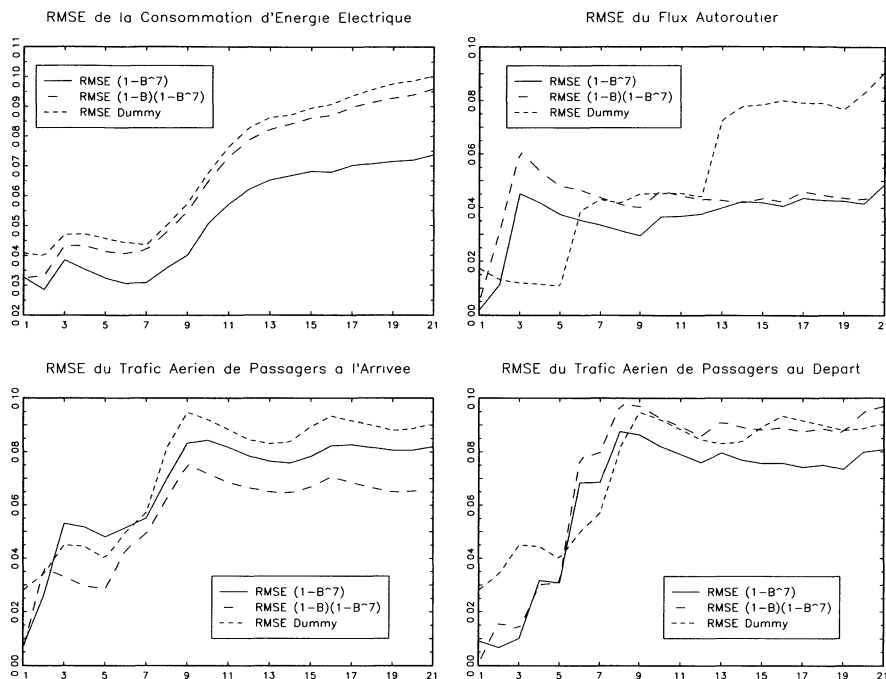


FIGURE 2
Comparaison des RMSE de prévision

En définitive, le modèle basé sur les différences d'ordre sept donne globalement de meilleurs RMSE. Ce résultat confirme les conclusions de Clements et Hendry (1997) et Osborn *et alii* (1999).

Pour toutes ces séries, l'utilisation d'un modèle inopportun, c'est-à-dire ici le modèle saisonnier déterministe et/ou le modèle «airline», peut entraîner une faible précision de prévision.

5. Conclusion

Dans ce papier, nous avons proposé une extension de la procédure de test de racines unitaires saisonnières développée par HEGY (1990). Nous avons élaboré une formulation générale de la procédure afin de tester la présence de racines unitaires saisonnières dans des séries temporelles de périodicité impaire, en utilisant l'approche BM. Nous avons donné son expression pour des périodicités de cinq et sept jours par semaine qui sont fréquentes en économie. Les valeurs critiques pour les statistiques de test proposées dans ce papier sont établies pour diverses tailles d'échantillon et combinaisons de termes déterministes. A titre d'illustration, nous avons appliqué le test de racines unitaires saisonnières sur des séries temporelles économiques journalières. Ces applications empiriques montrent comment il est possible à partir de nos tables de déterminer le filtre adéquat de stationarisation, et d'évaluer la nature

déterministe ou stochastique des fluctuations saisonnières. Ce choix améliore, en général, la précision de la prévision hors échantillon des séries temporelles retenues.

Annexe A

Le polynôme d'opérateur $(1 - B^5)$ s'écrit de la manière suivante :

$$(1 - B^5) = (1 - B)(1 - e^{-i2\pi/5}B)(1 - e^{i2\pi/5}B)(1 - e^{-i4\pi/5}B)(1 - e^{i4\pi/5}B) \quad (6)$$

De l'expression générale $\varphi(B)$ de (3) autour des cinq racines unitaires, on obtient l'équation de base du test :

$$\begin{aligned} \varphi(B) = & \lambda_1 B(1 + B + B^2 + B^3 + B^4) \\ & + \lambda_2 B(e^{-i2\pi/5} - B)(1 - B)[1 - 2B\cos\frac{4\pi}{5} + B^2] \\ & + \lambda_3 B(e^{i2\pi/5} - B)(1 - B)[1 - 2B\cos\frac{4\pi}{5} + B^2] \\ & + \lambda_4 B(e^{-i4\pi/5} - B)(1 - B)[1 - 2B\cos\frac{2\pi}{5} + B^2] \\ & + \lambda_5 B(e^{i4\pi/5} - B)(1 - B)[1 - 2B\cos\frac{2\pi}{5} + B^2] \\ & + (1 - B^5)\varphi^*(B) \end{aligned} \quad (7)$$

On définit au préalable les coefficients λ_k en fonction de paramètres π_i (k et $i = 1, \dots, 5$), qui rendent possible la suppression des parties imaginaires présentes dans l'équation de base du test. On fournit ainsi la nouvelle représentation du polynôme $\varphi(B)$ à partir de la définition des coefficients λ_k :

$$\begin{aligned} \varphi(B) = & -\pi_1 B(1 + B + B^2 + B^3 + B^4) \\ & - \pi_2 B(1 - B)(\cos\frac{2\pi}{5} - B)[1 - 2B\cos\frac{4\pi}{5} + B^2] \\ & + \pi_3 B(1 - B)\sin\frac{2\pi}{5}[1 - 2B\cos\frac{4\pi}{5} + B^2] \\ & - \pi_4 B(1 - B)(\cos\frac{4\pi}{5} - B)[1 - 2B\cos\frac{2\pi}{5} + B^2] \\ & + \pi_5 B(1 - B)\sin\frac{4\pi}{5}[1 - 2B\cos\frac{2\pi}{5} + B^2] \\ & + (1 - B^5)\varphi^*(B) \end{aligned} \quad (8)$$

En remplaçant les sinus et les cosinus de $2\pi/5$ et $4\pi/5$ par leur valeur remarquable, on obtient :

$$\varphi(B) = -\pi_1 B(1 + B + B^2 + B^3 + B^4)$$

$$\begin{aligned}
& -\pi_2 B(1/4)(-1 + \sqrt{5} - 4B)(1 - B)[1 - (-1 - \sqrt{5})(B/2) + B^2] \\
& + \pi_3 B(1/4)(\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}(1 - B)[1 - (-1 - \sqrt{5})(B/2) + B^2] \\
& - \pi_4 B(1/4)(-1 - \sqrt{5} - 4B)(1 - B)[1 - (-1 + \sqrt{5})(B/2) + B^2] \\
& + \pi_5 B(1/4)(\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}(1 - B)[1 - (-1 + \sqrt{5})(B/2) + B^2] \\
& + (1 - B^5)\varphi^*(B)
\end{aligned} \tag{9}$$

L'équation auxiliaire du test et les régresseurs correspondants sont :

$$\varphi^*(B)y_{6t} = \sum_{k=1}^5 \pi_k y_{k,t-1} + \mu_t + \varepsilon_t \tag{10}$$

avec

$$\begin{aligned}
y_{1t} &= \sum_{j=1}^5 \cos(0j\pi) B^{j-1} y_t \\
y_{2t} &= \sum_{j=1}^5 \cos\left(\frac{2j\pi}{5}\right) B^{j-1} y_t \\
&= [-\cotan \frac{2\pi}{5}] y_{3t} + [1/\sin \frac{2\pi}{5}] y_{3,t-1} \\
&= [\frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{10 + 2\sqrt{5}}] [-(-1 + \sqrt{5}) y_{3t} + 4y_{3,t-1}] \\
y_{3t} &= -\sum_{j=1}^5 \sin\left(\frac{2j\pi}{5}\right) B^{j-1} y_t \\
y_{4t} &= \sum_{j=1}^5 \cos\left(\frac{4j\pi}{5}\right) B^{j-1} y_t \\
&= [-\cotan \frac{4\pi}{5}] y_{5t} + [1/\sin \frac{4\pi}{5}] y_{5,t-1} \\
&= [\frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{10 - 2\sqrt{5}}] [-(-1 - \sqrt{5}) y_{5t} + 4y_{5,t-1}] \\
y_{5t} &= -\sum_{j=1}^5 \sin\left(\frac{4j\pi}{5}\right) B^{j-1} y_t
\end{aligned}$$

Il faut remarquer qu'on a substitué, dans les régresseurs y_{2t} et y_{4t} , les termes de sinus et cosinus $2\pi/5$ et $4\pi/5$ par leur valeur remarquable.

Annexe B

Le polynôme d'opérateur $(1 - B^7)$ s'écrit de la manière suivante :

$$(1 - B^7) = (1 - B)(1 - e^{-i2\pi/7}B)(1 - e^{i2\pi/7}B)(1 - e^{-i4\pi/7}B)(1 - e^{i4\pi/7}B)(1 - e^{-i6\pi/7}B)(1 - e^{i6\pi/7}B) \quad (11)$$

Nous pouvons écrire l'équation de test $\varphi(B)$ suivante :

$$\begin{aligned} \varphi(B) = & \lambda_1 B(1 + B + B^2 + B^3 + B^4 + B^5 + B^6) \\ & + \lambda_2 B(e^{-i2\pi/7} - B)(1 - B)[1 - 2B\cos\frac{4\pi}{7} + B^2] \\ & [1 - 2B\cos\frac{6\pi}{7} + B^2] \\ & + \lambda_3 B(e^{i2\pi/7} - B)(1 - B)[1 - 2B\cos\frac{4\pi}{7} + B^2] \\ & [1 - 2B\cos\frac{6\pi}{7} + B^2] \\ & + \lambda_4 B(e^{-i4\pi/7} - B)(1 - B)[1 - 2B\cos\frac{2\pi}{7} + B^2] \\ & [1 - 2B\cos\frac{6\pi}{7} + B^2] \\ & + \lambda_5 B(e^{i4\pi/7} - B)(1 - B)[1 - 2B\cos\frac{2\pi}{7} + B^2] \\ & [1 - 2B\cos\frac{6\pi}{7} + B^2] \\ & + \lambda_6 B(e^{-i6\pi/7} - B)(1 - B)[1 - 2B\cos\frac{2\pi}{7} + B^2] \\ & [1 - 2B\cos\frac{4\pi}{7} + B^2] \\ & + \lambda_7 B(e^{i6\pi/7} - B)(1 - B)[1 - 2B\cos\frac{2\pi}{7} + B^2] \\ & [1 - 2B\cos\frac{4\pi}{7} + B^2] + (1 - B^7)\varphi^*(B) \end{aligned} \quad (12)$$

Après avoir substitué λ_k par π_k , le polynôme $\varphi(B)$ peut être réécrit ainsi :

$$\begin{aligned} \varphi(B) = & -\pi_1 B(1 + B + B^2 + B^3 + B^4 + B^5 + B^6) \\ & - \pi_2 B(1 - B)(\cos\frac{2\pi}{7} - B)[1 - 2B\cos\frac{4\pi}{7} + B^2] \\ & [1 - 2B\cos\frac{6\pi}{7} + B^2] \\ & + \pi_3 B(1 - B)\sin\frac{2\pi}{7}[1 - 2B\cos\frac{4\pi}{7} + B^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [1 - 2B\cos\frac{6\pi}{7} + B^2] \\
& - \pi_4 B(1 - B)(\cos\frac{4\pi}{7} - B)[1 - 2B\cos\frac{2\pi}{7} + B^2] \\
& [1 - 2B\cos\frac{6\pi}{7} + B^2] \\
& + \pi_5 B(1 - B)\sin\frac{4\pi}{7}[1 - 2B\cos\frac{2\pi}{7} + B^2] \\
& [1 - 2B\cos\frac{6\pi}{7} + B^2] \\
& - \pi_6 B(1 - B)(\cos\frac{6\pi}{7} - B)[1 - 2B\cos\frac{2\pi}{7} + B^2] \\
& [1 - 2B\cos\frac{4\pi}{7} + B^2] \\
& + \pi_7 B(1 - B)\sin\frac{6\pi}{7}[1 - 2B\cos\frac{2\pi}{7} + B^2] \\
& [1 - 2B\cos\frac{4\pi}{7} + B^2] + (1 - B^7)\varphi^*(B)
\end{aligned} \tag{13}$$

De manière identique que précédemment, nous construisons maintenant :

$$\varphi^*(B)y_{8t} = \sum_{k=1}^7 \pi_k y_{k,t-1} + \mu_t + \varepsilon_t \tag{14}$$

avec

$$\begin{aligned}
y_{1t} &= \sum_{j=1}^7 \cos(0j\pi) B^{j-1} y_t \\
y_{2t} &= \sum_{j=1}^7 \cos(\frac{2j\pi}{7}) B^{j-1} y_t \\
&= [-\cotan\frac{2\pi}{7}]y_{3t} + [1/\sin\frac{2\pi}{7}]y_{3,t-1} \\
y_{3t} &= -\sum_{j=1}^7 \sin(\frac{2j\pi}{7}) B^{j-1} y_t \\
y_{4t} &= \sum_{j=1}^7 \cos(\frac{4j\pi}{7}) B^{j-1} y_t \\
&= [-\cotan\frac{4\pi}{7}]y_{5t} + [1/\sin\frac{4\pi}{7}]y_{5,t-1} \\
y_{5t} &= -\sum_{j=1}^7 \sin(\frac{4j\pi}{7}) B^{j-1} y_t
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_{6t} &= \sum_{j=1}^7 \cos\left(\frac{6j\pi}{7}\right) B^{j-1} y_t \\
&= \left[-\cotan \frac{6\pi}{7}\right] y_{7t} + \left[1/\sin \frac{6\pi}{7}\right] y_{7,t-1} \\
y_{7t} &= -\sum_{j=1}^7 \sin\left(\frac{6j\pi}{7}\right) B^{j-1} y_t
\end{aligned}$$

On remarque que nous avons conservé la définition des régresseurs y_{2t} , y_{4t} et y_{6t} sous leur forme polaire car les valeurs remarquables de sinus et cosinus $2\pi/7$ ainsi que leurs harmoniques n'existent pas. Ce cas met en valeur l'intérêt de la formulation générale.

Finalement, on estime les équations auxiliaires (10) et (14) via la méthode des MCO, et on applique alors la stratégie de test établie précédemment.

Annexe C

Nous donnons les distributions asymptotiques des différentes statistiques de test utilisées, à savoir les t - et les F -statistiques. Elles sont établies directement à partir de celles proposées par Beaulieu et Miron (1993) et Taylor (1998).

$$\begin{aligned}
t_1 &\rightarrow \frac{\int_0^1 W_1(r) dW_1(r)}{[\int_0^1 W_1(r)^2 dr]^{1/2}} \\
F_{2k, 2k+1} &\rightarrow \left\{ \frac{[\int_0^1 (W_{2k} dW_{2k} + W_{2k+1} dW_{2k+1})]^2}{\int_0^1 (W_{2k}(r)^2 + W_{2k+1}(r)^2) dr} \right. \\
&\quad \left. + \frac{[\int_0^1 (W_{2k+1} dW_{2k} - W_{2k} dW_{2k+1})]^2}{\int_0^1 (W_{2k}(r)^2 + W_{2k+1}(r)^2) dr} \right\} \\
F_{1\dots S} &\rightarrow (1/S) \left\{ \frac{[\int_0^1 W_1(r) dW_1(r)]^2}{\int_0^1 W_1(r)^2 dr} \right. \\
&\quad + \sum_{k=1}^{(S-1)/2} \left[\frac{[\int_0^1 (W_{2k} dW_{2k} + W_{2k+1} dW_{2k+1})]^2}{\int_0^1 (W_{2k}(r)^2 + W_{2k+1}(r)^2) dr} \right. \\
&\quad \left. + \frac{[\int_0^1 (W_{2k+1} dW_{2k} - W_{2k} dW_{2k+1})]^2}{\int_0^1 (W_{2k}(r)^2 + W_{2k+1}(r)^2) dr} \right] \Bigg\} \\
F_{2\dots S} &\rightarrow (1/(S-1)) \left\{ \sum_{k=1}^{(S-1)/2} \left[\frac{[\int_0^1 (W_{2k} dW_{2k} + W_{2k+1} dW_{2k+1})]^2}{\int_0^1 (W_{2k}(r)^2 + W_{2k+1}(r)^2) dr} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{[\int_0^1 (W_{2k+1} dW_{2k} - W_{2k} dW_{2k+1})]^2}{\int_0^1 (W_{2k}(r)^2 + W_{2k+1}(r)^2) dr} \right] \right\}
\end{aligned}$$

où $k = 1, \dots, (S-1)/2$, les $W_i(r)$ ($i = 1$ à S) sont une série de mouvements Browniens standards indépendants de tous les autres $W_j(r)$ pour $i \neq j$, et $' \rightarrow'$ note une convergence faible.

TABLE 3
Valeurs critiques des *t*-tests pour π_1 ($S = 5$)

		Quantiles				
		t_1				
Régressions auxiliaires	T	0.01	0.025	0.05	0.10	
nc,nd,nt	260	-2.521	-2.177	-1.899	-1.583	
	520	-2.519	-2.215	-1.930	-1.607	
c,nd,nt	260	-3.396	-3.101	-2.845	-2.550	
	520	-3.439	-3.104	-2.839	-2.546	
c,nd,t	260	-3.952	-3.628	-3.382	-3.098	
	520	-3.982	-3.669	-3.414	-3.111	
c,d,nt	260	-3.376	-3.082	-2.824	-2.539	
	520	-3.428	-3.093	-2.829	-2.539	
c,d,t	260	-3.934	-3.614	-3.363	-3.082	
	520	-3.974	-3.660	-3.403	-3.104	

La régression auxiliaire peut comprendre (non) constante ((n)c), (non) variables dichotomiques saisonnières ((n)d) et (non) tendance ((n)t).

TABLE 4
Valeurs critiques des *F*-tests joints pour $\{\pi_2, \pi_3\}$ et $\{\pi_4, \pi_5\}$ ($S = 5$)

		Quantiles							
		F_{23}				F_{45}			
Régressions auxiliaires	T	0.90	0.95	0.975	0.99	0.90	0.95	0.975	0.99
nc,nd,nt	260	2.376	3.081	3.784	4.757	2.396	3.086	3.807	4.779
	520	2.412	3.114	3.791	4.735	2.376	3.065	3.740	4.703
c,nd,nt	260	2.363	3.070	3.765	4.700	2.388	3.071	3.787	4.750
	520	2.405	3.107	3.782	4.727	2.371	3.062	3.728	4.698
c,nd,t	260	2.358	3.047	3.751	4.672	2.373	3.053	3.771	4.733
	520	2.403	3.094	3.771	4.709	2.368	3.055	3.714	4.683
c,d,nt	260	5.509	6.521	7.538	8.755	5.560	6.545	7.480	8.699
	520	5.594	6.639	7.595	8.735	5.586	6.602	7.505	8.789
c,d,t	260	5.487	6.511	7.520	8.702	5.540	6.540	7.459	8.643
	520	5.584	6.641	7.577	8.724	5.580	6.591	7.501	8.788

La régression auxiliaire peut comprendre (non) constante ((n)c), (non) variables dichotomiques saisonnières ((n)d) et (non) tendance ((n)t).

TABLE 5
Valeurs critiques des F -tests joints pour $\{\pi_2 \dots \pi_5\}$ et $\{\pi_1 \dots \pi_5\}$ ($S = 5$)

		Quantiles							
Régressions auxiliaires	T	$F_{2\dots 5}$				$F_{1\dots 5}$			
		0.90	0.95	0.975	0.99	0.90	0.95	0.975	0.99
nc,nd,nt	260	2.036	2.477	2.933	3.465	1.942	2.344	2.702	3.168
	520	2.010	2.454	2.883	3.379	1.928	2.304	2.676	3.128
c,nd,nt	260	2.026	2.467	2.922	3.447	2.514	2.963	3.371	3.895
	520	2.005	2.448	2.878	3.373	2.502	2.921	3.322	3.823
c,nd,t	260	2.016	2.454	2.916	3.442	3.110	3.573	4.024	4.549
	520	1.999	2.442	2.871	3.360	3.090	3.564	4.004	4.539
c,d,nt	260	4.847	5.511	6.164	6.988	4.682	5.286	5.852	6.556
	520	4.850	5.514	6.119	6.888	4.646	5.241	5.765	6.443
c,d,t	260	4.836	5.499	6.135	6.980	5.213	5.827	6.407	7.173
	520	4.852	5.505	6.129	6.883	5.206	5.790	6.348	7.024

La régression auxiliaire peut comprendre (non) constante ((n)c), (non) variables dichotomiques saisonnières ((n)d) et (non) tendance ((n)t).

TABLE 6
Valeurs critiques du t -test pour π_1 et du F -test joint pour $\{\pi_1 \dots \pi_7\}$ ($S = 7$)

		Quantiles							
Régressions auxiliaires	T	t_1				$F_{1\dots 7}$			
		0.01	0.025	0.05	0.10	0.90	0.95	0.975	0.99
nc,nd,nt	364	- 2.516	- 2.197	- 1.925	- 1.604	1.813	2.107	2.392	2.789
	728	- 2.570	- 2.245	- 1.939	- 1.592	1.814	2.109	2.414	2.794
c,nd,nt	364	- 3.414	- 3.076	- 2.827	- 2.536	2.184	2.515	2.836	3.265
	728	- 3.458	- 3.120	- 2.855	- 2.564	2.204	2.528	2.840	3.232
c,nd,t	364	- 3.915	- 3.608	- 3.367	- 3.096	2.596	2.946	3.279	3.714
	728	- 3.973	- 3.655	- 3.404	- 3.135	2.610	2.966	3.291	3.707
c,d,nt	364	- 3.391	- 3.061	- 2.809	- 2.525	4.415	4.891	5.363	5.954
	728	- 3.414	- 3.114	- 2.845	- 2.556	4.438	4.917	5.355	5.850
c,d,t	364	- 3.898	- 3.594	- 3.354	- 3.083	4.782	5.281	5.761	6.328
	728	- 3.958	- 3.646	- 3.392	- 3.126	4.804	5.305	5.752	6.306

La régression auxiliaire peut comprendre (non) constante ((n)c), (non) variables dichotomiques saisonnières ((n)d) et (non) tendance ((n)t).

TABLE 7
Valeurs critiques des F -tests joints pour $\{\pi_2, \pi_3\}$ et $\{\pi_4, \pi_5\}$ ($S = 7$)

		Quantiles							
Régressions auxiliaires	T	F_{23}				F_{45}			
		0.90	0.95	0.975	0.99	0.90	0.95	0.975	0.99
nc,nd,nt	364	2.362	3.046	3.726	4.688	2.375	3.056	3.752	4.674
	728	2.402	3.119	3.837	4.760	2.410	3.095	3.773	4.677
c,nd,nt	364	2.356	3.036	3.724	4.672	2.368	3.050	3.740	4.663
	728	2.399	3.117	3.825	4.743	2.408	3.091	3.756	4.660
c,nd,t	364	2.347	3.033	3.717	4.638	2.355	3.035	3.729	4.640
	728	2.395	3.110	3.822	4.751	2.402	3.091	3.748	4.641
c,d,nt	364	5.500	6.482	7.446	8.651	5.523	6.519	7.438	8.600
	728	5.615	6.624	7.582	8.730	5.535	6.546	7.540	8.907
c,d,t	364	5.492	6.468	7.456	8.654	5.516	6.507	7.413	8.636
	728	5.612	6.616	7.580	8.735	5.530	6.529	7.526	8.911

La régression auxiliaire peut comprendre (non) constante ((n)c), (non) variables dichotomiques saisonnières ((n)d) et (non) tendance ((n)t).

TABLE 8
Valeurs critiques des F -tests joints pour $\{\pi_6, \pi_7\}$ et $\{\pi_2 \dots \pi_7\}$ ($S = 7$)

		Quantiles							
Régressions auxiliaires	T	F_{67}				$F_{2\dots7}$			
		0.90	0.95	0.975	0.99	0.90	0.95	0.975	0.99
nc,nd,nt	364	2.390	3.104	3.806	4.731	1.845	2.183	2.494	2.907
	728	2.431	3.134	3.848	4.702	1.860	2.197	2.516	2.902
c,nd,nt	364	2.383	3.099	3.799	4.721	1.841	2.176	2.490	2.902
	728	2.428	3.129	3.843	4.689	1.857	2.194	2.510	2.901
c,nd,t	364	2.375	3.087	3.778	4.714	1.833	2.168	2.479	2.888
	728	2.423	3.123	3.838	4.678	1.854	2.189	2.506	2.902
c,d,nt	364	5.538	6.585	7.523	8.683	4.516	5.038	5.534	6.181
	728	5.606	6.689	7.587	8.692	4.543	5.072	5.529	6.099
c,d,t	364	5.535	6.555	7.511	8.662	4.510	5.034	5.522	6.168
	728	5.603	6.683	7.583	8.683	4.539	5.065	5.526	6.094

La régression auxiliaire peut comprendre (non) constante ((n)c), (non) variables dichotomiques saisonnières ((n)d) et (non) tendance ((n)t).

Références

- ABEYSINGUE, T. (1994), «Deterministic seasonal models and spurious regressions», *Journal of Econometrics*, 61, 259-272.
- ANDRADE, I.C., CLARE A.D., O'BRIEN, R.J. ET THOMAS S.H. (1996), «Stochastic seasonality and daily financial time series», Discussion Papers in Economics and Econometrics Series No. 9602, Department of Economics, University of Southampton.
- ANDRADE, I.C., CLARE A.D., O'BRIEN, R.J. ET THOMAS S.H. (1999), «Tests for stochastic seasonality applied to daily financial time series», *The Manchester School*, 67, 39-59.
- BEAULIEU, J.J. ET MIRON, J.A. (1993), «Seasonal unit roots in aggregate U.S. data», *Journal of Econometrics*, 55, 305-328.
- BOX, G.E.P. ET JENKINS, G.M. (1970), *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, San Francisco : Holden-Day.
- CÁCERES, J.J. (1996), «Contraste de raíces unitarias en datos semanales», *Estadística Española*, 38 (141), 139-159.
- CANER, M. (1998), «A locally optimal seasonal unit-root test», *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 349-356.
- CANOVA, F. ET HANSEN, B.E. (1995), «Are seasonal patterns constant over time? A test for seasonal stability», *Journal of Business and Economic Statistics*, 13, 237-252.
- CLEMENTS, M.P. ET HENDRY, D.F. (1997), «An empirical study of seasonal unit roots in forecasting», *International Journal of Forecasting*, 13, 341-355.
- DARNÉ, O., LITAGO, J. ET TERRAZA, M. (1999), «Tests de racines unitaires saisonnières de périodicité impaire», Document de Travail du LAMETA, Faculté des Sciences Economiques, Université de Montpellier I.
- DICKEY, D.A. (1993), «Discussion : Seasonal unit root in aggregate U.S. data», *Journal of Econometrics*, 55, 329-331.
- DICKEY, D.A., HASZA, D.P. ET FULLER, W.A. (1984), «Testing for unit roots in seasonal time series», *Journal of American Statistical Association*, 79, 355-367.
- FELTHAM, S.G. ET GILES, D.E.A. (1999), «Testing for unit roots in semi-annual data», Econometrics Working Paper EWP 9912, Department of Economics, University of Victoria.
- FRANSES, P.H. (1991), «Seasonality, non-stationary and the forecasting of monthly time series», *International Journal of Forecasting*, 7, 199-208.
- FRANSES, P.H. ET HOBIJN, B. (1997), «Critical values for unit root tests in seasonal time series», *Journal of Applied Statistics*, 24, 25-47.
- GHYSELS, E., LEE, H.S. ET NOH, J. (1994), «Testing for unit roots in seasonal time series : Some theoretical extensions and a Monte Carlo investigation», *Journal of Econometrics*, 62, 415-442.

- HASZA, D.P. ET FULLER, W.A. (1982), «Testing for nonstationary parameter specifications in seasonal time series models», *Annals of Statistics*, 10, 1209-1216.
- HYLLEBERG, S., ENGLE, R.F., GRANGER, C.W.J. ET YOO, B.S. (1990), «Seasonal integration and cointegration», *Journal of Econometrics*, 44, 215-238.
- KUNST, R.M. (1997), «Testing for cyclical non-stationarity in autoregressive models», *Journal of Time Series Analysis*, 18, 123-135.
- LITAGO, J. ET TERRAZA, M. (1995), «Tests de racines unitaires pour chroniques saisonnières», Document de Travail du LAMETA, Faculté de Sciences Economiques, Université de Montpellier I.
- OSBORN, D.R. ET RODRIGUES, P.M.M. (1999), «Asymptotic distributions of seasonal unit root tests : A unifying approach», Discussion Paper Series No. 9904, School of Economic Studies, University of Manchester.
- OSBORN, D.R., CHUI, A.P.L., SMITH, J.P. ET BIRCHENHALL, C.R. (1988), «Seasonality and the order of integration for consumption», *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 50, 361-377.
- OSBORN, D.R., HERAVI, S. ET BIRCHENHALL, C.R. (1999), «Seasonal unit roots and forecasts of two-digit European industrial production», *International Journal of Forecasting*, 15, 27-47.
- OTTO, G. ET WIRJANTO, T. (1990), «Seasonal unit-root on Canadian macroeconomic time series», *Economics Letters*, 34, 117-120.
- SMITH, R.J. ET TAYLOR, A.M.R. (1998), «Additional critical values and asymptotic representations for seasonal unit root tests», *Journal of Econometrics*, 85, 269-288.
- SMITH, R.J. ET TAYLOR, A.M.R. (1999a), «Likelihood ratio tests for seasonal unit roots», *Journal of Time Series Analysis*, 4, 100-121.
- SMITH, R.J. ET TAYLOR, A.M.R. (1999b), «Regression-based seasonal unit root tests», Discussion Paper 99-15, Department of Economics, The University of Birmingham.
- TAM, W.K. ET REINSEL, G.C. (1997), «Tests for seasonal moving average unit root in ARIMA models», *Journal of the American Statistical Association*, 92, 725-738.
- TAYLOR, A.M.R. (1997), «On the practical problems of computing seasonal unit root tests», *International Journal of Forecasting*, 13, 307-318.
- TAYLOR, A.M.R. (1998), «Testing for unit roots in monthly time series», *Journal of Time Series Analysis*, 19, 349-368.